

Einblicke ins Familienalbum der Exoplaneten

Schon mit den wenigen Daten, die bisher über die Exoplaneten bekannt sind (siehe [„Familienalbum“](#)), lassen sich physikalische Betrachtungen anstellen, die mit Mitteln der Schulphysik durchführbar sind. Bei diesen nachfolgend in Aufgabenform angestellten Betrachtungen geht es darum, die fernen Planetenwelten etwas vorstellbar zu machen. In Anlehnung an die physikalisch belegten Hinweise kann dann die Phantasie dabei helfen, eine Planetenwelt mit Mitteln der Malerei zu erschaffen. Durch die Verbindung mit der emotional wirkenden Kunst bekommen die Ergebnisse der (rationalen) Physik eine neue Akzeptanz. Neben der Verknüpfung der Astrophysik mit der Malerei ergibt sich die Möglichkeit, die mathematische Thematik „Ellipsen“ etwas mit Leben zu füllen.

Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag		
Physik	Mechanik, Thermodynamik	2. keplersches Gesetz , 3. keplersches Gesetz , Gravitationsgesetz , Entweichgeschwindigkeit , mittlere Gasteilchengeschwindigkeit , Energiebilanz , Stefan-Boltzmann-Gesetz
Astronomie	Planeten, Sterne	Exoplaneten, Gezeiten , Masse-Leuchtkraft-Beziehung
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma, Astro-Kunst	Ellipsen , Science fiction-Malerei

Familienalbum mit Eigenschaften ausgewählter Exoplaneten

[\(←zurück zum Anfang\)](#)

Planet			$m_p \cdot \sin i$ [M _J]	a [AE]	T [d]	ϵ	m_s [M _S]	d [pc]
51 Peg b		der „Gezeitenplanet“	0,468	0,052	4,23077	0	≈1	14,7
55 Cnc e		der heiße Neptun	0,045	0,038	2,81	0,174	1,03	13,4
70 Vir b		der Superplanet	7,44	0,48	116,689	0,4	1,1	22
55 Cnc d		der Langweilige	3,92	5,257	4517,4	0,327	1,03	13,4
HD 80606 b		der große Exzentriker	3,41	0,439	111,78	0,927	0,9	58,4
47 UMa c		der Jupiterähnliche	0,76	3,73	2594	0,1	1,03	13,3

Tabelle 1: Ausgewählte extrasolare Planeten: $m_p \cdot \sin i$... Untergrenze für die Planetenmasse in Jupitermassen ($1,9 \cdot 10^{27}$ kg), i ... Neigungswinkel zwischen Bahnachse und Sichtlinie, a ... große Bahnhalbachse der Planetenbahn in astronomischen Einheiten, T ... Umlaufzeit in Tagen, ϵ ... numerische Exzentrizität der Planetenbahn, m_s ... Sternmasse in Sonnenmassen ($1,989 \cdot 10^{30}$ kg), d ... Sternentfernung in Parsec (siehe Interactive Extrasolar Planets Catalog: <http://vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/catalog-main.php>).

51 Peg b - der „Gezeitenplanet“

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Der Planet 51 Peg b gilt als der erste nachgewiesene extrasolare Planet. Wegen ihm hat man eine neue Klasse von Planeten - die „Hot Jupiters“ - eingerichtet, weil er seinen Mutterstern sehr nahe umläuft und entsprechend sehr stark aufgeheizt ist. Der geringe Abstand hat aber auch zur Folge, dass 51 Peg b einer sehr starken Gezeitenwirkung ausgesetzt ist.



Abbildung 1: Auf dem linken Bild sieht man, dass der jupiterartige Exoplanet Dimidium (51 Peg a) sich sehr nah bei seinem Stern befindet, weswegen er zur Gruppe der heißen Jupiter gehört. Das rechte visionäre Bild zeigt die Oberfläche Dimidiiums als von Lavaströmen überzogen, vor allem auch deswegen, weil Oberfläche durch die starke Gezeitenwirkung nicht zur Ruhe kommt, weil sie „durchgewalkt“ wird, wenn der Planet im „Gezeitenkorsett“ rotiert.

©: Links: ESO/M. Kornmesser/Nick Risinger (skysurvey.org) - ESO website, CC-BY 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=39719418>.

Rechts: Hawaii Volcano Observatory (DAS) - <http://hvo.wr.usgs.gov/kilauea/update/archive/2003/May/main.html>, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=275597>

Um wie viel stärker ist die Gezeitenwirkung die der Stern 51 Peg auf den Planeten 51 Peg b ausübt im Vergleich zur Gezeitenwirkung des Mondes auf die Erde?

Es wird angenommen, dass 51 Peg b die mittlere Dichte von Jupiter 3000 hat (1326 kg/m^3).

Lösung

Die maximale Gezeitenwirkung in einem kugelförmigen Körper A vom Radius R , der im Abstand r um einen Körper mit der Masse M_B läuft (sprich: um ihn herum fällt) entspricht der Differenz der Gravitationskräfte ΔF auf die Massenelemente m_A , die sich auf der dem Körper B zu- und abgewandten Seite des Körpers A befinden:

$$\Delta F = \frac{\gamma \cdot M_B \cdot m_A}{r^2} - \frac{\gamma \cdot M_B \cdot m_A}{(r + 2R)^2} = \gamma \cdot M_B \cdot m_A \cdot \left(\frac{(r + 2R)^2 - r^2}{r^2 \cdot (r + 2R)^2} \right).$$

Nach Ausmultiplizieren und Streichen vernachlässigbarer Terme (Annahme: $R \ll r$) erhält man:

$$\Delta F \approx \gamma \cdot M_B \cdot m_A \cdot \left(\frac{4 \cdot R}{r^3} \right).$$

Zunächst wird der Radius R von 51 Peg b auf Grundlage der Annahme berechnet, dass dessen mittlere Dichte der von Jupiter entspricht.

$$M = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \rho \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M}{4\pi \cdot \rho}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,468 \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg} \cdot \text{m}^3}{4\pi \cdot 1326 \text{ kg}}} \approx \underline{\underline{5,4 \cdot 10^7 \text{ m}}}$$

Nun kann das Verhältnis der Kraftdifferenzen $\Delta F_{51\text{Pegb}}/\Delta F_{\text{Erde}}$ ermittelt werden, wobei die Probemasse m_A auf der Erde wie auf 51 Peg b die gleiche ist.

$$\frac{\Delta F_{51\text{Pegb}}}{\Delta F_{\text{Erde}}} = \frac{M_{51\text{Pegb}}}{M_{\text{Mond}}} \cdot \frac{\left(\frac{R_{51\text{Pegb}}}{r_{51\text{Peg-51Pegb}}} \right)^3}{\left(\frac{R_{\text{Erde}}}{r_{\text{Erde-Mond}}} \right)^3},$$

$$\frac{\Delta F_{51\text{Pegb}}}{\Delta F_{\text{Erde}}} = \frac{0,468 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{7,347 \cdot 10^{22} \text{ kg}} \cdot \frac{\left(\frac{5,4 \cdot 10^7 \text{ m}}{(0,052 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^3} \right)}{\left(\frac{6,378 \cdot 10^6 \text{ m}}{(384400000 \text{ m})^3} \right)} \approx \underline{\underline{12.000}}.$$

55 Cnc e – ein heißer Neptun

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Der extrasolare Planet 55 Cnc e hat mit 0,038 AE einen Abstand zu seinem Stern, der beinahe nur ein Zehntel des Abstands Sonne-Merkur (0,387 AE) ausmacht. Wie heiß ist es auf 55 Cnc e?



Abbildung 2: Künstlerische Darstellung der heißen und halbweichen Oberfläche von 55 Cnc e. ©: Ron Miller / NASAblueshift - <https://www.flickr.com/photos/nasablueshift/8387949358/in/photostream/>, CC BY 2.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=27462420>.

Lösung

Während die halbe Planetenoberfläche bestrahlt wird, wobei dem Planeten eine Strahlungsleistung von $\pi \cdot R^2 \cdot S(r)$ zukommt, strahlt die gesamte Planetenoberfläche bei der Temperatur T wieder ab. Für das Gleichgewicht zwischen Einstrahlung und Abstrahlung kann man schreiben (siehe auch WiS! 12/2005)

$$\pi \cdot R^2 \cdot S(r) = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4.$$

Wenn die Planetenoberfläche einen Teil A der Strahlung wieder in den Weltraum zurück reflektiert, so wird nur der verbleibende Teil $(1-A)$ zur Aufheizung beitragen und es gilt

$$\pi \cdot R^2 \cdot S(r) \cdot (1 - A) = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4.$$

Den Strahlungsstrom $S(r)$ erhält man aus der Leuchtkraft wie folgt:

$$S(r) = \frac{L}{4\pi \cdot r^2}.$$

Die mittlere Temperatur der Planetenoberfläche ergibt sich dann aus

$$T = \sqrt[4]{\frac{L \cdot (1 - A)}{4 \cdot 4\pi \cdot \sigma \cdot r^2}}.$$

Unter der Annahme, dass 51 Peg in etwa mit einer Sonnenleuchtkraft ($\approx 3,9 \cdot 10^{26} \text{W}$) Strahlt und dass 51 Peg b ein Rückstrahlvermögen von $A=0,5$ hat, ergibt sich

$$T = \sqrt[4]{\frac{L \cdot (1 - A)}{4 \cdot 4\pi \cdot \sigma \cdot r^2}} = \sqrt[4]{\frac{3,9 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot (1 - 0,5)}{16\pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (0,038 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^2}} \approx \underline{\underline{1205 \text{ K}}}.$$

70 Vir b – der Superplanet

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Himmelskörper mit mehr als ca. 13 Jupitermassen gehören nicht mehr zur Gattung der Planeten, weil sie zumindest zur Fusion von mindestens der Hälfte ihres Deuteriumvorrates in der Lage sind. Sie gehören aber noch nicht zu den Sternen. Man spricht in diesem Falle von Braunen Zwergen. Da 70 Vir b eine Mindestmasse von schon 7,44 Jupitermassen hat, wissen wir wegen $m_p \cdot \sin i$ noch nicht, ob es sich bei ihm um einen Planeten oder um einen braunen Zwerg handelt. Nehmen wir mal an, es sei ein Planet.

Der Planet 70 Vir b ist nicht viel weiter vom Stern 70 Vir entfernt als Merkur von der Sonne (deswegen zählt 70 Vir b zur Klasse der „Hot Jupiters“). Merkur ist als atmosphärenloser Planet bekannt. Kann 70 Vir b aufgrund seiner riesigen Masse Wasserstoffmoleküle in einer jupiterartigen Atmosphäre (die einen großen Anteil an Wasserstoff hat) binden? Es sind also die Entweichgeschwindigkeit und die mittlere kinetische Geschwindigkeit der Wasserstoffmoleküle für 70 Vir b zu berechnen und zu vergleichen (siehe auch WiS! 1/2005).

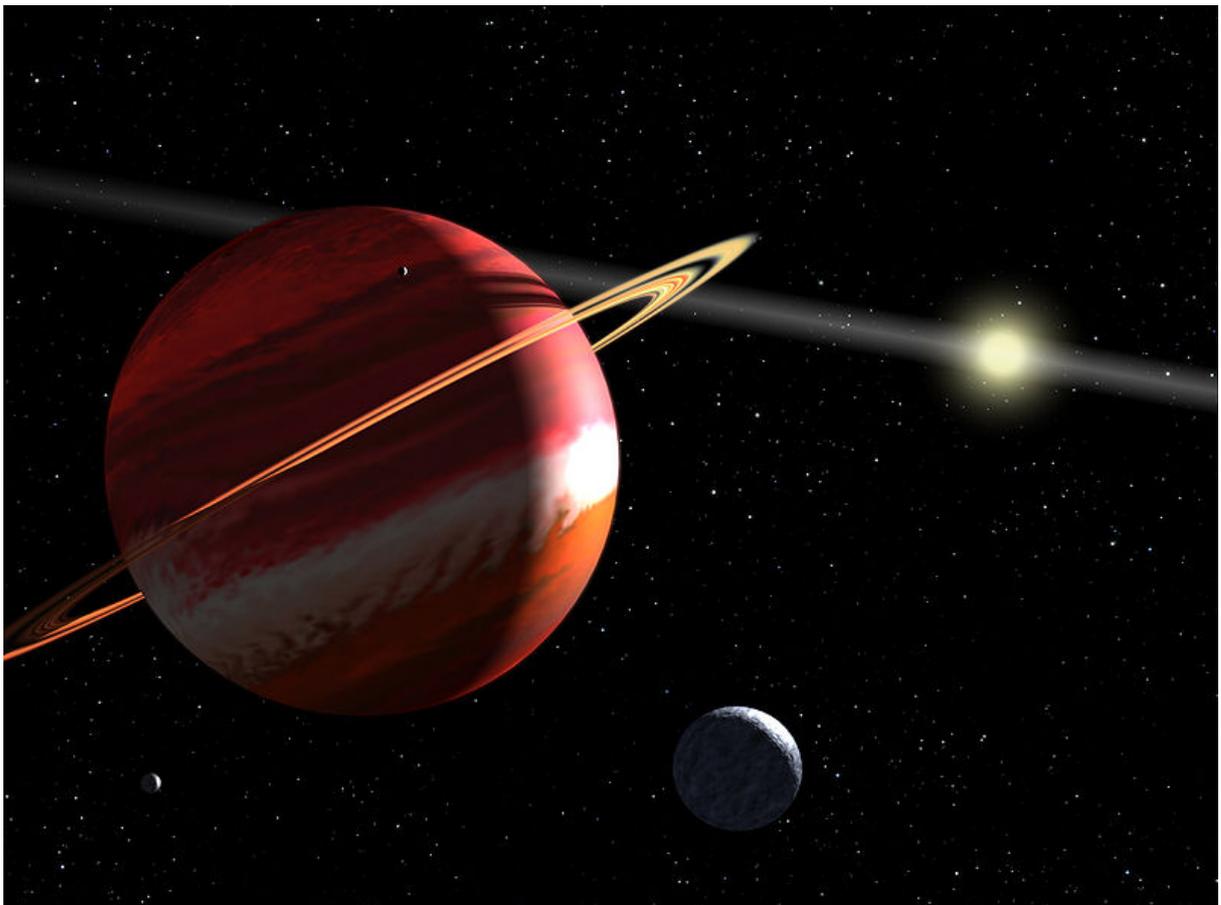


Abbildung 3: Künstlerische Darstellung vom Stern 70 Vir, dem Planeten 70 Vir b und einem gedachten „Lavamond“, der diesen Planeten umläuft. ©: NASA, ESA, and G. Bacon (STScI) - <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2007/16/image/v/>, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5107478>.

Geg.: Gravitationskonstante	$\gamma = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Boltzmannkonstante	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm/K}$
mittlere Dichte 70 Vir b	$\rho = 1326 \text{ kg/m}^3$ (mittl. Dichte von Jupiter)
Masse 70 Vir b	$M = 7,77 M_J = 7,77 \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
relative Atommasse von Wasserstoff	$M_{r,H} = 1,00794$
atomare Masseneinheit	$m_u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Ges.: Entweichgeschwindigkeit und mittlere kinetische Geschwindigkeit v, \bar{v}

Lösung

Die Rechnung beginnt mit der Abschätzung des Planetenradius basierend auf der Annahme der mittleren Dichte von Jupiter (1326 kg/m^3). Dies ist insoweit problematisch, weil, diese Annahme eigentlich erst durch das Endergebnis begründet werden kann.

$$M = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \cdot \rho \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M}{4\pi \cdot \rho}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 7,77 \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg} \cdot \text{m}^3}{4\pi \cdot 1326 \text{ kg}}} \approx \underline{\underline{1,4 \cdot 10^8 \text{ m}}}$$

Des Weiteren wird die Molekülmasse von Wasserstoff vorab berechnet.

$$\mu_{H_2} = 2 \cdot M_{r,H} \cdot m_u = 2 \cdot 1,00794 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx \underline{\underline{3,35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}$$

Mit der groben Annahme, dass der Stern 70 Vir mit einer Sonnenleuchtkraft ($\approx 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$) strahlt und sämtliche Strahlung zur Aufheizung von 70 Vir b beiträgt, kann die mittlere Temperatur der Planetenoberfläche wie folgt abgeschätzt werden (siehe Rechnungen zu 55 Cnc e):

$$T = \sqrt[4]{\frac{L}{4 \cdot 4\pi \cdot \sigma \cdot r^2}} = \sqrt[4]{\frac{3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}}{16\pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (0,48 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^2}} \approx \underline{\underline{400 \text{ K}}}$$

Für den Abstand r wurde die große Halbachse a angenommen.

Nun können die Entweichgeschwindigkeit und die mittlere kinetische Geschwindigkeit berechnet werden.

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot 7,77 \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{1,4 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2}} \approx \underline{\underline{120.000 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm} \cdot 400 \text{ K}}{3,35 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{K}}} \approx \underline{\underline{2200 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Der große Unterschied zwischen Entweichgeschwindigkeit und mittlerer kinetischer Geschwindigkeit zeigt, dass ein mächtiger Gasplanet durchaus sehr nahe bei einem Stern existieren kann.

55 Cnc d – der (bisher) Langsamste

(→ zurück zum Anfang)

Welche Umlaufzeit hätte 55 Cnc d, wenn 55 Cnc anstatt einer Sonnenmasse eine Masse von 0,5 oder 2 Sonnenmassen hätte und der Abstand gleichbleiben soll? Diese Frage soll die Aufmerksamkeit auf die Tatsache lenken, dass die Konstante im 3. keplerschen Gesetz von den Massen der beteiligten Himmelskörper abhängt (die für sich gesehen ja konstant sind).

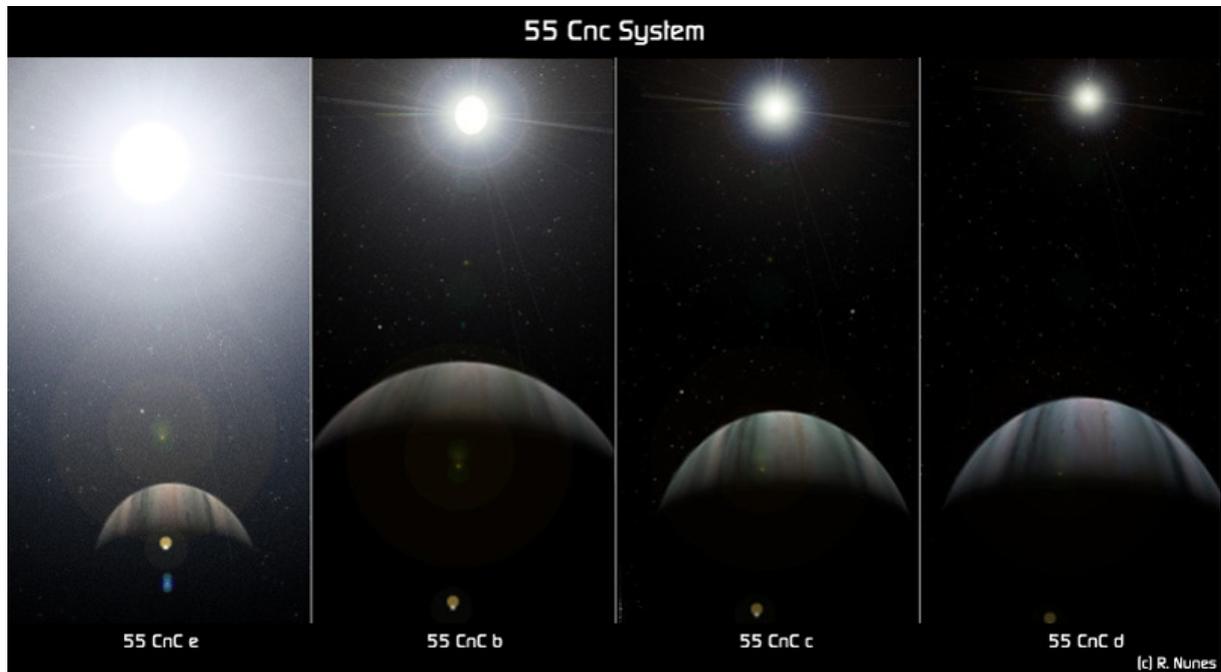


Abbildung 4: Künstlerische Darstellung der Planeten bei 55 Cnc aus Sicht des jeweiligen Planeten. ©: Ricnun at the English language Wikipedia, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3185615>.

Lösung

Die allgemeine Form des 3. keplerschen Gesetzes für ein System aus Stern und Planet lautet

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma}{4\pi^2} \cdot (M_{\text{Stern}} + M_{\text{Planet}}).$$

Da in der Regel $M_{\text{Planet}} \ll M_{\text{Stern}}$ gilt, kann man die folgende Näherung verwenden:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma}{4\pi^2} \cdot M_{\text{Stern}}.$$

Mit $M_{\text{Stern}} = f \cdot M_{\text{Sonne}}$ ergibt sich

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\gamma} \cdot \frac{1}{M_{\text{Sonne}}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{f}}.$$

Die Umlaufzeit wird sich also um den Faktor $\sqrt{1/f}$ (konkret $\sqrt{2}$ bzw. $\sqrt{0,5}$) verändern.

Um dem Schüler die **Gültigkeit des genäherten 3. keplerschen Gesetzes** vor Augen zu führen, soll noch die Abweichung berechnet werden, die sich durch die Näherung ergibt, wenn es z. B. darum geht, die große Bahnhalbachse von 55 Cnc d zu berechnen. Mit $f = M_{\text{Planet}}/M_{\text{Stern}}$ (für 55 Cnc d ist $f = 3,92 \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg} / 1,03 \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} \approx 0,004$) so erhält man

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma}{4\pi^2} \cdot M_{\text{Stern}} \cdot T^2} \cdot \sqrt[3]{1+f} \approx \sqrt[3]{\frac{\gamma}{4\pi^2} \cdot M_{\text{Stern}} \cdot T^2} \cdot \underline{\underline{1,001}}.$$

Der Fehler der Abstandsbestimmung liegt in diesem Fall bei etwa einem Promille.

HD 80606b – der große Exzentriker

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Planeten wie HD 80606b gehören zu den Ausnahmen. Wegen ihrer stark elliptischen Bahnen nennt man die massereichen Planeten auch „Excentric Jupiters“. Mit der zunehmenden Zahl an Entdeckungen wird jedoch langsam klar, dass die meisten extrasolaren Planeten deutlich geringere Exzentrizitäten haben.

Die große Exzentrizität von HD 80606b lässt die Frage aufkommen, welchen Abstand der Planet im Perihel und im Aphel von seinem Zentralstern hat und wie groß der daraus resultierende Temperaturunterschied etwa sein wird?

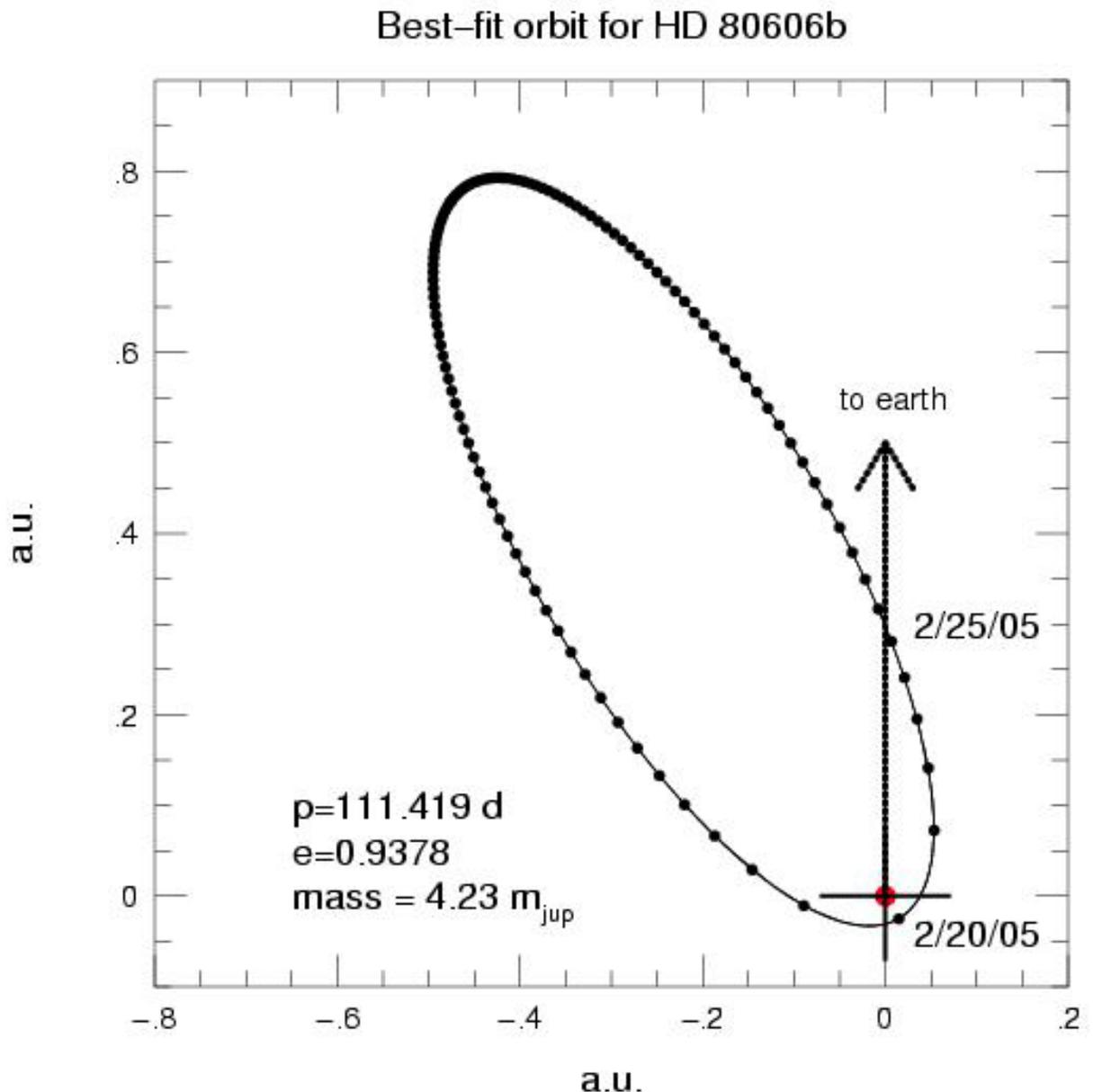


Abbildung 5: Ellipsenbahn von HD 80606b. Die Planetenpositionen sind in Abständen von einem Tag dargestellt. Das Bild (Datei [hd8060borbit.gif](#)) bietet eine grafische Präsentation zur Aussage des 2. keplerschen Gesetzes und ermöglicht so eine Überprüfung am konkreten Beispiel für den Umlauf eines Exoplaneten (Bildquelle: <http://www.aavso.org/images/hd80606orbit.gif>).

Lösung

Die Lösung beruht auf Kenntnissen über Ellipsen. Der Perihelabstand ergibt sich aus $a - e$, der Aphelabstand aus $a + e$. Der Abstand e vom Mittelpunkt zum Brennpunkt der Ellipse (auch lineare Exzentrizität genannt) ergibt sich aus der numerischen Exzentrizität (eine Relativangabe) aus $e = \varepsilon \cdot a$.

Mit $a = 0,439$ AE und $\varepsilon = 0,927$ erhält man für HD 80606 b

einen Perihelabstand von $a - \varepsilon \cdot a = (1 - \varepsilon) \cdot a = (1 - 0,927) \cdot 0,439$ AE = 0,032 AE,

einen Aphelabstand von $a + \varepsilon \cdot a = (1 + \varepsilon) \cdot a = (1 + 0,927) \cdot 0,439$ AE = 0,846 AE.

Für die Berechnung der Temperaturdifferenz kommt wieder die bei 55 Cnc e angewandte Formel zum Einsatz.

$$T = 4 \sqrt{\frac{L \cdot (1 - A)}{4 \cdot 4\pi \cdot \sigma \cdot r^2}}$$

Für die Leuchtkraft von HD 80606 soll jedoch nicht mehr die Leuchtkraft der Sonne angenommen werden, da HD 80606 eine schon deutlich geringere Masse (aber Massenuntergrenze!) haben könnte. Die Leuchtkraft des Hauptreihensterns HD 80606 lässt sich aus der Masse-Leuchtkraft-Beziehung ($L \sim M^{3,5}$) in Relation zur Leuchtkraft der Sonne setzen.

$$\frac{L}{M^{3,5}} = \frac{L_{\text{Sonne}}}{M_{\text{Sonne}}^{3,5}} \Rightarrow L = \frac{M^{3,5}}{M_{\text{Sonne}}^{3,5}} \cdot L_{\text{Sonne}}$$

$$L = \left(\frac{1}{0,9}\right)^{3,5} \cdot 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W} \approx \underline{\underline{2,7 \cdot 10^{26} \text{ W}}}$$

Für die Planetentemperaturen im Perihel und im Aphel ergeben sich nun:

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{16\pi \cdot \sigma \cdot r^2}} = 4 \sqrt{\frac{2,7 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot (1 - 0,5)}{16\pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (0,032 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^2}} \approx \underline{\underline{1197 \text{ K}}},$$

$$T = 4 \sqrt{\frac{L}{16\pi \cdot \sigma \cdot r^2}} = 4 \sqrt{\frac{2,7 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot (1 - 0,5)}{16\pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (0,846 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^2}} \approx \underline{\underline{233 \text{ K}}},$$

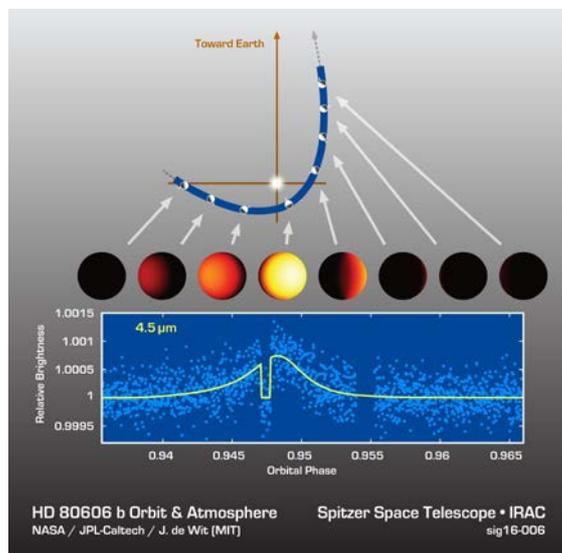


Abbildung 6: Die im Infraroten (4,5 µm) aufgenommene Lichtkurve von HD80606b zeigt indirekt die schnelle Aufheizung der Planetenoberfläche während der starken Annäherung an den Mutterstern HD80606 im Periastron. ©: By NASA/JPL-Caltech/MIT, - <http://photojournal.jpl.nasa.gov/jpeg/PIA20067.jpg>, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=47842825>.

47 UMa c – der Jupiterähnliche

(→zurück zum Anfang)

Die Planeten 47 UMa b und 47 UMa c im Umlauf um den Stern 47 UMa sind insofern äußerst interessant, weil sie in etwa ein Abbild von Jupiter und Saturn (zwar mit anderen Massen) im Umlauf um die Sonne darstellen (sie zählen deshalb auch zur Klasse der „Near Jupiters“). Die Riesenplaneten Jupiter und Saturn sind für das „Überleben“ der inneren Planeten von entscheidender Bedeutung, übernehmen sie doch die Rolle von „Fliegenkugeln“, die den inneren Bereich des Planetensystems vor zu häufigen Einschlägen von Asteroiden und Kometen („Fliegen“) abschirmen. Ein Planet, der im 1,2fachen Abstand zu 47 UMa existieren würde, könnte bewohnbar sein und „Waterworld“ genannt werden, wenn auf seiner Oberfläche genug Wasser vorhanden wäre und wenn er auf einer kreisähnlichen stabilen Bahn umlaufen würde (siehe International Journal of Astrobiology (2003), 2: 35-39 Cambridge University Press). Mit dem Hintergrundwissen um den möglichen Planeten „Waterworld“ bekommt das Aufsuchen des ihn bescheinenden Sterns 47 UMa am Himmel einen besonderen Reiz (Aufsuchkarte siehe Abb. 7).

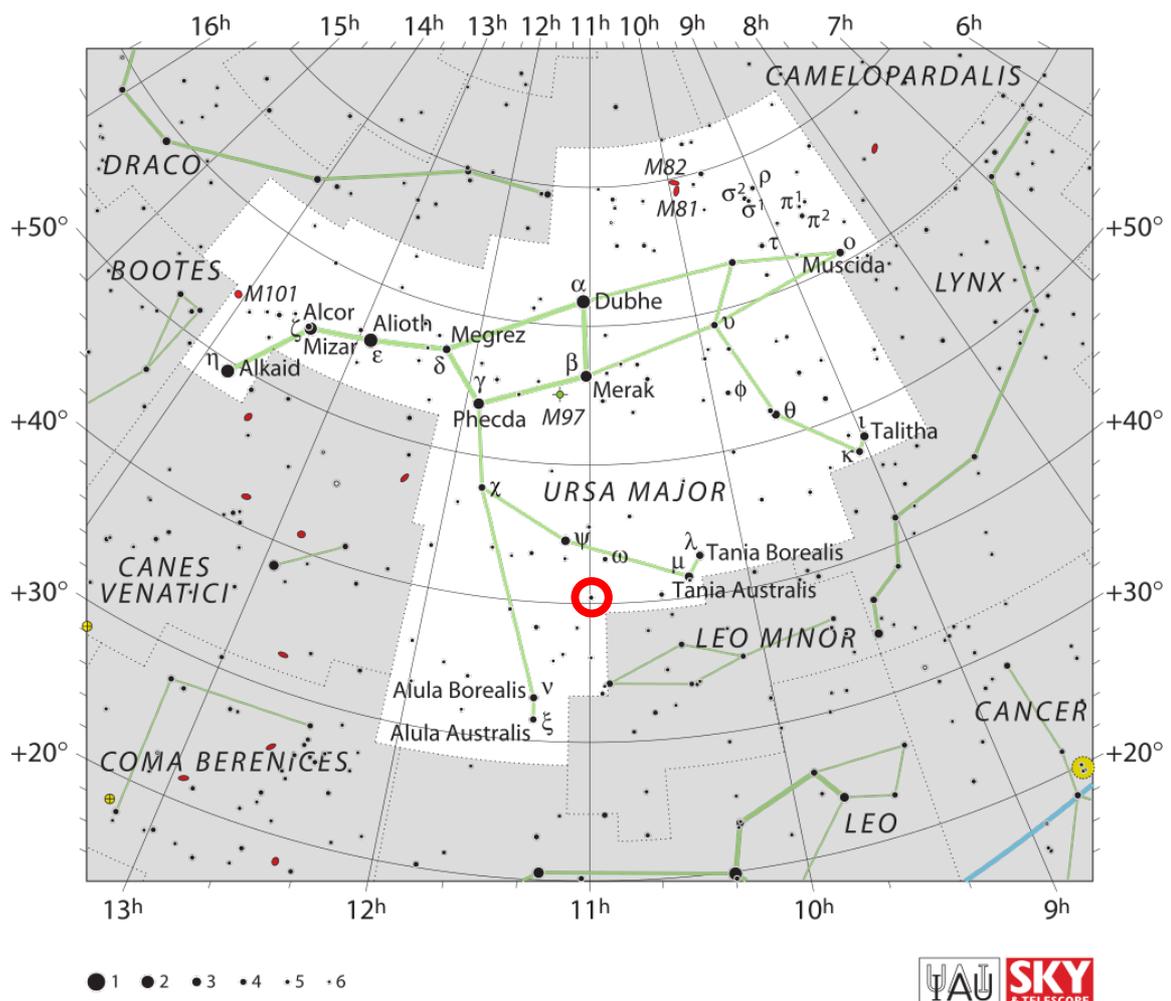


Abbildung 7: Aufsuchkarte für den Blick zum Stern 47 UMa (roter Kreis), der einen bewohnbaren erdnähnlichen Planeten („Waterworld“) besitzen könnte. 47 UMa, hat eine scheinbare Helligkeit von 5,1 und kann bei guten Bedingungen (kein Störlicht vom Mond oder von irdischen Quellen, gute Durchsicht) und ausreichender Dunkeladaption sogar noch mit dem bloßen Auge gesehen werden. ©: By IAU and Sky & Telescope magazine (Roger Sinnott & Rick Fienberg) - <http://www.iau.org/public/themes/constellations/#uma>, CC BY 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15412501>.

Riesenplaneten können aber auch andere Planetenbahnen stören, insbesondere, wenn sie stark exzentrisch sind. Im Folgenden sollen die Bahnen von Jupiter, 47 UMa c und HD 80606b hinsichtlich ihrer Exzentrizität anschaulich miteinander verglichen werden. Dazu müssen die Bahnen der drei Planeten so dargestellt werden, dass die eingeschlossene Fläche gleich ist (sprich: Es muss auf die Fläche normiert werden). Als bekannter Ausgangspunkt des Vergleiches soll ein Kreis dienen, d. h. heißt, dass letztlich auf die Kreisfläche $A = \pi \cdot r^2$ normiert wird.

Aus der Formel für die Ellipsenfläche $A = \pi \cdot a \cdot b$ ergeben sich die Längen der großen und kleinen Halbachsen a und b der normierten Bahnellipsen wie folgt.

$$\pi \cdot a \cdot b = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\pi \cdot r^2}{\pi \cdot b} = \frac{r^2}{b}.$$

Mit $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ erhält man $a = \frac{r}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$ und $b = \sqrt{a^2 \cdot (1 - \varepsilon^2)}$.

Tabelle 2 enthält die aus den gegebenen Exzentrizitäten ε berechneten Werte für a und b für die betrachteten Planeten. Um die jeweiligen Abweichungen von der Kreisbahn zu verinnerlichen, gilt es, die in der Tabelle durch Zahlen beschriebenen normierten Bahnellipsen zu veranschaulichen. Dazu wird ein kartesisches Koordinatenkreuz mit der Kreisbahn vorgegeben. Setzt man den Ellipsenmittelpunkt auf den Kreismittelpunkt, so wird die Abweichung von der Kreisbahn direkt ersichtlich. Physikalisch korrekt muss aber ein Ellipsenbrennpunkt über den Kreismittelpunkt (jeweiliger Sternort) gesetzt werden.

Berechnung und Veranschaulichung der Bahnellipsen können eine Aufgabe für Schüler sein (siehe [Arbeitsblatt](#)). Es wird ersichtlich, dass die Bahn von 47 UMa c einer Kreisbahn sehr ähnlich ist (doch die Bahn ist in den Brennpunkt verschoben).

	ε	a	b	e
Kreis	0	$1 \cdot r$	$1 \cdot r$	0
Jupiter	0,049	$1,0006 \cdot r$	$0,9994 \cdot r$	$0,049 \cdot r$
47 UMa c	0,1	$1,0025 \cdot r$	$0,9975 \cdot r$	$0,1 \cdot r$
HD 80606 b	0,927	$1,6329 \cdot r$	$0,6124 \cdot r$	$1,514 \cdot r$

Tabelle 2: Parameter der Bahnellipsen von Jupiter und zwei Exoplaneten im Vergleich zur Kreisbahn. Für eine Kreisbahn mit dem Radius von 5 cm wären die Bahnen von Jupiter und auch von 47 UMa c kaum von der Kreisbahn zu unterscheiden (für 47 UMa c wären a/b um ca. 0,1 mm länger/kürer als r).

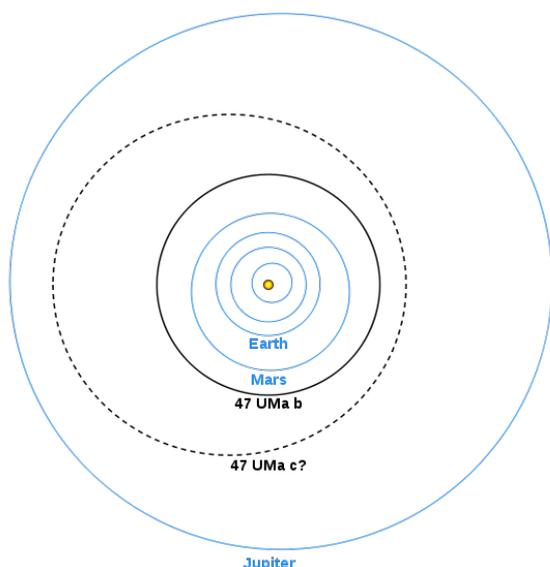


Abbildung 8: Darstellung der Orbits der Exoplaneten 47 UMa b und c um ihren Mutterstern 47 UMa. Es wird ersichtlich, dass 47 UMa b nahezu auf einem Kreis umläuft.

©: Chaos syndrome at English Wikipedia - Transferred from en.wikipedia to Commons., Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1226780>.