suw-online.de

10 | 2003

STERNE UND WELTRAUM

ASTRONOMIE IN DER SCHULE

Cepheiden

Meilensteine im Universum

VON GERHARD MÜHLBAUER

Didaktische Ergänzungen zum Aufsatz im Heft: Historie, Beobachtung, Theorie

Wie misst man Entfernungen im Universum?
– Die Cepheiden-Methode –

Im Gegensatz zu früheren Zeiten haben heute viele Menschen eine relativ gute Vorstellung von der dreidimensionalen Struktur des Kosmos. Wir glauben nicht mehr an eine Fixsternsphäre, an der die Sterne angeheftet wären, sondern es ist durch Science-fiction-Filme und Ähnliches längst Allgemeingut geworden, dass die Sterne eine dreidimensionale Anordnung bilden. Dennoch sollte man nicht vergessen, dass wir von dieser dreidimensionalen Struktur keine unmittelbare Erfahrung haben. Alles, was wir vom Kosmos sehen, ist eine zweidimensionale Projektion auf die "Himmelssphäre", eine gedachte kugelförmige Fläche, auf die wir von innen, in ihrem Mittelpunkt sitzend, blicken. Astronomische Objekte wie Sterne, Gaswolken und Galaxien bilden darauf eine im wesentlichen feststehende Anordnung und erscheinen "wie aufgemalt"; Bewegungen dieser Objekte haben, mit Ausnahme der Planeten unseres eigenen Sonnensystems, keine merkbaren Effekte und können nur mit Präzisionsmessungen nachgewiesen werden. Die einzige Bewegung besteht darin, dass diese Himmelssphäre sich einmal täglich um uns herum zu drehen scheint, wobei in Wahrheit eher der Boden, auf dem wir stehen, sich infolge der Erdrotation unterhalb dieser feststehenden Sphäre herumdreht.

Unsere Erfahrung des Universums als Projektion auf die Himmelssphäre ist insofern zweidimensional, als die Entfernungsinformation darin völlig fehlt. Insbesondere können Objekte, die am Himmel sehr nahe nebeneinander stehen, in Wahrheit sehr weit voneinander entfernt sein. Aussagen wie "Die Andromeda-Galaxie liegt in der Nähe der Cassiopeia-Sterne" beziehen sich daher ausschließlich auf unsere irdische Perspektive, sind aber, was die tatsächliche räumliche Lage der Objekte betrifft, blanker Unsinn.

Könnten wir natürlich das Universum von einem anderen Ort als der Erde aus sehen, so könnten wir aus der anderen perspektivischen Sicht viel über die wahre dreidimensionale Anordnung im Kosmos lernen. Jedoch erscheint es zweifelhaft, ob die Raumfahrt es uns jemals ermöglichen wird, uns zu anderen Sternsystemen zu begeben. Für die nächst gelegenen Sterne ist etwas Ähnliches aber tatsächlich möglich: immerhin bewegt sich ja die Erde auf einer jährlichen Umlaufbahn um die Sonne mit einem Bahnradius von ungefähr $149.6 \cdot 10^6$ km, und da die Sonne als sehr viel größere Masse mehr oder weniger still steht, ändert sich die Position der Erde innerhalb eines halben Jahres jeweils um den doppelten Bahnradius. Für nahe Sterne kann man dadurch tatsächlich kleine perspektivische Positionsveränderungen, so genannte Parallaxen, gegenüber dem ferneren Hintergrund messen, ähnlich wie

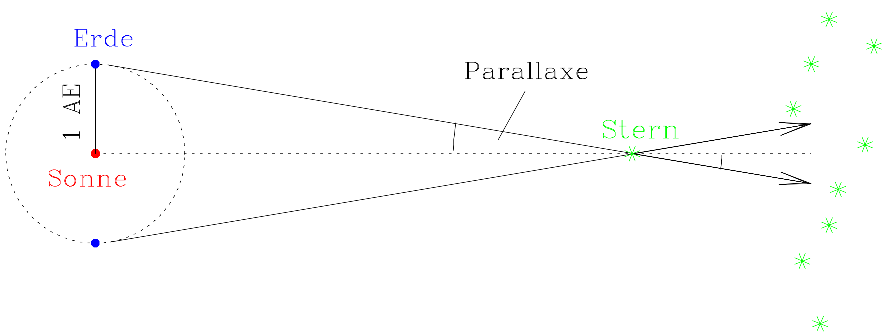


Abbildung 1: Jahreszeitliche Parallaxe eines Sterns: ein halbes Jahr später erscheint der Stern gegenüber dem Hintergrund sehr ferner Sterne verschoben. Die "Astronomische Einheit" (AE) bezeichnet den Erdbahnradius von rund $146.9 \cdot 10^6$ km.

sich nahe Gegenstände beim abwechselnden Fixieren mit dem rechten oder linken Auge verschieben (Abb. 1). Das Ausmaß dieser Verschiebungen ist natürlich proportional der Entfernung dieser Sterne, und wenn man den Erdbahndurchmesser kennt, kann man daraus diese Entfernungen bestimmen. Dies ist die älteste Methode, absolute kosmische Entfernungen außerhalb des Sonnensystems zu bestimmen. Bei größeren Entfernungen versagt sie allerdings, da die Parallaxen zu klein werden, um noch gemessen werden zu können. Eine andere Methode, die eine besondere Art von veränderlichen Sternen, die so genannten *Cepheiden*, verwendet, reicht weiter hinaus. Mit ihr wollen wir uns im weiteren befassen.

Leuchtkraft und Entfernung

Zuvor müssen wir jedoch einige Worte über die astronomische Entfernungseinheit verlieren, sowie über die Art und Weise, wie Astronomen die Helligkeit eines Objekts klassifizieren.

Astronomen verwenden als Längeneinheit gerne das *Parsec* (Parallaxensekunde, Einheitenzeichen pc), das von der Entfernungsbestimmung über Parallaxen herrührt. Ein Parsec ist die Entfernung, aus der der Bahnradius[1] der Erde um die Sonne unter dem Winkel von einer Bogensekunde erscheint (eine Bogensekunde = $1/3600$ eines Winkelgrades oder $1/(360 \cdot 3600)$ des Vollkreises). Umgekehrt bedeutet das, dass ein Stern mit einer gemessenen jährlichen Parallaxe von einer Bogensekunde sich in einer Entfernung von einem Parsec befindet. Dem Nichtastronomen ist meist das Lichtjahr, das ist die Strecke, die Licht im Laufe eines Jahres zurücklegt, geläufiger. Es ist ungefähr $1\ \mathrm{pc} \approx 3.26$ Lichtjahre, oder (erkläre die Faktoren!)

$$1\ \mathrm{pc} \approx 3.26 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 300\,000\ \mathrm{km} \approx 3.09 \cdot 10^{13}\ \mathrm{km}$$

Aufgabe 1 *Berechne diese Zahl aus dem Erdbahnradius von* $146.9 \cdot 10^6$ km *und der oben gegebenen Information, dass* 1 pc *einer Parallaxe von einer Bogensekunde entspricht.*

Die Helligkeit von astronomischen Objekten wird in sog. *Größenklassen* (*Magnituden*) gemessen. Dies ist historisch begründet: In der Antike hat der griechische Astronomen Hipparchos die für ihn sichtbaren Sterne nach ihrer Helligkeit in ein System von sechs Größenklassen eingeordnet. Die hellsten Sterne am Himmel ordnete er der ersten Klasse zu, während die sechste Klasse die Sterne umfasste, die mit bloßem Auge gerade noch erkennbar waren. Heute kann man durch Teleskope noch viel schwächere Sterne sehen, das System endet also nicht mehr bei der Größenklasse 6, sondern ist nach oben offen. Zum anderen sind die Magnituden heute als ein Maß für den instrumentell messbaren Strahlungsfluss definiert, brauchen daher keine ganzzahligen Werte mehr zu sein, sondern variieren kontinuierlich. Auch negative Werte kommen heute vor, sie entsprechen den hellsten Sternen bzw. Sonnensystem-Objekten. Die Sonne hat etwa eine scheinbare Helligkeit von rund -26 mag.

Die Magnituden entsprechen in etwa den empfundenen Helligkeitsunterschieden, wenn man die Objekte am Himmel sieht. Misst man jedoch instrumentell den tatsächlichen Fluss an Strahlungsenergie nach, so zeigt sich, dass dieser mit jeder Stufe etwa um einem Faktor 2.51 kleiner wird. Ein Stern der Größenklasse 7 sendet also im Vergleich zu einem der Größenklasse 3 um einen Faktor 2.51^4 oder rund 40 mal weniger Energie. Ein ähnliches Verhalten gibt es oft bei physikalischen Größen, die nach dem Empfinden unserer Sinnesorgane gemessen werden: Jede Stufe der unserem Sinnesempfinden nachgebildeten Größenklasse steht für einen bestimmten Faktor in der tatschlichen Intensität (Weber-Fechner-Gesetz). Beispielsweise entspricht eine empfundene Lautstärke von 40, 60 oder 80 Phon der

[1] Genauer: die große Halbachse dieser Bahn, die ja eigentlich ellipsenförmig ist

10-fachen, 100-fachen oder 1000-fachen tatsächlichen Schallintensität bei 20 Phon, d.h. pro 20 Phon Differenz wird diese um einen Faktor 10 größer.

Ähnlich ist es also bei den astronomischen Größenklassen, nur dass hier die *hellsten* Objekte den *kleinsten* Magnituden entsprechen. Quantitativ können wir den Zusammenhang zwischen den Helligkeits-Größenklassen, üblicherweise mit m für Magnitude bezeichnet, und den Strahlungsflüssen f zweier Sterne 1 und 2 folgendermaßen schreiben:

$$\frac{f_1}{f_2} = 10^{-0.4\cdot(m_1-m_2)/\mathrm{mag}} \approx 2.5119^{-(m_1-m_2)/\mathrm{mag}} \tag{1}$$

oder umgekehrt: pro 2.5 Magnituden nimmt der Strahlungsfluss um einen Faktor 10 ab.

Die Helligkeit, mit der ein astronomisches Objekt am Himmel erscheint, ist seine sogenannte *scheinbare Helligkeit*. Es ist klar, dass diese von zwei Faktoren abhängt: zum einen, wie hell das Objekt an und für sich ("intrinsisch") ist, zum anderen, wie weit es von uns entfernt ist. Um beides auseinanderzuhalten, definieren Astronomen auch eine *absolute Helligkeit*. Diese wird üblicherweise mit dem Großbuchstaben M bezeichnet und entspricht der scheinbaren Helligkeit desselben Objektes, wenn dieses sich einer Standardentfernung von 10 pc befinden würde. Die absolute Helligkeit der Sonne wäre $M_\odot = 4.74$ mag, sie ist also ein eher mittelmäßig heller Stern.

Ähnlich wie bei den scheinbaren Helligkeiten kann man auch die absolute Helligkeit als Maß für eine Intensitätsgröße sehen; in diesem Fall wäre dies die gesamte Energie-Abstrahlung des Sterns, seine sog. *Leuchtkraft* oder *Luminosität* L. Der Zusammenhang ist hier, wenn wir alles etwa auf die Werte der Sonne beziehen:

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{-0.4\cdot(M-M_\odot)/\mathrm{mag}} \tag{2}$$

wobei die Energie-Abstrahlung der Sonne $L_\odot$ etwa $3.85\cdot10^{26}$ W beträgt.

Wenn man von einer Schwächung des Sternlichts durch interstellares Gas oder Staub (Extinktion) einmal absieht, so hängt die Differenz von absoluter und scheinbarer Helligkeit auf einfache Weise mit der Entfernung zusammen (Begründung s. Aufgabe 4):

$$d = 10^{\left(1+\frac{m-M}{5\mathrm{mag}}\right)}\ \mathrm{pc} \tag{3}$$

Da man die scheinbare Helligkeit stets unmittelbar messen kann, ist die Kenntnis der absoluten Helligkeit der Entfernung gleichwertig, und das Problem der Entfernungsmessung kann auch formuliert werden als das Problem die absolute Helligkeit zu bestimmen.

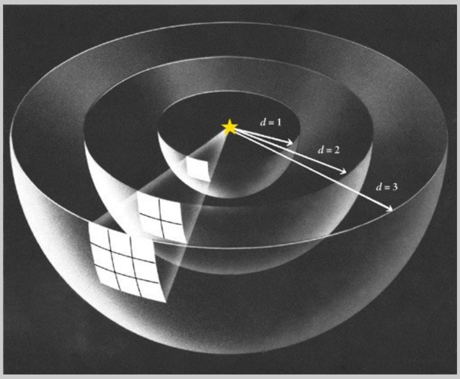
Aufgabe 2 *In welcher Entfernung müsste die Sonne stehen, damit sie am Himmel wie der Stern Sirius mit einer scheinbaren Helligkeit von* -1.45 mag *erscheint?*

***Aufgabe 3** *Zur Umkehrung von Formel (3) benötigt man den dekadischen Logarithmus ($x = \lg(y) \Leftrightarrow y = 10^x$, findet sich auf den meisten Taschenrechnern):*

$$m - M = (\lg(d/\mathrm{pc}) - 1)\cdot 5\ \mathrm{mag} \tag{4}$$

Der Stern Sirius mit der genannten scheinbaren Helligkeit von $m = -1.45$ mag *hat eine mittels Parallaxen bestimmte Entfernung von* 2.7 pc. *Wie groß ist demnach seine absolute Helligkeit* M*, und dem wievielfachen an Strahlungsleistung* L *entpricht dies im Vergleich zur Sonne?*

***Aufgabe 4** *Leite Gleichung (3) aus Gleichung (1) her unter der Annahme, dass die Abnahme der Strahlungsintensität mit der Entfernung ausschließlich darauf beruht, dass der von dem Stern ausgehende Strahlungsfluss f sich über eine Kugelschale verteilen muss, deren Radius der Entfernung entspricht.*
Hinweis: Da die Oberfläche einer Kugelschale mit Radius d wie d^2 anwächst, sollten sich die Flüsse in Entfernungen d_1 und d_2 verhalten wie $f_1/f_2 = d_2^2/d_1^2$.



Entfernungsbestimmung mit Cepheiden

Cepheiden sind Sterne, deren Helligkeit periodisch schwankt. Die Perioden sind je nach Stern unterschiedlich und bewegen sich im Bereich von einigen wenigen bis etwa 100 Tage. Die Schwankungsbreite liegt in der Größenordnung von einer Magnitude. Benannt sind diese Sterne nach einem typischen Vertreter, Delta Cephei.

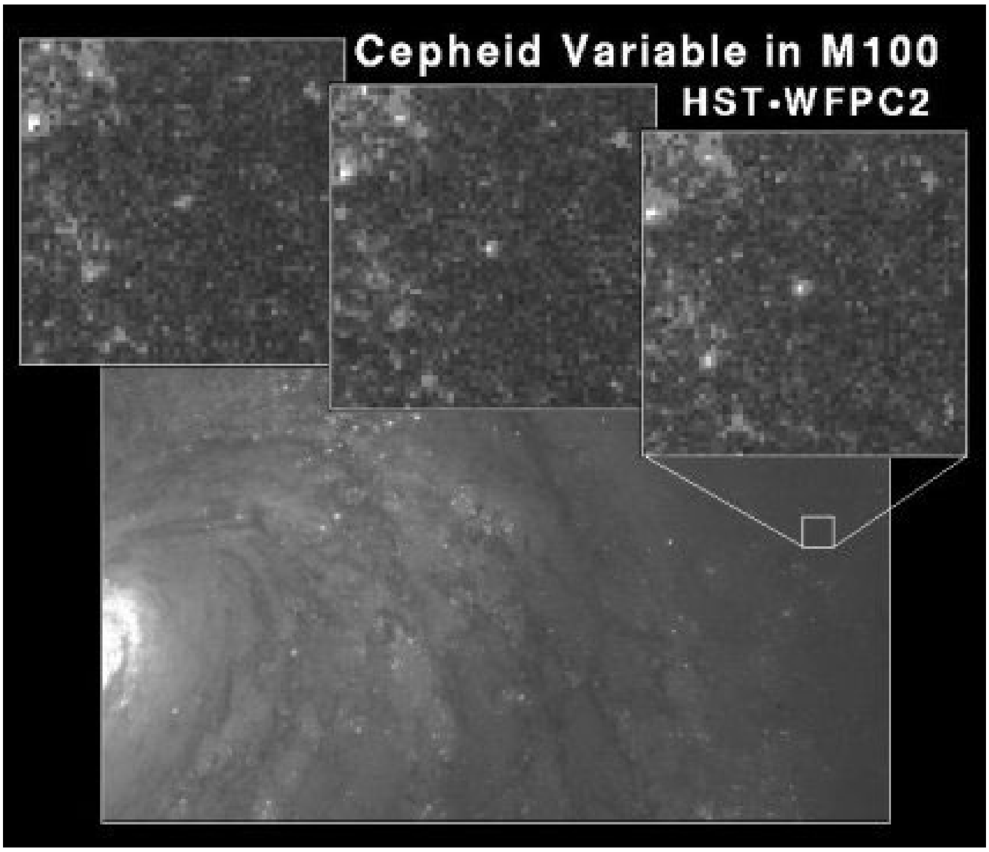
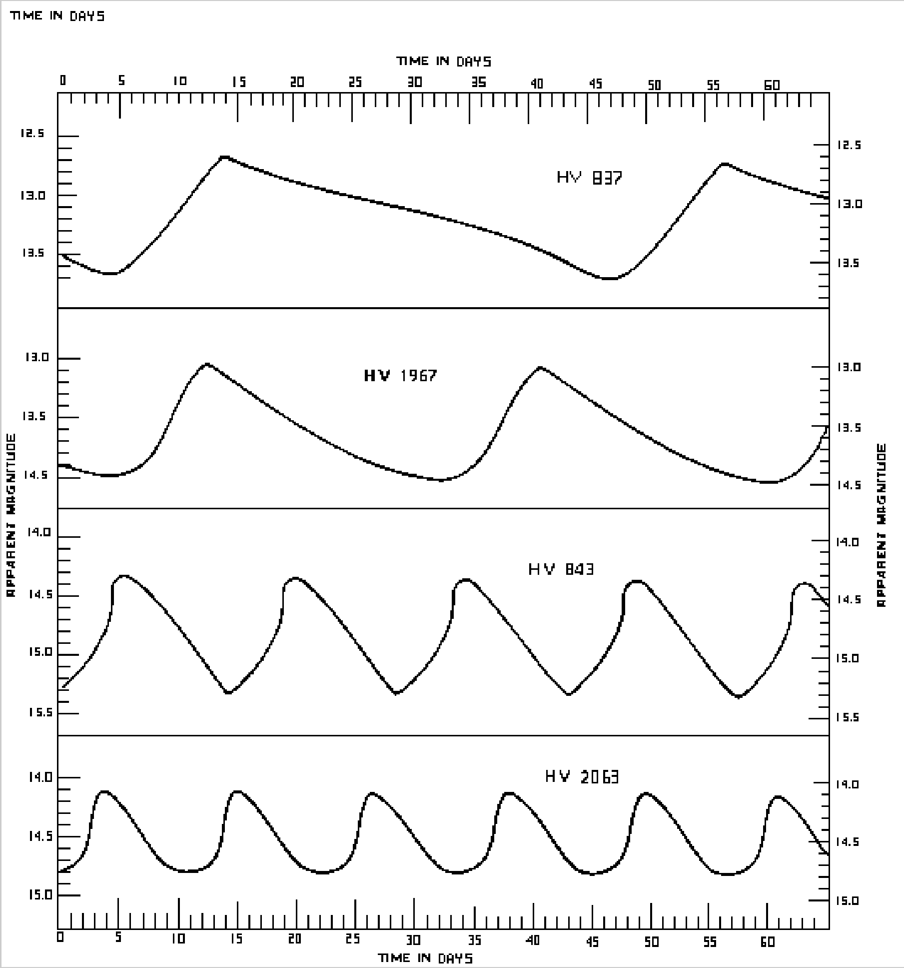


Abbildung 2: Cepheide in der Spiralgalaxie M 100, aufgenommen mit dem Hubble Weltraumteleskop. Deutlich ist in den eingesetzten Bildern die veränderliche Helligkeit erkennbar.



Aufgabe 5 *Die obige Abbildung zeigt die Lichtkurven von einigen (etwa gleich weit entfernten) Cepheiden. Messe die Länge der Perioden aus, und trage die Maxima und/oder Minima der Helligkeit gegen diese auf. Zeigt sich eine Regelmäßigkeit?*

In den frühen Jahren des 20. Jahrhunderts – zu einer Zeit, wo Frauen in der Wissenschaft noch äußerst selten waren – fand Henrietta Leavitt (Abb. 3), eine Angestellte des Harvard College Observatoriums, eine Regelmäßigkeit bei diesen Sternen. Sie untersuchte Photoplatten von den Magellanschen Wolken, die in in Peru aufgenommen worden waren. Wie wir heute wissen, handelt es sich bei den beiden Magellanschen Wolken um eigene Sternsysteme ähnlich unserer Galaxie, der Milchstraße, nur sind sie sehr viel kleiner. Sie befinden sich in Umlaufbahnen um die Milchstraße und sind als Satellitensysteme aufzufassen. Leavitt fand in der kleineren der beiden Wolken (SMC – "Small Magellanic Cloud", Abb. 4) beim Vergleich mehrerer, zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommener Platten einige dieser Cepheiden, deren Perioden sie aus den Aufnahmedaten der Platten bestimmen konnte. Dabei stellte sie fest, dass diese Perioden um so länger waren, je heller die Sterne auf der Platte erschienen. Natürlich war diese Helligkeit nicht konstant, doch wenn man sich auf eine bestimmte Phase der Variation bezog, beispielsweise auf die jeweils minimalen und maximalen Werte, zeigte sich die Abhängigkeit klar. Bei geeigneter Auftragung der Perioden gegen die Helligkeit konnte sie eine Gerade durch die Datenpunkte legen (Abb. 5).

Abbildung 3: Henrietta Swan Leavitt (1868 -1921)

Aufgabe 6 *Der Urtyp der Cepheiden, Delta Cephei, ist ein amateurastronomisch leicht zugängliches Objekt, da er in Mitteleuropa zirkumpolar, also in jeder Nacht sichtbar, und leicht aufzufinden ist (siehe Suchkarte Abb. 6). Falls Zugang zu einem Teleskop besteht, kann die Arbeitsgruppe versuchen, selber eine Lichtkurve aufzunehmen und die Periode zu bestimmen. Die scheinbare Helligkeit kann auch schon mit bloßem Auge mittels Vergleichssternen abgeschätzt werden.*

Leavitt kannte natürlich nur die scheinbare Helligkeit der Sterne, und diese ist es auch, die in Abbildung 5 aufgetragen ist. Da aber der Durchmesser der SMC im Vergleich zu ihrer Entfernung klein sein sollte, sind die Sterne in der SMC im wesentlichen alle gleich weit entfernt. Daher sind scheinbare und absolute Helligkeit in gewissem Maß austauschbar, sie unterscheiden sich nur um einen additiven Term, der für alle Sterne mehr oder weniger gleich ist. Beim Übergang zur absoluten Helligkeit würde Abbildung 5 entlang der vertikalen Richtung verschoben, das Bild aber erhalten bleiben. Die Schwingungsperiode, die ja eine intrinsische Eigenschaft des Stern ist, sollte in Wahrheit natürlich von der absoluten Helligkeit abhängen.

Verschieben wir für einen Moment die Frage, warum diese Sterne diese Helligkeitsvariationen zeigen, ebenso die damit verbundene Frage, wie die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung zustande kommt. Wenden wir uns zuerst einer möglichen Nutzanwendung zu, die auch Leavitt schon ins Auge gestochen ist: Wir erwähnten schon, dass die Kenntnis der absoluten Helligkeit genau so gut ist wie die Kenntnis der Entfernung eines Objekts, im allgemeinen aber genau so unbeobachtbar. Wenn nun aber die Perioden von Cepheiden in einer festen Relation zur absoluten Helligkeit steht, dann sollte man damit auch diese bestimmen können. Nötig ist dazu nur, die Perioden-Leuchtkraft-Kurve zu "kalibrieren", d.h. ihren Verlauf gegenüber der absoluten Leuchtkraft festzulegen. Leavitt z.B. hätte dafür die Entfernung der SMC kennen müssen.

Formal kann man die Beziehung zwischen der Schwingungsperiode P in Tagen und der absoluten Helligkeit M der Cepheiden schreiben als

$$P = 10^{\frac{M-a}{b}} \tag{5}$$

wobei M ein mittlerer Helligkeitswert ist, um den herum die Schwingungen erfolgen. Der Parameter

Abbildung 4: Die Kleine Magellansche Wolke.

b ist relativ leicht zu bestimmen, nach neueren Daten ist $b \approx -2.78$ mag. Will man nur zwei Cepheiden mit mittleren absoluten Leuchtkräften M_1 bzw. M_2 und Perioden P_1 bzw. P_2 miteinander in Beziehung setzen, so kann man verwenden

$$\frac{P_1}{P_2} = 10^{-\frac{M_1 - M_2}{b}} \approx 0.44^{(M_1 - M_2)/\mathrm{mag}} \tag{6}$$

Das heißt, für jede Größenklasse, die der Cepheide weniger hell ist, ist seine Periode ungefähr um einen Faktor 0.44 kleiner.

Aufgabe 7 *Zwei Sterne haben die absoluten Helligkeiten* $M_1 = -6$ mag *bzw.* $M_2 = -4$ mag. *Welcher ist heller? Angenommen, es handelt sich bei beiden um Cepheiden und die Pulsationsperiode des ersten beträgt* $P_1 = 67$ *Tage. Welche Pulsationsperiode erwartet man dann ungefähr für den zweiten Cepheiden?*

Aufgabe 8 *Leite Formel (6) aus Gleichung (5) her.*

***Aufgabe 9** *Welchen Wert für die Konstante* b *aus Gleichung (5) könnte man aus Leavitts Daten (Abb. 5) herauslesen?*

Das Problem der Kalibrierung der Kurve besteht im wesentlichen in der Bestimmung von a. Im Prinzip bräuchten wir nur einen einzigen Cepheiden, dessen Entfernung (oder absolute Leuchtkraft) von einer anderen Methode her bekannt ist. In der Praxis braucht man möglichst viele, da auch die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung nur ungefähr, innerhalb einer gewissen Streubreite, erfüllt ist. Moderne Bestimmungen geben etwa $a \approx -1.35$ mag.

Um die Cepheiden zur Entfernungsbestimmung zu verwenden, müssen wir natürlich annehmen, dass alle Cepheiden im wesentlichen auf derselben Perioden-Leuchtkraft-Kurve liegen, dass also Beziehung (5) mit ein und denselben Konstanten a und b für alle Cepheiden im Universum gilt. Wenn man diese Konstanten dann an einigen nahen Exemplaren ein für allemal bestimmt hat, dann kann

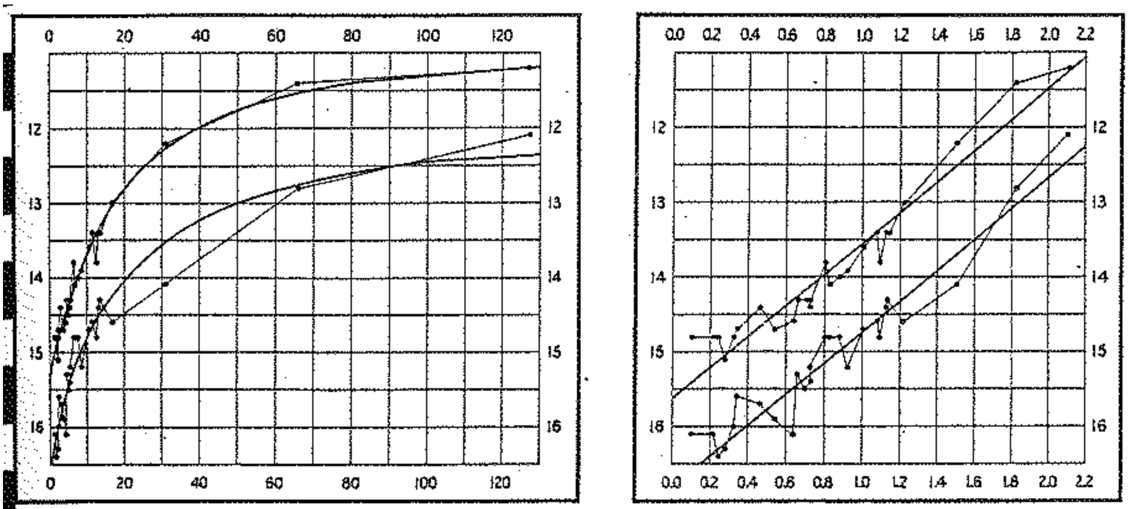


Fig. 1.

Fig. 2.

Abbildung 5: Perioden-Leuchtkraft-Beziehung von Cepheiden aus der Originalveröffentlichung von Leavitts Daten durch Edward Pickering von 1912. Der linke Teil zeigt eine direkte Auftragung der Magnituden gegen die Variabilitätsperiode (in Tagen), der rechte Teil dasselbe in "logarithmischer" Auftragung (d.h. eine Zahl x auf der horizontalen Achse bedeutet eine Periode von 10^x Tagen), wo sich eine gerade Linie ergibt. Gezeigt sind jeweils zwei Kurven, je eine für die Minima und die Maxima der variablen Helligkeit.

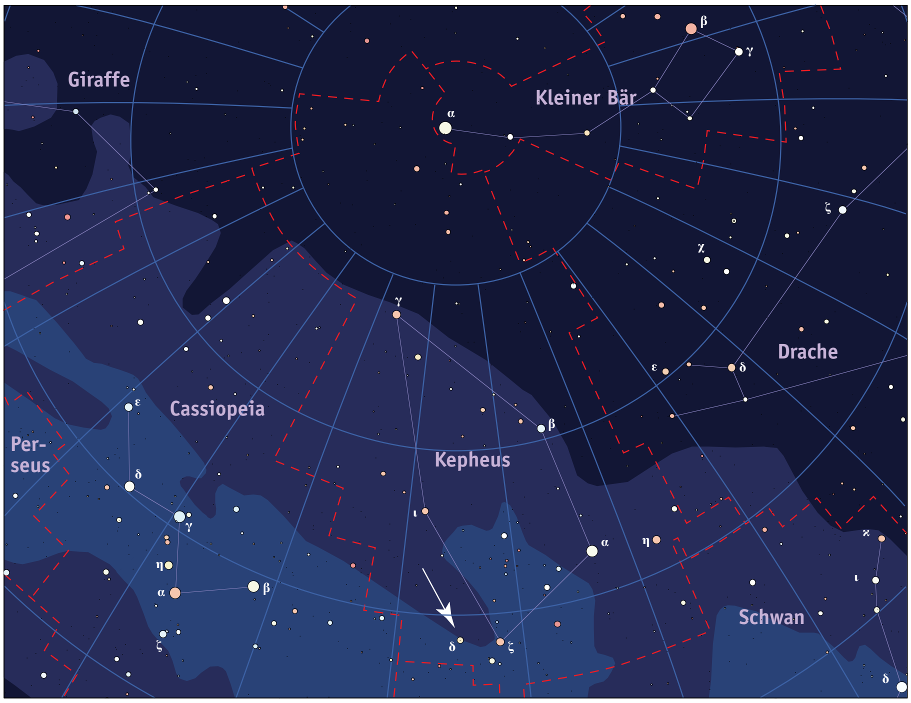


Abbildung 6: Suchkarte für Delta Cephei.

man aus den Perioden stets die absoluten Helligkeiten und damit die Entfernungen berechnen. Interessant wird dies vor allem in solchen Fällen sein, wo der Cepheide Teil eines größeren Objektes ist, etwa eines Sternhaufens oder eines externen Sternsystems. Auf diese Weise war es Edwin P. Hubble in den 1920er Jahren gelungen, mit Hilfe des damals neu in Betrieb genommenen 2.5-m-Teleskops auf dem Mount Wilson die Entfernung zum Andromeda-Nebel zu bestimmen. Bis dahin war es nicht klar gewesen, ob Spiralnebel wie dieser zu unserer eigenen Galaxie, der Milchstraße, gehören oder nicht. Hubble konnte erstmals diesen verschwommenen Nebelfleck in Einzelsterne auflösen und auch einige Cepheiden darunter ausmachen. Die Entfernung, die er daraus erhielt, war um ein Mehrfaches größer als alle Entfernungen, die Astronomen bis dahin gemessen hatten. Damit war gezeigt, dass es sich offensichtlich um eine eigenständige Galaxie, ähnlich wie unsere Milchstraße, handeln musste.

Probleme der Cepheiden-Methode

Leider ist die besagte Annahme der Universalität der Perioden-Leuchtkraft-Beziehung aber doch mit einigen Problemen behaftet. Für präzise Entfernungsbestimmungen muß man eine Anzahl von Einschränkungen und Modifikationen beachten. Im Einzelnen können folgende Probleme auftreten:

1. Die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung (5) ist nicht streng erfüllt, sondern zeigt eine gewisse Streuung, d.h. einzelne Sterne weichen immer ein wenig davon ab. Das verschlechtert die Genauigkeit der bestimmten Entfernungen. Diesem Problem versucht man heute beizukommen, indem man die Farbe der Sterne als zusätzliche Variable in die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung mit einbezieht, insgesamt aber eher nur mit mäßigem Erfolg.

2. Cepheiden insbesondere in fremden Sternsystemen brauchen nicht völlig mit denen übereinzustimmen, die wir in unserer Milchstraßenumgebung vorfinden. Die mit Hilfe der letzteren bestimmten Parameter a und b brauchen nicht allgemein gültig zu sein.

3. Der Gebrauch der einfachen Formel (3) für den Zusammenhang von absoluter Helligkeit und Entfernung ist ebenfalls problematisch, da er die Möglichkeit einer Schwächung (Extinktion) des Sternlichts durch interstellaren Staub ignoriert. Im Einzelfall muss man versuchen, das Ausmaß der Extinktion für das betreffende Objekt abzuschätzen und die scheinbare Helligkeit dafür zusätzlich korrigieren.

Was das zweite der oben genannten Probleme betrifft, so hat sich in der Tat in den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts herausgestellt, dass es verschiedene Arten von Cepheiden gibt. Der deutsch-amerikanische Astronom Walter Baade konnte zeigen, dass die Eigenschaften von Sternen generell sehr stark von ihrer "Metallizität"[2] abhängen. Baade sprach von den Sternen der Population I, wenn sie den hohen Metallgehalt hatten, wie er in der Scheibe der Milchstraße und somit auch in der Sonnenumgebung vorherrscht. Hingegen schienen die Sterne in den Kugelsternhaufen – das sind kleine kugelförmige Sternsysteme, die unsere Milchstraße umkreisen – und die Sterne im Milchstraßenzentrum einen wesentlich geringeren Gehalt an schweren Elementen zu haben. Baade nannte dies die Population II. Cepheiden gab es in beiden Populationen, jedoch konnte Baade zeigen, dass bei denjenigen der Population II die Perioden-Helligkeits-Relation um etwa 1.5 mag zu geringeren Helligkeiten hin verschoben war. Die in den 20er Jahren vorgenommene Kalibrierung der Perioden-Leuchtkraft-Relation war korrekt für Cepheiden der Population II, war aber fälschlich auch für diejenigen der

[2] In der Astronomie hat es sich – zum Entsetzen der Chemiker – eingebürgert, alle chemischen Elemente außer Helium und Wasserstoff als "Metalle" zu bezeichnen. Sterne bestehen in erster Linie aus einem Wasserstoff-Helium-Gemisch. Eine hohe Metallizität bedeutet einen höheren Gehalt an schwereren Elementen, der jedoch im Allgemeinen nicht mehr als ca. 2 Massenprozent ausmacht.

Population I angewendet worden, die dann eine zu geringe Entfernung lieferten. Im Anschluss an Baades Entdeckung mussten daher beinahe alle extragalaktischen Entfernungen auf etwa das Doppelte erhöht werden.

***Aufgabe 10** *Warum wäre Leavitts Entdeckung der Perioden-Leuchtkraft-Beziehung mit Cepheiden aus der Milchstraße nicht ohne weiteres möglich gewesen?*

***Aufgabe 11** *Um die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung (5) umkehren zu können, brauchen wir ebenfalls den Logarithmus (vgl. Aufg. 3):*

$$M = a + b \cdot \lg(P/\mathrm{d}) \tag{7}$$

(Periode P in Tagen d*). Ein Cepheide der scheinbaren Helligkeit $m = 4.51$ mag und einer gemessenen Periode P von 3.15 Tagen ist damit wie weit entfernt?*
Die aus der Perioden-Luminositäts-Relation bestimmte absolute Helligkeit wird mit einem Fehler von etwa 0.3 mag behaftet sein. Welche maximalen bzw. minimalen Entfernungen ergeben sich daraus?

***Aufgabe 12** *Wie weit entfernt ist die Kleine Magellansche Wolke? Nehme dazu an, dass für deren Cepheiden (der Population I) die Beziehung (5) oder (7) mit den dort angegebenen Werten der Konstanten a und b gültig ist, und entnehme einige Cepheiden-Perioden und scheinbare Helligkeiten aus Leavitts Zeichnung (Abb. 5).*

Andere Methoden der Entfernungsbestimmung - Die kosmische Entfernungsleiter

Aufgabe 13 *Mit dem Hubble-Weltraumteleskop kann man Sterne bis herab zu einer scheinbaren Helligkeit von $m = 30$ mag erkennen. Wenn die absolute Helligkeit der leuchtkräftigsten Cepheiden etwa um $M = -5$ mag herum schwankt, was ist dann die maximale Entfernung, die man mit der Cepheiden-Methode noch bestimmen kann?*

Die Cepheiden-Methode ist nur bis zu solchen Entfernungen hin anwendbar, wie man einzelne Cepheiden-Sterne erkennen und ihre Perioden zuverlässig messen kann. Sie hat aber wegen der relativ hohen Genauigkeit, die man damit erreichen, für die Vermessung des Kosmos eine sehr große Bedeutung.

Daneben kennen die Astronomen eine Reihe von Methoden zur Entfernungsbestimmung, deren jede in einem bestimmten Entfernungsbereich verwendet werden kann. In den meisten Fällen handelt es sich um indirekte Methoden, die nur relative Entfernungen liefern ("A ist x-mal weiter weg als B"), und die erst mittels anderer Methoden geeicht werden müssen, so wie wir dies auch bei den Cepheiden gesehen haben. Wirklich absolute Entfernungen liefern im wesentlichen nur die Parallaxen (sofern man den Erdbahnradius schon kennt), die daher die Grundlage jeder kosmischen Entfernungsbestimmung sind. Alle anderen Methoden muss man erst kalibrieren. Dazu hangeln sich die Astronomen sozusagen eine Leiter hinauf, derart dass sie, von den Parallaxen ausgehend, die in jedem Entfernungsbereich zur Verfügung stehenden Methoden jeweils zur Eichung im nächsthöheren Entfernungsbereich nutzen (Abb. 7). Wenn auf einer der Stufen ein systematischer Fehler vorliegt, wie dies etwa bei den Cepheiden bis zu Baades Korrektur der Fall war, so wirkt sich dies auch auf alle darüberliegenden Stufen der Leiter aus, obwohl die Entfernungen dort in diesem Fall gar nicht mittels Cepheiden bestimmt worden waren.

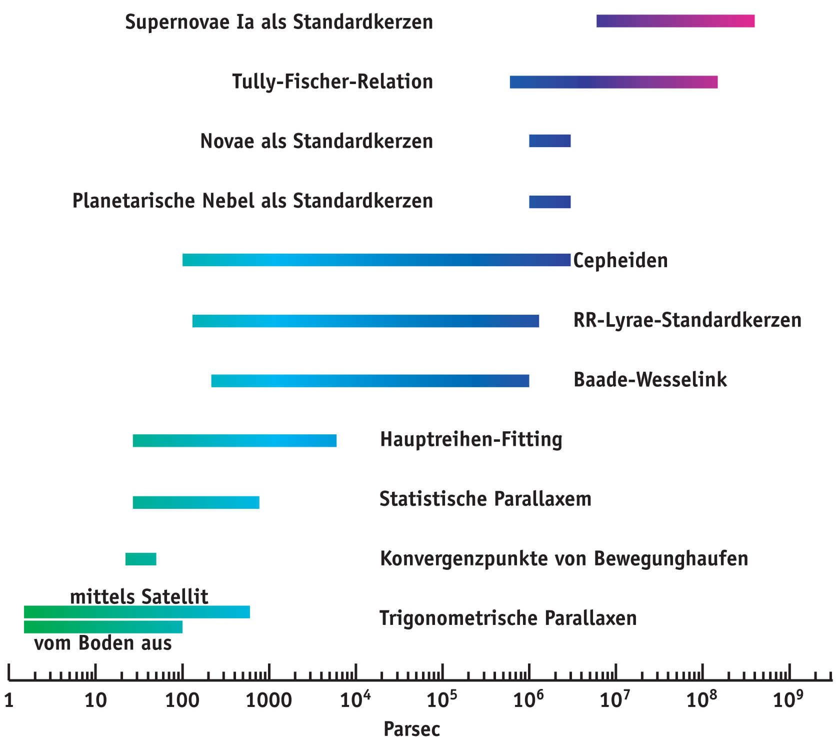


Abbildung 7: Die kosmische Entfernungsleiter. Natürlich ist die Aufzählung bei weitem nicht vollständig.

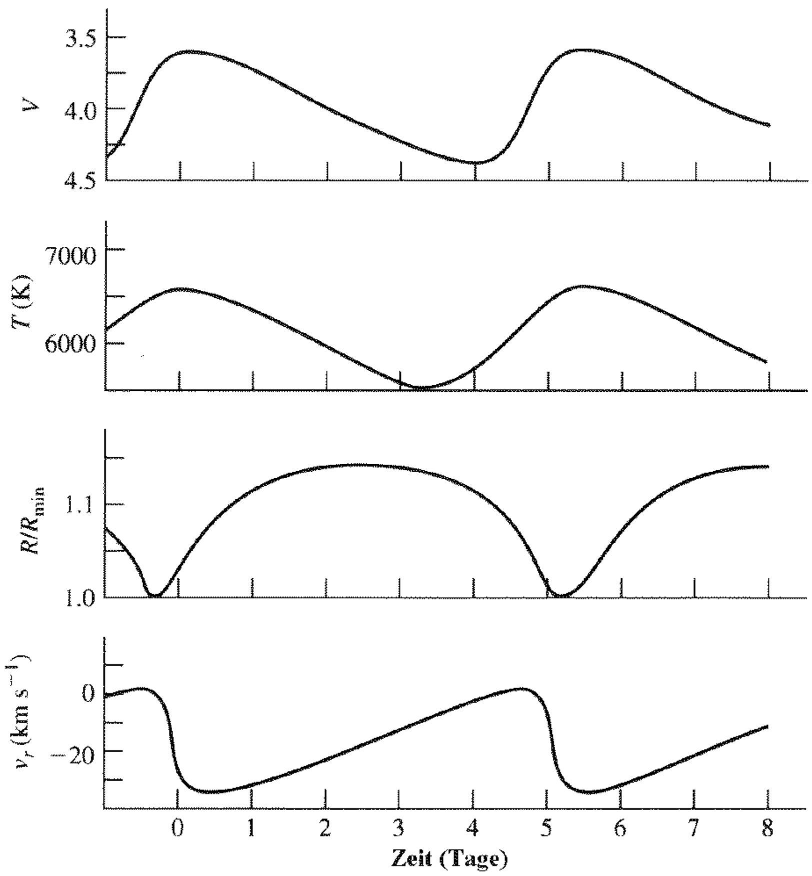
Wir haben bisher die Methoden der geometrischen Parallaxen und der Cepheiden kennengelernt. Einen kurzen Überblick über einige andere Methoden gibt die folgende Tabelle:

Standardkerzen:	Astronomische Objekte, von denen man annimmt, dass sie innerhalb einer engen Schwankungsbreite weitgehend gleiche absolute Helligkeit haben. Daraus kann man dann auf mittlerweile bekannte Weise auf die Entfernung schließen. Als solche Standardkerzen verwendet man bestimmte Sterntypen oder Planetarische Nebel, oder auch Ereignisse wie Novae oder Supernovae, d.h. also das vorübergehend helle Aufleuchten eines Sterns infolge einer Explosion.
Baade-Wesselink-Methoden:	Beruhen darauf, dass es bei manchen veränderlichen Sternen (wie etwa wiederum den Cepheiden) möglich ist, aus bestimmten Beobachtungen den Radius der Sterne zu berechnen. Kennt man den Radius, so kennt man auch die gesamte abstrahlende Fläche, und zusammen mit der über die Farbe des Sterns messbaren Oberflächentemperatur ergibt sich daraus die absolute Helligkeit, und damit wiederum die Entfernung.
Tully-Fisher-Relation:	Spiralgalaxien rotieren um so schneller, je höher ihre Masse und damit ihre Leuchtkraft ist. Die Rotationsgeschwindigkeit ist aber messbar (über Dopplerverschiebungen des Spektrums). Damit kann man wiederum aus einem Vergleich von absoluter und scheinbarer Helligkeit auf die Entfernung schließen. Diese Methode ist auf extragalaktischen Maßstäben anwendbar.

Aufgabe 14 *Angenommen die Unsicherheit in der absoluten Helligkeit einer Standardkerze beträgt ca.* 1 mag. *Welcher Unsicherheit in der damit bestimmten Entfernung entspricht dies?*

Astrophysik der Cepheiden

Helligkeitsveränderungen bei Sternen sind kein seltenes Phänomen. In manchen Fällen beruht die Variabilität nur auf einem Bedeckungseffekt in einem Doppelsternsystem, wenn der Stern von einem dunkleren Partner zeitweise ganz oder teilweise überdeckt wird. Bei den Cepheiden und vielen anderen ist dies aber nicht der Fall, ihre Variabilität scheint "echt" zu sein. Auch von diesen physisch variablen Sternen kennt man noch viele verschiedene Arten, die auf verschiedenen physikalischen Mechanismen beruhen kann. Für die Cepheiden (und eine große Anzahl anderer veränderlicher Sterne) besteht der Mechanismus aber in radialen Pulsationen, d.h. der Radius des Sterns wird abwechselnd größer und kleiner. Dies wissen wir, weil man die Geschwindigkeit messen kann, mit der die Sternoberfläche sich abwechselnd auf uns zu oder von uns weg bewegt. Mit dem Radius verändert sich auch die Helligkeit.



nach Carroll & Ostlie: Modern Astrophysics, Addison-Wesley Pub. 1996

Abbildung 8: Verlauf der Pulsation von Delta Cephei, des Urtyps der Cepheiden. Von oben nach unten: scheinbare visuelle Helligkeit, Oberflächentemperatur, Radius, Geschwindigkeit der Oberfläche in Richtung zum Beobachter.

Cepheiden sind Riesensterne mit einer sehr hohen Leuchtkraft. Sie sind daher weithin sichtbar, was sie besonders nützlich für die Entfernungsmessung macht. Den Verlauf der Pulsation kann man heute im Detail vermessen, Abb. 8 zeigt ein typisches Beispiel. Wie wir sehen, haben die Variationen keineswegs eine einfache Sinusform.

Ursache der Pulsationen

Warum sollte ein Stern pulsieren? Drehen wir die Frage herum und fragen, warum sind Sterne normalerweise stabil? Zunächst einmal sind Sterne ja keine statischen Gebilde, sondern sie “verbrennen” in ihrem Inneren gewisse kleinere Atomkerne zu größeren, wobei Energie frei wird, die schließlich von der Oberfläche des Sterns abgestrahlt wird. Dabei verändert sich die Zusammensetzung des Sterns, und der begrenzte Vorrat an “Brennstoff” bestimmt somit auch die endliche Lebensdauer des Sterns. Allerdings ist diese Lebensdauer normalerweise sehr groß (Millionen bis Milliarden Jahre), so dass man Sterne als stationäre[3] Gebilde auffassen kann, die durch ein Gleichgewicht von Kräften stabil gehalten werden. Der Schwerkraft, die den Stern zu kontrahieren versucht, wirkt die interne Energiefreisetzung entgegen, welche den Stern zu expandieren versucht. Man stelle sich vor, im Innern des Sterns sei eine permanente Wasserstoffbombenexplosion im Gange, deren zerstreuende Wirkung durch das Gewicht des auflastenden Sternmaterials im Zaum gehalten wird.

Der Stern befindet sich also normalerweise in einem Kräftegleichgewicht. Entscheidend ist nun, was bei kleinen Abweichungen vom Gleichgewicht passiert. Wenn etwa der Radius des Sterns etwas kleiner ist, als es dem Gleichgewichtswert entspricht, so würden wir erwarten, dass dann die expandierenden Kräfte etwas übergewichtig werden und den Stern wieder größer werden lassen. (Im gegenteiligen Fall ist der Stern instabil. Dies kann im Lebenszyklus eines Sterns in der Tat vorkommen, es führt dann dazu, dass der Stern entweder explodiert oder zu einem andersartigen Gebilde kontrahiert.) Da diese rücktreibende Bewegung wegen der Massenträgheit über den Gleichgewichtspunkt hinausschießen wird, wird der Stern zunächst etwas größer werden, als es dem Gleichgewicht entspricht. Dadurch wird die Schwerkraft ins Übergewicht geraten und den Stern wieder schrumpfen lassen. Wir sehen, dass es so auf natürliche Weise zu einem Pulsieren des Sterns kommt, in ähnlicher Weise wie ein Pendel ins Schwingen gerät, wenn es aus seiner Gleichgewichtslage heraus angestoßen wird. In den meisten Fällen bleiben derartige Oszillationen sehr klein, so auch bei der Sonne. Welches Ausmaß sie annehmen, hängt von der genauen Natur der rücktreibenden Kräfte ab, die der Auslenkung aus dem Gleichgewicht entgegenwirken.

Für die rücktreibenden Kräfte haben die Astrophysiker zwei unterschiedliche Mechanismen in Betracht gezogen; sie sprechen vom Epsilon- oder Kappa-Mechanismus, je nachdem ob die treibende physikalische Größe die Energieerzeugungsrate ϵ (epsilon) oder die Opazität (Undurchsichtigkeit) κ (kappa) der Sternmaterie ist. Der Epsilon-Mechanismus ist ziemlich einfach zu verstehen: Die Kernverschmelzungsreaktionen im Sterninneren werden mit um so höherer Intensität ablaufen, je höher Temperatur und Druck dort sind. Eine Kontraktion des Sterns führt natürlich zu Verdichtung und Aufheizung, wird also die Energieerzeugungsrate erhöhen und damit die expansiven Kräfte verstärken (Abb. 9). Die Pulsationen in den bekannten Typen von veränderlichen Sternen scheinen aber nicht auf diese Weise verursacht zu werden. Es ist nicht abschließend geklärt, ob der Epsilon-Mechanismus bei irgendeiner Sorte der bekannten variablen Sterne relevant ist.

Für den zweiten Mechanismus müssen wir etwas ausholen. Die im Innern des Sterns erzeugte Energie entweicht in Form von energiereicher Gammastrahlung nach außen, jedoch ist dies nicht ungehindert möglich. In der dichten Sternmaterie wird die Strahlung vielfach gestreut, so dass der Weg nach außen eher einem Irrweg mit vielen Richtungswechseln gleicht. Im Falle der Sonne etwa ergibt sich daraus eine derartige Verzögerung, dass die Energie des Lichts, das in jedem Augenblick

[3]Man beachte den Gebrauch der Begriffe “statisch” und “stationär” in der Physik: statisch ist z.B. das Gleichgewicht zwischen den Armen einer austarierten Waage. Stationär hingegen wäre etwa der Pegelstand in einem Wasserreservoir, in dem ein ständiger Abfluss von Wasser in jedem Augenblick durch entsprechende Zuflüsse ausgeglichen wird.

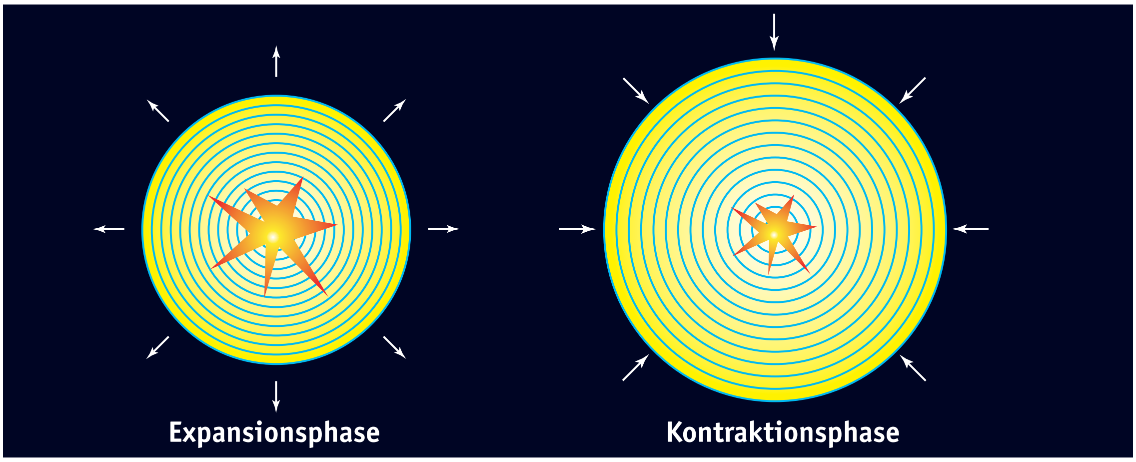


Abbildung 9: Schema zum Epsilon-Mechanismus: Die Pulsationen umfassen den gesamten Stern und lassen die Energieerzeugungsrate variieren.

von der Sonnenoberfläche abgestrahlt wird und etwa 8.3 Minuten später die Erde erreicht, im Mittel schon rund 100 Jahre vorher durch die Kernreaktionen im Sonnenzentrum freigesetzt wurde. Diese Eigenschaft der Sternmaterie, dass Gammastrahlung sie nicht ungehindert durchdringen kann, nennt man ihre Undurchsichtigkeit oder *Opazität*; man bezeichnet sie meist mit dem Symbol κ. Die Opazität ist nun wiederum keineswegs konstant, sondern hängt vom Zustand (d.h. Druck, Temperatur) der Sternmaterie ab, ebenso von der Wellenlänge der betreffenden Strahlung.

Pulsationen können entstehen, wenn die Opazität mit zunehmender Temperatur des Materials zunimmt. Wenn dann nämlich eine Schicht aus der Hülle des Sterns sich einwärts Richtung Zentrum bewegt, so wird sie durch die Aufheizung, die sie dabei zwangsläufig erleidet, stärker opak für die Strahlung, die sich infolgedessen unterhalb der Schicht staut. Letztendlich bewirkt der Druck der aufgestauten Strahlung, dass sich die Schicht wieder nach außen bewegen wird, dabei dehnt sie sich aber aus und wird kühler, daher transparenter. Die darunter angestaute Strahlung kann dann plötzlich entweichen, mit dem Effekt, dass die Schicht nun wieder zu wenig Druck von unten fühlt und wieder zum Zentrum zu fallen beginnt. Im Endeffekt hat dieses Verhalten großeÄhnlichkeit mit einer Dampfmaschine, wobei die Opazität die Rolle eines Ventils spielt, und die Strahlung die des Dampfes.

Damit dies so funktioniert, ist es wie gesagt notwendig, dass die Opazität mit der Temperatur größer wird, und wir müssen nun noch untersuchen unter welchen Bedingungen dies vorkommt. Dazu müssen wir uns etwas näher mit dem Sternmaterial befassen. Sterne bestehen aus Gas, das sich, wie praktisch alle kosmische Materie, zu rund 3/4 seiner Masse aus Wasserstoff und 1/4 aus Helium zusammensetzt[4]. Dies sind die beiden leichtesten Elementen, die in diesem Verhältnis aus dem Urknall hervorgegangen sind. Alle höheren Elemente sind im Kosmos nur in kleinen Beimischungen vorhanden.Das Wasserstoff-Helium-Gemisch der Sterne liegt bei den dort herrschenden hohen Temperaturen völlig anders vor als in der uns vertrauten Umwelt, nämlich nicht in Form neutraler Atome, sondern als ionisiertes “Plasma”. Das heißt, die Elektronen haben ihre Bindung an die Atomkerne verloren und beide, Elektronen wie Kerne, bewegen sich mehr oder weniger frei durcheinander. Diese so genannte Ionisation der Materie muss aber nicht immer ganz vollständig sein. Dies gilt insbesondere für das Helium, und darin liegt dessen entscheidende Bedeutung für das Zustandekommen der Pulsationen.

[4]Dies gilt zumindest für die Außenbereiche des Sterns, für die wir uns im weiteren interessieren. Im Sterninneren werden diese Zahlenverhältnisse durch die Kernfusionsprozesse verändert.

In den äußeren Sternregionen kommen neben den He^{2+}-Ionen (das sind die nackten Heliumkerne, die beide Elektronen verloren haben, also vollständig ionisiert sind) auch He^{+}-Ionen (das ist ein Helium-Atom, das nur eines seiner beiden Elektronen abgegeben hat) vor. Bei steigender Temperatur nimmt deren Anzahl zugunsten der vollständig ionisierten ab, die Zahl der freien Elektronen wird damit höher. Die Undurchsichtigkeit der Sternmaterie für die Strahlung setzt sich aus verschiedenen Komponenten zusammen, jedoch wird sie meist von Streuvorgängen an den freien Elektronen dominiert. Eine Erhöhung der Anzahl der freien Elektronen wird daher eine Zunahme der Opazität bewirken. Dies ist ein durchaus ungewöhnliches Verhalten, denn die Wechselwirkung zwischen der Strahlung und den freien Elektronen an und für sich verläuft bei höherer Temperatur weniger effektiv, so dass normalerweise (d.h. ohne Veränderung der Elektronenanzahl) die Opazität bei steigender Temperatur abnehmen wird. Die zur Entstehung der Pulsationen günstige unvollständige Ionisation des Heliums

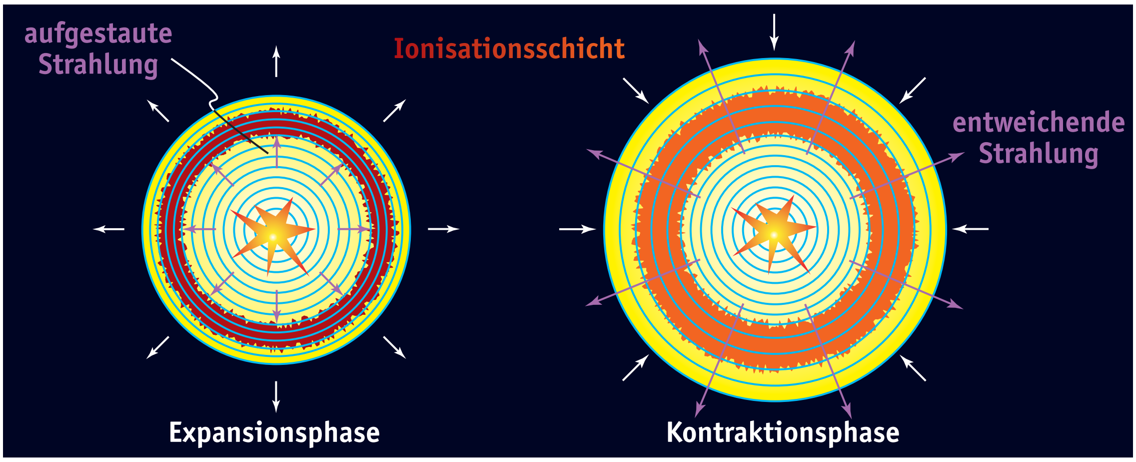


Abbildung 10: Der Kappa-Mechanismus: Die Pulsationen der Cepheiden rühren von einer Ionisationsschicht (*rot*) unter der Oberfläche her, durch die Strahlung zeitweise aufgestaut werden kann Die inneren Schichten des Sterns werden von den Schwingungen nicht erfasst. (Schema; nicht maßstabsgerecht)

liegt in einer Schicht in einer gewissen Tiefe unter der Oberfläche des Sterns vor. Die Pulsationen entstehen in dieser Schicht und umfassen auch die weiter außerhalb gelegenen Teile des Sterns, während sein Zentrum nicht daran teilnimmt (Abb. 10). Wenn die fragliche Schicht zu nahe an der Oberfläche liegt, wie dies bei sehr heißen Sternen der Fall sein wird, werden keine Pulsationen größeren Ausmaßes mehr entstehen; die Dichte der oberflächennahen Schichten ist sehr gering und es wird nicht mehr genügend Masse in der pulsationstreibenden Schicht vorhanden sein. Auch bei zu kühlen Sternen gibt es keine Pulsationen mehr. Zwar sind in diesem Fall noch nicht alle Einzelheiten geklärt, es steht aber fest, dass mit abnehmender Oberflächentemperatur des Sterns die Helium-Ionisationsschicht in größerer Tiefe zu liegen kommt, andererseits aber in den äußeren Bereichen des Sterns Konvektion einsetzt. Das heißt, dort gibt es keine ungestört gelagerten Schichten mehr, in denen die Energie nur durch Strahlung nach außen transportiert wird, sondern es wird Material auf- und abtransportiert wie in einer kochenden Suppe. Dadurch wird die Energie sehr viel effektiver nach außen abgeführt und man vermutet, dass dies die Entstehung von Pulsationen unterbindet. Somit treten die Pulsationen gerade in einem eng umgrenzten Temperaturbereich (*Instabilitätsstreifen*) auf, und die Cepheiden liegen gerade in diesem Bereich.

Warum gilt eine Perioden-Leuchtkraft-Beziehung?

Schließlich wollen wir plausibel machen, dass die Pulsationen einer Perioden-Leuchtkraft-Beziehung gehorchen, wir müssen uns dabei aber auf reine Größenordnungs- und Proportionalitätsargumente beschränken. Es ist gerechtfertigt, die Pulsationen als eine Art stehende Schallwelle aufzufassen, ihre Periode sollte darum von derselben Größenordnung sein wie die Zeit, die eine Schallwelle braucht um den Stern zu durchqueren. Somit setzen wir für die Periode $P \approx R/c_s$ mit der adiabatischen Schallgeschwindigkeit $c_s \sim \sqrt{p/\rho}$. Wir ersetzen die Dichte ρ durch einen groben Mittelwert wie $\bar{\rho} = \frac{\mathcal{M}}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, wobei $\mathcal{M}$ die Gesamtmasse des Sterns bezeichnet. Ebenso grob schreiben wir für den mittleren Druck $\bar{p}$ im Sterninnern:

$$\bar{p} \sim \bar{\rho}^2 R^2 \tag{8}$$

und erhalten damit für die Periode P:

$$P \approx \frac{R}{c_s} \sim \frac{R}{\sqrt{\bar{\rho} R^2}} \sim \frac{1}{\sqrt{\bar{\rho}}} \tag{9}$$

***Aufgabe 15** *Begründe Gleichung (8). Zerlege dazu den Stern gedanklich in zwei Halbkugeln mit jeweils der Hälfte der Gesamtmasse $\mathcal{M}$ und berechne die Gravitationskraft, mit der diese beiden sich anziehen, wenn ihre Mittelpunkte einen Abstand R voneinander hätten (was näherungsweise stimmt). Ein Maß für den mittleren Druck $\bar{p}$ im Sterninnern kann man nun dadurch gewinnen, dass man diese Anziehungskraft gleichmäßig auf die Kontaktfläche der beiden Halbkugeln verteilt. Ersetze schließlich die Sternmasse $\mathcal{M}$ durch die mittlere Dichte $\bar{\rho} = \frac{\mathcal{M}}{\frac{4}{3}\pi R^3}$.*

Wenn wir annehmen, dass sich bei den Pulsationen in erster Linie nur der Radius des Sterns, nicht aber seine Oberflächentemperatur ändert, so wird die gesamte Energieausstrahlung des Sterns, also die oben definierte Leuchtkraft L, sich verändern wie die abstrahlende Oberfläche $4\pi R^2$, also $L \sim R^2$. R können wir aber mit der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ und somit mit der Pulsationsperiode P in Beziehung setzen, im einzelnen:

$$P \sim (\bar{\rho})^{-1/2} \sim \left(R^{-3}\right)^{-1/2} \sim R^{3/2} \sim L^{3/4} \tag{10}$$

Verwenden wir schließlich noch den Zusammenhang (2) zwischen Leuchtkraft L und absoluter Helligkeit M, so erhalten wir

$$P \sim \left(10^{-\frac{2}{5}M}\right)^{\frac{3}{4}} \sim 10^{-\frac{3}{10}M} \tag{11}$$

Also in der Tat eine Perioden-Helligkeits-Beziehung der Form $P = \text{const} \cdot 10^{M/b}$ wie in Gleichung (5), mit der Vorhersage $b = -10/3$ mag, was angesichts der Grobheit unserer Argumente keine schlechte Näherung für den beobachteten Wert von rund -2.8 mag ist.

Zusammenfassung

- Die Bestimmung von Entfernungen astronomischer Objekte ist eine zentrale, jedoch nicht leichte Aufgabe. Als Entfernungseinheit wird meist das *Parsec* verwendet.

- Helligkeiten werden in der Astronomie in so genannten *Größenklassen* angegeben. Man unterscheidet die *scheinbare Helligkeit* m, mit der das Objekt am Himmel erscheint, von einer *absoluten Helligkeit* M, die der scheinbaren Helligkeit in einer bestimmten Standardentfernung entspricht, und die die intrinsische Helligkeit des Objekts angibt. Kennt man die absolute Helligkeit eines Objekts, so kennt man im Allgemeinen auch seine Entfernung.

- Für nahe Objekte kann man die Entfernung mit Hilfe von jahreszeitlichen *Parallaxen* bestimmen.

- *Cepheiden* sind eine bestimmte Art von Veränderlichen Sternen, deren Helligkeit periodisch schwankt. Die Periodendauer ist von Stern zu Stern verschieden und ist offenbar um so größer, je größer die (über die Schwankung gemittelte) absolute Helligkeit des Cepheiden ist.
  Messung der Periode ermöglicht somit eine Entfernungsbestimmung, da man daraus auf die absolute Helligkeit schließen kann. Cepheiden sind insofern besonders nützlich, als es sich um sehr helle Sterne handelt, die weithin sichtbar sind, auch in benachbarten Sternsystemen.

- In den 1950ern hat man herausgefunden, dass sich die Cepheiden in metallreichem Milieu (d.h. mit hohem Gehalt an schweren Elementen) von denen in metallarmen Verhältnissen unterscheiden, insbesondere ist ihre Perioden-Leuchtkraft-Relation in der Helligkeit nach unten verschoben. Als Konsequenz dieser Entdeckung mussten damals nahezu alle Entfernungsangaben außerhalb des Milchstraßensystems auf mehr als das Doppelte erhöht werden.

- Die Cepheiden-Methode ist eine unter vielen Methoden zur Entfernungsbestimmung, deren jede in einem bestimmten Entfernungsbereich anwendbar ist. Die meisten dieser Methoden benötigen Eichungen, um absolute Entfernungswerte liefern zu können, und diese erfolgen üblicherweise über andere Methoden aus einem weniger weiten Entfernungsbereich, so dass sich eine aufeinander aufbauende "Leiter" ergibt.

- Die Variabilität der Cepheiden beruht darauf, dass der Stern radial pulsiert. Dies kommt dadurch zustande, dass infolge der unvollständigen Ionisation des Heliums in den äußeren Sternschichten die Undurchsichtigkeit (*Opazität*) der Sternmaterie für Gammastrahlung dort mit der Temperatur zunehmen und dadurch wie ein Ventil wirken kann (*Kappa-Mechanismus*). So können Oszillationen in den äußeren Sternschichten hervorgerufen werden.Pulsationen aufgrund des Kappa-Mechanismus kommen bei einer Reihe von veränderlichen Sternen vor.

- Dass Pulsationen nach dem Kappa-Mechanismus zu einer Perioden-Leuchtkraft-Beziehung führen sollten, kann mit einer halbquantitativen Argumentation nachvollzogen werden.

Literatur

Weblinks:

- http://www.bav-astro.de/: Bundesdeutsche Arbeitsgemeinschaft für Veränderliche Sterne e.V. (BAV)
  – Wer selber als Amateurastronom Beobachtungen von Veränderlichen Sternen machen möchte, kann sich hier anschließen. Viele Beobachtungsdaten stehen zum Download zur Verfügung.

- http://helios.astro.lsa.umich.edu/Course/MMSS/Interactive/exercises.htm
  – Sehr schön gemachte pädagogische Website zum Thema astronomische Entfernungsbestimmung, in englischer Sprache.

- http://www.institute-of-brilliant-failures.com/
  – Historisch orientierte Website zur Entfernungsbestimmung mit Cepheiden, in englischer Sprache.

- http://www.physics.ucla.edu/∼cwp/articles/leavitt/leavitt.note.html
  – Die Originalveröffentlichung von Edward C. Pickering zu Leavitts Entdeckung der Perioden-Helligkeits-Relation im Netz.

- http://www.astro.ucla.edu/∼wright/distance.htm
  – Pädagogische Website zu Entfernungsbestimmung; kurzgefasste Erklärungen zu einer Vielzahl von Methoden. Englische Sprache.

Tipps zum weiteren Lesen:

- Freedman, W.: Das expandierende Universum, Spektrum der Wissenschaft, 06/2003, S. 46
  – Diskussion der kosmischen Entfernungsleiter und ihrer Implikationen

- Kippenhahn, R.: Dieselmotor und Orgelpfeife, SuW, 02/2003, S. 40
  – Weiteres zu Pulsationsmechanismen, insbesondere zum Epsilon-Mechanismus

- Bastian, U.: Vermessung des Sternenhimmels durch Hipparcos, Spektrum der Wissenschaft, 02/2000, S. 42
  – Bericht über die HIPPARCOS-Mission: Parallaxenmessung vom Satelliten aus

Verwendete Literatur:

- Binney, J. & Merrifield, M.: Galactic Astronomy, Princeton University Press, Princeton 1998

- Bowers, R. & Deeming, T.: Astrophysics I – Stars, Jones and Bartlett, Boston 1984

- Carrol, B.W. & Ostlie, D.A.: An Introduction to Modern Astrophysics, Addison-Wesley, Reading 1996

- Rowan-Robinson, M.: The Cosmological Distance Ladder, W.H. Freeman, New York 1985

- Unsöld, A. & Baschek, B.: Der Neue Kosmos, Springer, Berlin Heidelberg New York 1999

Lösungen der Aufgaben

1 Es ist $\sin(1'') \approx \frac{2\pi}{360\cdot3600}$ (Für sehr kleine Winkel ist der Sinus ungefähr gleich dem Winkel selber, im Bogenmaß). In dem Dreieck von Abb. 1 ist dann 1 pc $= \frac{1\mathrm{AE}}{\sin(1'')} \approx 3.09 \cdot 10^6$ km.

2 Anwendung von Formel (3) ergibt rund 0.58 pc. Vergleiche mit der Entfernung des Sirius von 2.7 pc, der offenbar absolut sehr viel heller als die Sonne ist.

3 Anwendung von Formel (4) ergibt $M \approx 1.4$ mag. Nach Formel (2) ist die Leuchtkraft des Sirius damit etwa 21.8 mal höher diejenige der Sonne.

4 Kombination von Gleichung (1) mit der in dem Hinweis gegebenen Beziehung ergibt:

$$\frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{f_1}{f_2} = 10^{-0.4\cdot(m_1-m_2)/\mathrm{mag}}$$

Setzen wir $d_1 = 10$ pc als die besagte Standardentfernung, und schreiben wir dementsprechend $m_1 = M$, $d_2 = d$, $m_2 = m$, so lautet dies

$$\left(\frac{d}{10\ \mathrm{pc}}\right)^2 = 10^{0.4\cdot(m-M)/\mathrm{mag}}$$

oder

$$d = 10^{1+0.2\cdot(m-M)/\mathrm{mag}}\mathrm{pc}$$

5 Die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung ist in den 4 Punkten sicher als Trend erkennbar, jedoch zeigt sich auch schon eine gewisse Streuung.

6 Die zu erwartende Lichtkurve zeigt Abbildung 8, die Periode beträgt 5.366 Tage.

7 Heller ist immer derjenige Stern mit der (im mathematischen Sinn) kleineren Magnitude, also der mit $M = -2$ mag. Für die Pulsationsperiode des zweiten würde man erwarten: $P_2 \approx 0.44^{(M_2-M_1)/\mathrm{mag}} \cdot P_1 \approx 0.44^2 \cdot 67$ Tage ≈ 13 Tage.

8 $\dfrac{P_1}{P_2} = 10^{\frac{M_1-a}{b}} \cdot 10^{-\frac{M_2-a}{b}} = 10^{\frac{(M_1-a)-(M_2-a)}{b}} = 10^{-\frac{M_1-M_2}{b}}$
Der Wert 0,44 ergibt sich als $10^{-1/b}$ mit dem angegebenen Wert für b.

9 Der rechte Teil von Leavitts Abbildung zeigt genau die Auftragung, die wir brauchen, d.h. die horizontal aufgetragenen Zahlen x sind $x = (M-a)/b$ oder $M = a + b\cdot x$. Das gesuchte b ist also gerade die Steigung der eingezeichneten Geraden. Die untere Gerade geht beispielsweise ungefähr durch die Punktepaare $(0.4; 16)$ und $(1.8; 13)$, damit erhält man eine Steigung von $(13-16)/(1.8-0.4) \approx -2.14$. Man sollte dies vielleicht für mehrere solcher Punktepaare durchführen und den Mittelwert bilden. Es ergibt sich $b \approx -2.1$ mag.

10 Leavitt kannte zwar keine Entfernungen, doch konnte sie davon ausgehen, dass alle Cepheiden in der SMC weitgehend gleich weit entfernt waren, da der Durchmesser der SMC im Vergleich zu ihrer Entfernung klein sein sollte. Deshalb waren alle scheinbaren Helligkeiten gegenüber den absoluten nur um einen für alle Sterne gleichen Betrag verschoben. In der Milchstraße wären die Entfernungen sehr unterschiedlich, und man kann die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung nur finden, wenn man diese Entfernungen alle schon kennt und so von den scheinbaren auf die absoluten Helligkeiten umrechnen kann.

11 Aus der angegebenen Formel (7) erhält man eine absolute Helligkeit M von rund -2.74 mag. Formel (3) liefert damit etwa 281 pc, oder 917 Lichtjahre.
Rechnet man stattdessen mit $M = (-2.74 \pm 0.3)$ mag, so ergeben sich 245 bzw. 323 pc.

12 Natürlich braucht man die Umkehrformel (7), man kann $\lg P$ aber direkt aus dem rechten Teil von Abbildung 5 entnehmen. Da die Abbildung zwei Kurven, jeweils für Minimum und Maximum der Helligkeit, zeigt, muss man zum Ablesen einer scheinbaren Helligkeit m einen geeigneten Mittelwert zwischen diesen beiden wählen. Nimmt man etwa das Wertepaar $\lg P = 1.8$, $m = 12.5$ mag, so erhält man eine absolute Helligkeit $M = (-2.78\,\mathrm{mag}) \cdot 1.8 - 1.35\,\mathrm{mag} = -6.35$ mag, und damit aus Formel (3) eine Entfernung von rund 59 000 pc. Heutige Literaturwerte für die Entfernung der SMC bewegen sich im Bereich von 50 000 bis 70 000 pc.

13 Anwendung von Formel (3) ergibt 10^8 pc oder 100 Mpc (Megaparsec $= 10^6$ pc). In der Praxis reichen die mit Hubble erzielten weitesten Entfernungsbestimmungen derzeit bis zu knapp einem Drittel dieses Wertes.

14 Wenn man M in Gleichung (3) durch $M \pm \Delta M$ ersetzt, so wirkt sich dies auf d in Form eines Faktors $10^{\pm \Delta M / 5\,\mathrm{mag}}$ aus. Für $\Delta M = 1$ mag ist dies ≈ 1.58 bzw. 0.63. Die wahre Entfernung kann also um bis zu 58 % höher oder um 37 % niedriger sein.

15 Die gravitative Anziehung der Halbkugeln ist nach dem Newton'schen Gesetz

$$F_{\mathrm{grav}} = G \cdot \frac{\frac{\mathcal{M}}{2} \cdot \frac{\mathcal{M}}{2}}{R^2}$$

Verteilt auf die Querschnittsfläche πR^2 ergibt dies einen Druck von

$$\bar{p} = \frac{G\mathcal{M}^2}{4\pi R^4}$$

Einsetzen von $\mathcal{M} = 4\pi\bar{\rho}R^3/3$ und Weglassen aller Konstanten ergibt Gleichung (8).