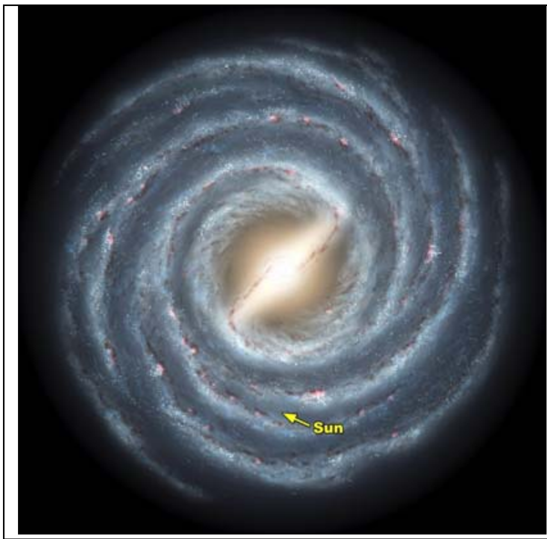
Rotationskurve einer Spiralgalaxie

Joachim Wallasch

Fritz Zwicky postulierte bereits in den 30-er Jahren des 20. Jahrhunderts die Existenz unsichtbarer Materie, um die beobachtete Stabilität von Galaxienhaufen erklären zu können. Vera Rubins Untersuchungen der Rotation einzelner Galaxien in den 60-er Jahren führten zu demselben Schluss.
Der folgende Beitrag zeigt Möglichkeiten auf, einfache grundlegende Ideen, die zu der Vorstellung der Existenz der Dunklen Materie führten, quantitativ nachzuvollziehen.
Allerdings ist zu beachten, dass die Existenz der Dunklen Materie nicht unumstritten ist: Aktuelle Untersuchungen der Bewegungen der Galaxien der Lokalen Gruppe erfordern zu ihrer Interpretation keine Dunkle Materie.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Kosmologie	Galaxien, Dunkle Materie
Physik	Mechanik	Gravitation, Kreisbewegung, Dopplereffekt
Fächerverknüpfung	Astro-Mathematik	Integralrechnung, Symmetriebetrachtung
Lehre allgemein	Kompetenzen, Unterrichtsmittel	Fachwissenskompetenz, Lesekompetenz, Bilder auswerten, Erkenntnisgewinnungskompetenz (Gedankenexperiment)



Das aktuellste Computerbild unserer Galaxis.

Aus 800.000 Bildern eines die Erde umkreisenden Satelliten (!) wurden die Daten von rund 110.000.000 Sterne ausgewählt, um die Struktur des „Milchstraßensystems“ zu gewinnen. Überraschend war die Erkenntnis, dass unser Spiralnebel eine sog. „Balkenspirale“ ist.

Der Durchmesser wird auf ca. 120.000 Lichtjahre geschätzt; das Sonnensystem ist ca. 25.000 Lichtjahre vom galaktischen Zentrum entfernt. Die Masse des Systems beinhaltet ca. 200 Milliarden Sonnenmassen. Sollte es Dunkle Materie tatsächlich geben, so würde sie noch einen wesentlich größeren Raum einnehmen als das im Optischen sichtbare System.

Eine Spiralgalaxie von der Kante her gesehen.

Deutlich tritt die in der Scheibenebene vorhandene Schicht aus interstellarem Gas und Staub hervor; die Dicke der Scheibe ist mit rund 100 Lichtjahren nur ca. 1 Promille des durch Sterne markierten Spiralnebeldurchmessers.

1. Aufgabe: Informieren Sie sich über die grundsätzliche Struktur einer so genannten Scheibengalaxie, und diskutieren Sie im Hinblick auf die Gravitationskräfte ein möglichst einfaches Modell!

Zu. 1. Von der Seite her gesehen ähneln Spiralgalaxien einem stark abgeflachten Diskus: Im Zentrum existiert eine näherungsweise kugelförmige Konzentration von Sternen, umgeben von einer im Vergleich zur radialen Ausdehnung extrem flachen scheibenähnlichen Anordnung von Sternen, Gas und Staub. Zusätzlich ist zu beachten, dass Scheibengalaxien von einem kugelförmigen Halo von so genannten Kugelsternhaufen umgeben sind, die im Wesentlichen aus sehr alten Sternen bestehen. Durch die Bestimmung der Entfernungen solcher Kugelsternhaufen unserer Milchstraße konnte Harlow Shapley als Erster die Position des galaktischen Zentrums bestimmen.

Zur näherungsweisen Beschreibung der Gravitationskraft einer solchen Spiralgalaxie kann man mit einem stark vereinfachten Modell beginnen: eine Kugel ist von einer Scheibe konstanter Höhe und homogener Massenverteilung, also konstanter mittlerer Dichte umgeben. Die gesamte Gravitationskraft auf ein punktförmiges Objekt ist in dieser Näherung die Summe der Gravitationskraft der zentralen Kugelmasse und der von der Scheibe bewirkten Gravitationskraft.

2. Aufgabe: Diskutieren Sie qualitativ und quantitativ die grundlegende Methode, um Rotationskurven von Galaxien auszumessen!

Zu 2. Die Rotationskurve einer Spiralgalaxie beschreibt die Geschwindigkeit v_{rot} eines einzelnen Objekts in Abhängigkeit vom Abstand r vom Schwerezentrum aller Teilmassen des Systems. Geschwindigkeiten kosmischer Objekte können einzig und allein durch die Dopplerverschiebung der Spektrallinien des vom Objekt abgestrahlten Lichtes bestimmt werden.
Die radiale Geschwindigkeit eines Objekts relativ zum Beobachter auf der Erde ist im nichtrelativistischen Fall direkt proportional zur Wellenlängenverschiebung einer Spektrallinie (Doppler-Gesetz).

3. Aufgabe: Diskutieren Sie auf der Grundlage des Artikels „Das dunkle Universum“, welche Objekte überhaupt für die Bestimmung von Rotationskurven untersucht werden können!

Zu 3. Als Objekte in einer Spiralgalaxie können ein einzelner Stern, ein Kugelsternhaufen, eine relativ isolierte Wolke aus interstellarem Wasserstoffgas oder sogar eine Zwerggalaxie betrachtet werden. Entscheidend ist nur, die Bewegungen des Schwerezentrums des jeweiligen Objekts in Bezug auf das Zentrum der Galaxie zu betrachten.
In extragalaktischen Systemen können einzelne Cepheiden an Hand ihres charakteristischen Lichtwechsels identifiziert werden, und damit kann die Entfernung ihrer Galaxie zur Erde bestimmt werden. Die Relativbewegung eines extragalaktischen Systems in Bezug auf unser Milchstraßensystem (mit der Erde) ergibt sich aus einer entsprechenden Verschiebung der Spektrallinien in Bezug auf die im Labor auf der Erde zu messenden Wellenlängen. Um die Rotationsgeschwindigkeit eines Objekts in Bezug auf das Zentrum der eigenen Galaxis zu bestimmen, muss im Spektrum eine entsprechende **zusätzliche** Verschiebung der Spektrallinien erkannt werden können. Dazu muss das Objekt aber hell genug sein, um sein Spektrum über die riesigen Distanzen hinweg überhaupt auflösen zu können!

4. Aufgabe: Erläutern Sie den physikalisch einfachsten Fall, der zur Bestimmung einer Rotationskurve führen kann!

Zu 4. Einzelne Objekte in der Umgebung einer Spiralgalaxie beschreiben Bahnen allein unter dem Einfluss der Gravitationswirkung aller anderen Massen und ihrer eigenen Trägheitsbewegung, im einfachsten Fall eine Kreisbahn. In diesem Fall gilt der einfache Zusammenhang

Gravitationskraft = Zentripetalkraft.

5. Aufgabe: Berechnen Sie die Gravitationskraft, die eine Scheibe mit konstanter Dichte auf eine Masse ausübt, die auf der zur Ringebene senkrecht stehenden Rotationsachse liegt!

Zu 5. Die entsprechende mathematische Herleitung ist ein Standardthema der Physik bzw. der Mathematik. Die von einer Scheibe bewirkte Gravitationskraft ergibt sich durch Integration über die Gravitationskräfte einzelner Ringe; die Gravitationskraft eines infinitesimal dünnen Rings konstanter Dichte für Punkte auf der zur Ringebene senkrechten Symmetrieachse ist exakt so groß wie die Kraft, die von der im geometrischen Mittelpunkt konzentrierten gesamten Masse des einzelnen Rings ausgeübt werden würde.

6. Aufgabe: Diskutieren Sie folgende Fragen:
Wie groß ist die Gravitationswirkung auf einen Körper, der in der Ebene eines solchen Rings mit dem Radius R im Abstand r (r > R) liegt? Kann auch in diesem Fall die Ringmasse im geometrischen Mittelpunkt konzentriert angenommen werden?
Ist es möglich, diese Frage durch eine elementare geometrische Symmetriebetrachtung ohne neue Integration durch eine Art Gedankenexperiment zu beantworten?

Zu 6. Man denke sich in einem dreidimensionalen Koordinatensystem mit dem Ursprung Z drei paarweise senkrecht zueinander orientierte Ringe mit gemeinsamem geometrischen Mittelpunkt Z, gleich großen Radien R, infinitesimalem (quadratischen) Querschnitt ΔR2 und identischer konstanter Dichte ρ. Diese Ringe kann man sich von einem Würfel der (beliebig gewählten) Kantenlänge r umschlossen denken. In den Mittelpunkten der sechs quadratischen Würfelflächen denke man sich je einen Probekörper mit der (kleinen) Masse m. Aus Symmetriegründen erfährt jeder der sechs Probekörper durch die drei Ringe eine vom Betrag her gleiche Gravitationskraft, die jeweils zum geometrischen Mittelpunkt Z gerichtet ist (die Gravitationskräfte der Probekörper untereinander können als vernachlässigbar klein angenommen werden).

Würde nun der in der x_1-x_2-Ebene gelegene Ring durch eine massengleiche Kugel in Z ersetzt, so würde sich die Gravitationskraft auf die beiden auf der auf der x_3-Achse gelegenen Körper nicht verändern. Die Frage ist nun, ob sich die entsprechenden Kräfte auf die anderen vier Probekörper, die ja in der Ringebene liegen, ändern würden oder nicht.
Physikalisch macht es für die Probekörper keinen Unterschied, ob die Masse des betreffenden Rings in Ringform oder als Punktmasse in Z vorliegt. Die Gravitationswirkung einer Punktmasse ist aber identisch mit derjenigen einer Kugel gleicher Masse, wobei die Größe des Radius dieser Kugel überhaupt keine Rolle spielt: Man kann also den Ring mit dem Radius R ersetzen durch eine homogene Kugel der gleichen Masse mit dem Radius r (alle sechs Probekörper lägen auf der Oberfläche dieser fiktiven Kugel). Da dies wieder eine vollkommen symmetrische Anordnung ist, wären die auf die sechs Probekörper ausgeübten Gravitationskräfte auch wieder betragsmäßig gleich groß. Jeder einzelne Ring übt also die gleiche Gravitationskraft aus wie eine entsprechende massegleiche Kugel.

7. Aufgabe: Informieren Sie sich durch eine Internetrecherche über die jüngste Untersuchung, der zufolge keine Dunkle Materie erforderlich ist, um die Bewegungen der Mitglieder der Lokalen Gruppe zu verstehen!

Zu 7. Hingewiesen wird auf folgende Links:

- http://xxx.uni-augsburg.de/abs/1006.1647;
- http://www.dradio.de/dlf/sendungen/forschak/1204879/;
- http://www.g-o.de/wissen-aktuell-11783-2010-06-11.html - 42k

8. Aufgabe: Im Beitrag „Dem Dunklen Universum auf der Spur“ heißt es, dass sich eine vom Radius r unabhängige Rotationsgeschwindigkeit v ergibt, falls die Massendichte $\rho(r)$ mit dem Quadrat des Radius abfällt. Begründen Sie diese Aussage mit Hilfe eines Dimensionsvergleichs für den einfachsten Fall einer kugelförmigen Massenverteilung!

Zu 8. Es gelten folgende Bezeichnungen:

- $F_G(r)$: Gravitationskraft im Abstand r vom Zentrum
- $F_Z(r)$: Zentripetalkraft im Abstand r vom Zentrum
- $M(r)$: Masse innerhalb der Kugel mit dem Radius r
- $\rho(r)$: Dichte im Abstand r
- ρ_0 : Massendichte im Zentrum
- $V(r)$: Volumen einer Kugel mit dem Radius r
- $v(r)$: Rotationsgeschwindigkeit im Abstand r

Vor.: $\rho(r) = \rho_0\, r^{-2}$

Beh.: $v(r) = \text{const}$

Bew.: $F_Z(r) = F_G(r) \sim M(r)\, r^{-2} \sim \rho(r)\, V(r)\, r^{-2} \sim \rho(r)\, r \sim v^2(r)\, r^{-1}$

$\rightarrow \rho(r)\, r^2 \sim v^2(r) \rightarrow \rho_0 \sim v^2(r) = \text{const} \rightarrow \mathbf{v = const}$, q.e.d.