Lösungen:

a) Nach $\frac{T_K^2}{T_E^2}=\frac{a_K^3}{a_E^3}$ ist $T_K=\sqrt{\frac{a_K^3\cdot T_E^2}{a_E^3}}=\sqrt{\frac{(3{,}468AE)^3\cdot 1Jahr^2}{1AE^3}}=\underline{\underline{6{,}46Jahre}}$

b) Ein vier Gramm leichter Körper wird auf der Erdoberfläche mit einer Kraft von $F=m\cdot g=0{,}004kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}=0{,}03924N$ angezogen. Das ist die zwischen Philae mit der Masse $m_{Ph}=100kg$ und dem Kometen der Masse m_K wirkende Gravitation $F=\frac{m_K\cdot m_{Ph}}{R_K^2}$.

Daraus folgt $m_K=\frac{F\cdot R_K^2}{G\cdot m_S}=\frac{0{,}03924N\cdot(2000m)^2}{6{,}67\cdot 10^{-11}m^3kg^{-1}s^{-1}\cdot 100kg}=\underline{\underline{2{,}35\cdot 10^{13}kg}}$,

$V_K=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_K^3=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(2000m)^3=3{,}35\cdot 10^{10}m^3$ und $\rho_K=\frac{m_K}{V_K}=\frac{2{,}35\cdot 10^{13}kg}{3{,}35\cdot 10^{10}m^3}=\underline{\underline{0{,}70\frac{g}{cm^3}}}$

c) Rosetta umläuft den Kometenkern auf einer Ellipse mit der große Bahnhalbachse $a_{\max}=R_K+10km=12km$ und der kleinen Bahnhalbachse $a_{\min}=R_K+1km=3km$.
Der mittlere Abstand ist als arithmetisches Mittel dieser Werte dann $a=7{,}5km$.

Mit dem dritten keplerschen Gesetz der Form $\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G\cdot m_K}$ erhält man

$T^2=\frac{4\pi^2\cdot a^3}{G\cdot m_K}=\frac{4\pi^2\cdot(7500m)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}m^3kg^{-1}s^{-2}\cdot 2{,}35\cdot 10^{13}kg}=3{,}38\cdot 10^9 s^2$ und somit $T=58157s=\underline{\underline{16{,}15h}}$.

d) Der Kern des Kometen 67P/Tschurjumow-Gerasimenko besitzt die Fluchtgeschwindigkeit $v_F=\sqrt{\frac{2Gm_K}{R_K}}=\sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}m^3kg^{-1}s^{-2}\cdot 2{,}35\cdot 10^{13}kg}{2000m}}=\underline{\underline{1{,}25\frac{m}{s}}}$.
Das ist die Geschwindigkeit eines Fußgängers. Sie reichte aus, um den Kern zu verlassen. Ein Sprint ist nicht erforderlich.

e) Bei formgleichen Körpern stehen einander entsprechende Strecken im Verhältnis des Vergrößerungsfaktors, der hier 20 ist. Flächeninhalte verhalten sich wie das Quadrat, Volumina wie der Kubus des Vergrößerungsfaktors. Daraus ergibt sich für Lutetia der <u>400-fache Oberflächeninhalt</u> gegenüber Steins. Weil Lutetia das 8000-fache Volumen besitzt, hat sie bei gleicher Dichte auch die <u>8000-fache Masse</u>. Die Fallbeschleunigung auf Steins Oberfläche gewinnt man aus der Gleichheit von Gewicht und Gravitation eines dort befindlichen Körpers der Masse m: $m\cdot g_{St}=G\cdot\frac{m_{St}\cdot m}{R_{St}^2}$, d.h. $g_{St}=G\cdot\frac{m_{St}}{R_{St}^2}$.
Für die 8000-fache Masse und den 20-fachen Radius ergibt sich bei Lutetia
$g_{Lu}=G\cdot\frac{8000\cdot m_{St}}{(20\cdot R_{St})^2}=\frac{8000}{400}\cdot G\cdot\frac{m_{St}}{R_{St}^2}=20\cdot g_{St}$.
Gegenüber Steins herrscht auf Lutetia die <u>20-fache Fallbeschleunigung</u>.

f) Die Leistung ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung von der Sonne.
Mit $\frac{P_E}{P_{3,4}}=\frac{r_{3,4}^2}{r_E^2}$ ist $P_E=\frac{P_{3,4}\cdot(3{,}4AE)^2}{1AE^2}=\underline{\underline{9826W}}$ bzw. $P_E=\frac{P_{5,25}\cdot(5{,}25AE)^2}{1AE^2}=\underline{\underline{10887W}}$.
Beide Ergebnisse können als richtig gelten. In Wirklichkeit bringen die Zellen im Erdumlauf aber etwas weniger als 9826W, weil sie für großen Sonnenabstand (Jupiterentfernung) optimiert sind. Deshalb gilt die o.g. Proportionalität nur näherungsweise.