

Name & Klasse:	Naturwissenschaft und Technik Trigonometrie	Datum:
----------------	--	--------

Trigonometrie

Wir interessieren uns hier lediglich für rechtwinklige Dreiecke.

Satz des Pythagoras

Mit dem Satz des Pythagoras ist es möglich in einem rechtwinkligen Dreieck aus zwei bekannten Seiten jederzeit die Dritte zu bestimmen. Der Satz lautet:

In einem _____ Dreieck ist die _____ der Quadrate der _____ gleich dem Quadrat der _____.

oder anders ausgedrückt:

Sind a , b und c die _____ der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks, wobei a und b die Längen der _____ und c die Länge der _____ ist, so gilt _____.

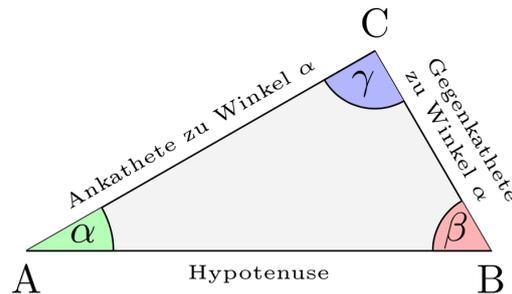
Winkelbeziehungen

Darüber hinaus gibt es in einem rechtwinkligen Dreieck einen einfachen Zusammenhang zwischen einem der beiden nicht rechten Winkel und jeweils 2 Seiten.

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete zu Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete zu Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete zu Winkel } \alpha}{\text{Ankathete zu Winkel } \alpha}$$



Aufgaben

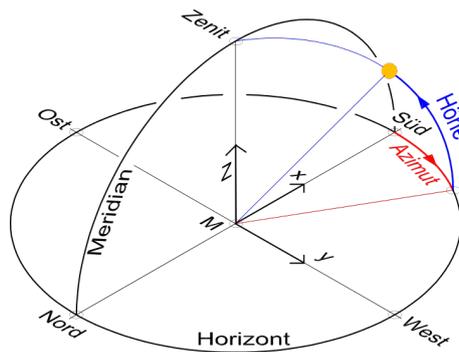
Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck mit Katheten von 3 cm und 4 cm. Berechne alle Seitenlängen und Winkel. Gib für jeden Winkel 3 Möglichkeiten der Berechnungen an.

Ein anderes Koordinatensystem

Ein Koordinatensystem ist notwendig um Punkte auf einer Ebene oder im Raum angeben zu können. Ihr kennt bisher nur das kartesische Koordinatensystem in zwei Dimensionen. Durch Erweiterung der x - und y -Achse um eine z -Achse kann man Punkte im Raum beschreiben.

Das Problem am kartesischen Koordinatensystem ist, dass man nicht in der Lage ist Aussagen über weit entfernte Punkte, zum Beispiel einen Heißluftballon, zu treffen. Abhilfe schafft das System, was im Bild unten erläutert wird. Die x - und y -Achse sind hier jeweils die Nord-Süd und die Ost-West Richtung. Die z -Achse steht senkrecht auf dem Ursprung.

Das gelbe Objekt wird jetzt nicht beschrieben über: "Wieviele Schritte muss ich nach Westen (y -Achse), nach Süden (x -Achse) und senkrecht hoch (z -Achse) gehen um die Koordinaten zu bestimmen, sondern über zwei Winkel die wie in der Zeichnung zu sehen, von Südrichtung in Richtung des Objekts gemessen werden (dem Azimut) und zwischen Boden und Objekt (Höhenwinkel). Die dritte Koordinate, welche für eine Beschreibung des Objekts nicht zwingend notwendig ist, wäre in dem Fall die direkte Entfernung vom Heißluftballon.



Zusammenfassung

Beschreibung eines Punktes im Raum ist möglich:

- 1.) Mit Hilfe von 3 Abständen (x, y, z)
- 2.) Mit Hilfe von 2 Winkeln und einer Länge (r, ψ, θ)

Der Vorteil der zweiten Koordinaten ist, dass man auch bei Unkenntnis der genauen Position, eine Aussage über den ungefähren Ort machen kann (man kann eine Gerade angeben auf der der Punkt liegt. Wenn man den Heißluftballon nun von verschiedenen Orten aus beobachtet, kann man seine Position durch den Schnittpunkt der beiden Geraden (Sichtlinien) bestimmen).

Das Messen von Winkeln

Besonders einfach ist das Bestimmen der Sichtlinie von leuchtenden Objekte, wie zum Beispiel der Sonne. Hier erhält man die Winkel aus dem Schattenwurf eines bekannten Objekts.

Aufgabe

Überlegt euch in Partnerarbeit wie ihr Azimut und Höhenwinkel eines Schattenwurfes bestimmen könnt. Zeichnet dazu eine Skizze.

Anleitung für Google Earth

In den kommenden Stunden wirst du einiges mit Google Earth bearbeiten müssen. Die Bedienung des Programms ist nicht besonders komplex und soll hier kurz zusammengefasst werden. Falls du dennoch Probleme im Umgang hast, welche dieses Blatt nicht beantwortet kann, wende dich an deinen Lehrer.

Die grundlegenden Funktionen sind in dem folgendem Bild erklärt.



Hinzugefügte Objekte oder Orte kann man durch Rechtsklick in der linken Übersicht unter *Informationen abrufen* bearbeiten. Danach kann man die Position durch verschieben ändern, Koordinaten neu eingeben, angezeigten Text anpassen und Farbe oder Größe bearbeiten.

Unter *umbenennen* kann man ihnen einen eigenen Namen geben (der aber nur für die Übersichtlichkeit der linken Spalte relevant ist).

Wichtig: Beim hinzufügen eines Bild Overlays sollte man darauf achten, dass es gleich in der gewünschten Größe hinzugefügt wird (auf die Zoomstufe achten), da ein Nachbearbeiten ohne die Proportionen zu zerstören nicht ganz einfach ist.

Im Großen und Ganzen haben wir jetzt schon den benötigten Funktionsumfang von Google Earth kennengelernt. Der Rest ergibt sich durch ausprobieren.

Viel Spaß beim Vermessen der Welt.

Name & Klasse:	Naturwissenschaft und Technik Abschätzen einer Meteoroidenbahn - Blatt 1 -	Datum:
----------------	--	--------

Berechnung einer Meteoroidenbahn

In den nächsten Stunden wollen wir versuchen aus einem Video selbst eine erste Abschätzung der Flugbahn vorzunehmen. Wir betrachten dafür das Video vom Platz der Revolution in Tscheljabinsk.

Aufgabe

a)

Betrachtet das Video und überlegt euch in Partnerarbeit, wie man aus dem Schattenwurf einen Hinweis auf die Meteoroidenbahn bekommt und welche Abstände und Längen dafür notwendig sind.

b)

Öffnet Google Earth und betrachtet den Platz der Revolution in der Satelliten- und in der Streetviewansicht (Koordinaten: $55^{\circ} 9'38.72''$ N, $61^{\circ}24'8.92''$ E) und setzt eine Ortsmarke für diesen Platz. Findet eine Möglichkeit die benötigten Längen zu messen oder abzuschätzen.

c)

Tragt eure gemessenen Längen sowie den Mittelwert der Klasse in die Tabelle und Grafik auf Blatt 2 ein. Beantwortet auch die beiden Fragen. Zeichnet anschließend die Bahn des Schattenwurfes ebenfalls in die Grafik ein. Vergleicht eure Bahnen untereinander.

d)

Nun wollen wir unsere gemessenen Längen in das Video übertragen, um die Winkel für drei Sichtlinien auszurechnen. Beachte hierzu die Anweisungen auf Blatt 3.

e)

Als letzter Schritt fehlt jetzt nur noch das Übertragen der Sichtlinien in Google Earth. Beachte hierzu Blatt 4 und 5, sowie die Anleitung zum Umgang mit Google Earth.

Name & Klasse:	Naturwissenschaft und Technik Abschätzen einer Meteoroidenbahn - Blatt 2 -	Datum:
----------------	--	--------

Messergebnisse

	Gemessener Wert	Mittelwert
Abstand der beiden Laternen		
Abstand der Laternen zum Schatten		
Höhe der Laternen		

Satellitenbild vom Platz der Revolution



Wie hast du die Längen gemessen?

Wie kann man die Höhe der Straßenlaterne abschätzen?



Die roten Linien und Punkte im Video zeigen den Verlauf der Schatten. Die Linien zeigen dabei den Beginn und das Ende der Schattenwanderung an. Im Moment der Abbildung steht der Schatten gerade senkrecht zur Straße.

Wir wollen nun drei Sichtlinien für die folgenden Zeitpunkte bestimmen: Beginn der Schattenwanderung, Ende der Schattenwanderung und Zeitpunkt in dem der Schatten senkrecht zur Straße steht.

Vorgehen

- 1.) Zeichne die auf Blatt 2 gemessenen Werte ein.
- 2.) Überlege dir wie du Azimut und Höhenwinkel für die 3 Zeitpunkte bestimmst. (Hinweis 1: Nutze für den ersten Punkt den Beginn des Schattens der linken Straßenlaterne, für den mittleren Messpunkt die linke Straßenlaterne und den eingezeichneten Schatten und für den letzten Messpunkt die rechte Straßenlaterne. Hinweis 2: Die Straße befindet sich bis auf 2° Grad in genauer Ost-West Richtung, d.h. nehmt die Straße zunächst als Ost-West Richtung und zieht am Ende 2° ab.)
- 3.) Schätze die fehlenden Längen durch messen ab. Berechne die Winkel. (Hinweis 1: Die Höhenwinkel ergeben sich relativ einfach. Beachte für den Azimut, dass nicht die Richtung des Schattens, sondern der Ursprung der Schatten von Bedeutung ist!) Berechne die Winkel auf einem separaten Blatt und trage deine Ergebnisse in die Tabelle ein.

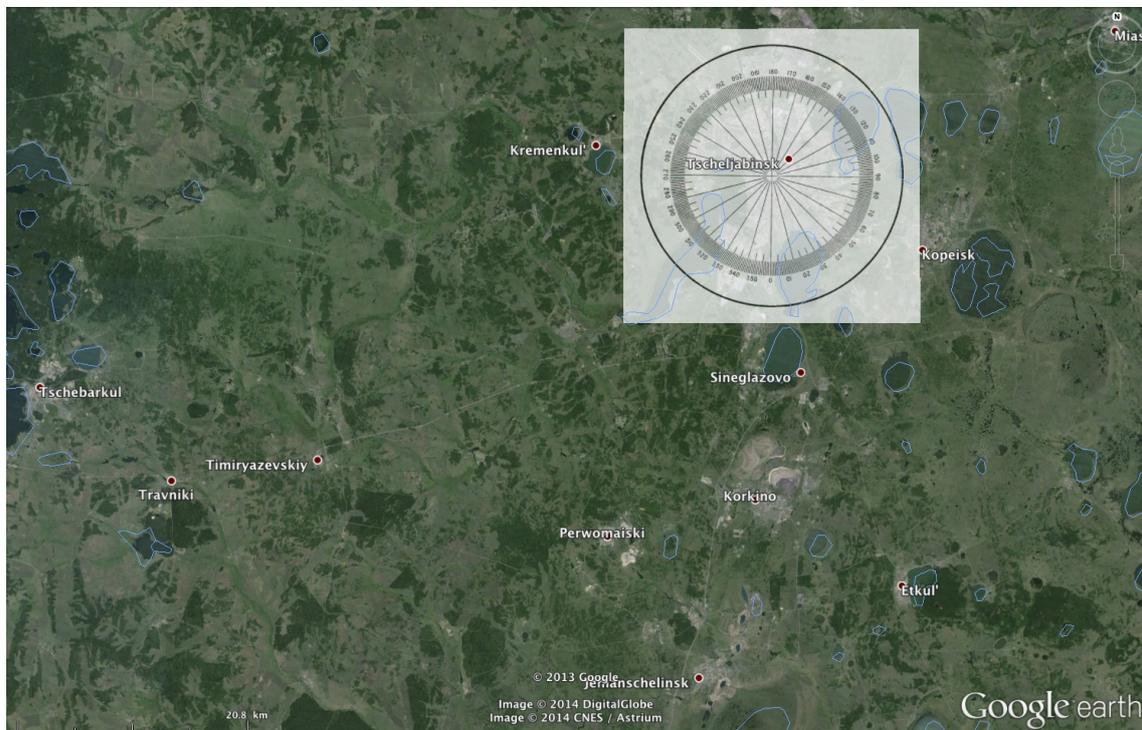
	Höhenwinkel	Mittelwert	Azimut	Mittelwert
erste Sichtlinie				
zweite Sichtlinie				
dritte Sichtlinie				

Name & Klasse:	Naturwissenschaft und Technik Abschätzen einer Meteoroidenbahn - Blatt 4 -	Datum:
----------------	--	--------

Berechnungen mit Google Earth - Seite 1

Hinweis: Achte während der gesamten Zeit darauf, dass deine Ansicht senkrecht ist und das N, exakt nach Norden zeigt.

- 1.) Den Platz der Revolution hast du bereits hinzugefügt. Füge jetzt noch den Endpunkt der Bahn im Tschebarkulsee hinzu (Koordinaten: $54^{\circ}57'32.20''$ N, $60^{\circ}19'40.05''$ E).
- 2.) Füge den Winkelmesser als Bild Overlay hinzu. Positioniere ihn so, dass sein Mittelpunkt auf dem Platz der Revolution liegt und 0° nach Süden zeigt. Verändere die Größe und Position solange, bis es ungefähr so aussieht wie in dem Bild unten. Achte darauf, dass du die Gradzahlen ungefähr lesen kannst.



- 3.) Füge nun mit dem Streckenwerkzeug die Sichtlinien hinzu. Startpunkt ist jeweils der Platz der Revolution, Endpunkt so weit südlich wie möglich. Sobald du einen zweiten Punkt erstellt hast, kannst du ihn mit der linken Maustaste ziehen. Achte auf den richtigen Winkel! Färbe die Linien rot. (*Hinweis:* Rechte Maustaste auf den entsprechenden Pfad und Informationen abrufen.)
- 4.) Zwischen der ersten Linie und der dritten Linie liegen im Video, ca. 4,7 s. Die Geschwindigkeit des Meteors betrug in diesem Zeitraum ca. 17 km/s. Wieviel km hat der Meteor vom ersten bis zur dritten Linie zurückgelegt?
- 5.) Zeichne 3 Strecken ein, die im Tscherebarkulsee beginnen und hinter der dritten Linie enden. Färbe diese Linien gelb.
- 6.) Miss nun mit dem Linealwerkzeug die Länge der Strecke vom ersten Schnittpunkt von gelber und roter Linie bis zum dritten Schnittpunkt.

Name & Klasse:	Naturwissenschaft und Technik Abschätzen einer Meteoroidenbahn - Blatt 5 -	Datum:
----------------	--	--------

Berechnungen mit Google Earth - Seite 2

7.) Verschiebe die Strecken solange bis die Länge einer der Strecken ungefähr dem gewünschten Wert aus 4.) entspricht. Färbe diese Linie weiß.

8.) Miss jeweils die Strecke vom Tschebarkulsee bis zu den drei Schnittpunkten der weißen und roten Linien. Der Winkel, welche im Messwerkzeug als Richtung angegeben wird, ist der Azimut der Meteorbahn. Notiere alle Messwerte in der Tabelle auf der nächsten Seite.

9.) Den Azimut der Bahn hast du nun schon. Es fehlt jetzt nur noch der Höhenwinkel. Miss hierfür die Längen vom Platz der Revolution bis zu den drei Schnittpunkten von weißer und roten Linie.

10.) Mit diesen Werten und den von Blatt 3 bekannten Winkeln, erhält man die Höhe des Meteors an den drei Schnittpunkten mithilfe des Tangens.

11.) Mit den in 8.) gemessenen Strecken und den gerade bestimmten Höhen erhältst du 3 Höhenwinkel, die du notierst und deren Mittelwert noch bestimmt werden soll. Trage deine Ergebnisse in die unten stehenden Tabellen ein.

12.) Drucke die Googleansicht mit allen eingetragenen Strecken aus.

	Höhe	Entfernung See	Entfernung Platz	Höhenwinkel
erster Schnittpunkt				
zweiter Schnittpunkt				
dritte Schnittpunkt				

Notiere deine und die Ergebnisse der Klasse in der abschließenden Tabelle. Die Werte aus verschiedenen wissenschaftlichen Publikationen sind für den Höhenwinkel ein Wert von 17° - 19° und als Azimut von ca. 100° - 101° .

Vergleiche sie mit deinen Werten und gib Gründe für mögliche Abweichungen an.

	Gemessener Wert	Mittelwert
Azimut		
Höhenwinkel		