

## Experimente zur raumzeitlichen Krümmung mit Alltagsgegenständen

In Bezug auf den SuW-Beitrag „Kosmologische Kuriositäten“ von Elena Sellentin und Matthias Bartelmann in »Sterne und Weltraum« 2/2013, S. 32-43)

Elena Sellentin

Die Begriffe „Raumzeit“ und deren „Krümmung“ haben beinahe schon Einzug in den Wortschatz der Alltagssprache erhalten. Das liegt daran, dass sie beide aus einzelnen Worten bestehen, die jedem von uns vertraut sind. Was ein Raum ist, das weiß jeder, ebenso was Zeit ist. Wir erkennen auch intuitiv, ob etwas gekrümmt ist.

Trotzdem bleiben die Begriffe Raumzeit und deren Krümmung den meisten von uns fremd. Das wiederum liegt daran, dass die Allgemeine Relativitätstheorie diese Begriffe zwar aus der Alltagssprache entliehen hat, diese aber benutzt, um sehr abstrakte Konzepte zu benennen. Obwohl also die Namen dieser Konzepte sehr vertraut sind, bleiben uns doch die Inhalte der Konzepte – deren Bedeutung – (zunächst) fremd.

Dieser WIS-Beitrag soll helfen, die Begriffe raumzeitliche Krümmung und räumliche Krümmung zu verstehen und auch voneinander zu unterscheiden. Es werden zwei Experimente vorgestellt, die Schüler entweder selbstständig oder an der Tafel vorführen können. Das Experimentiermaterial besteht aus einem Luftballon und einem Gymnastikband aus Gummi, beides sind alltägliche Gegenstände und können leicht erworben werden. Dieser Beitrag enthält eine Anleitung, wie mit diesen Gegenständen die Raumzeit und deren Krümmung korrekt modelliert werden können. Am Schluss werden die erarbeiteten Begriffe auf das Universum angewandt, in dem wir leben.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Kosmologie	Raumzeitliche Krümmung, Expansion des Universums, Abstandsmaße, Gummituch
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma	Geometrie
Lehre allgemein	Kommunikation, Fachwissen	Gruppenarbeit, Partnerarbeit, Unterschiede herausarbeiten

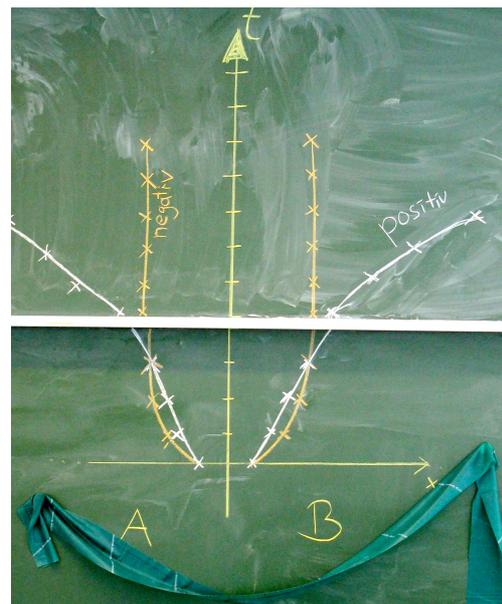
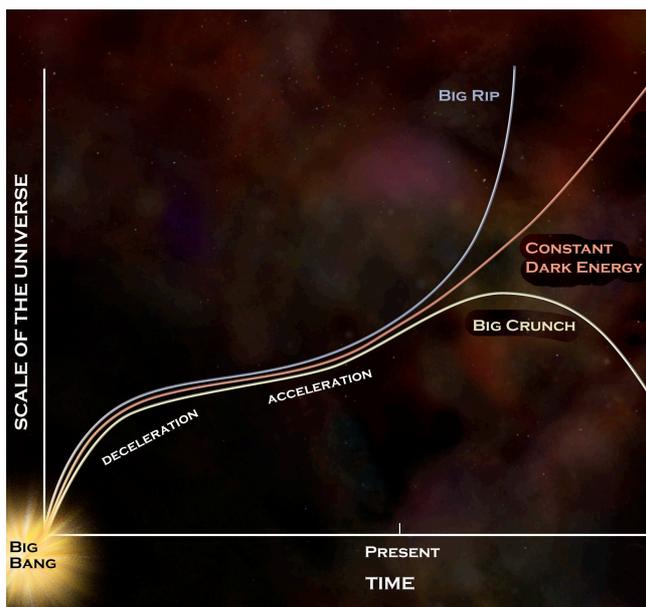


Abbildung 1: Links die Expansion unseres Universums als Funktion der Zeit. Dargestellt sind verschiedene mögliche Expansionsszenarien (Bildrechte: NASA). Die Expansion unseres Universums resultiert aus dessen raumzeitlicher Krümmung. Trotzdem erscheint uns Menschen der Raum um uns herum flach. Steht das im Widerspruch zur raumzeitlichen Krümmung? Dieser WIS-Beitrag soll diese Frage beantworten. Rechts eines der erklärenden Experimente, zu denen hier die Anleitungen gegeben werden.

## Materialien für die Experimente

- Luftballons
- Ein Gymnastikband aus Gummi
- Geo-Dreiecke, Maßbänder
- Kugelschreiber und CD-Schreiber
- Nagellackentferner
- Karopapier

## Raumzeit – eine Einleitung

Die Raumzeit vereinigt in sich die drei Dimensionen des Raumes und als vierte Dimension die Zeit. Dargestellt wird die Raumzeit häufig mit verformbaren Materialien, die diese Krümmungen imitieren können. Dabei werden oft zwei Begriffe durcheinander geworfen, nämlich die räumliche Krümmung und die raumzeitliche Krümmung. Räumliche und raumzeitliche Krümmung sind aber grundverschiedene Dinge!

Bei der räumlichen Krümmung spielt der Faktor Zeit überhaupt keine Rolle. Eine Raumzeit, die nun mal Raum und Zeit beinhaltet, kann also räumlich flach sein, obwohl sie raumzeitlich krumm ist. Eine detaillierte Darstellung dieses Sachverhaltes findet sich im Artikel "Kosmologische Kuriositäten" in der Februar Ausgabe 2013 der Zeitschrift "Sterne und Weltraum". Hier seien die Kriterien für die Beurteilung räumlicher und raumzeitliche Krümmung nur zusammen gefasst:

### Kriterien um die räumliche Krümmung zu erkennen

- Räumlich flach: Dreiecke haben eine Winkelsumme „S“ von  $S = 180^\circ$ .
- Negative räumliche Krümmung: Dreiecke haben  $S < 180^\circ$ .
- Positive räumliche Krümmung: Dreiecke haben  $S > 180^\circ$ .

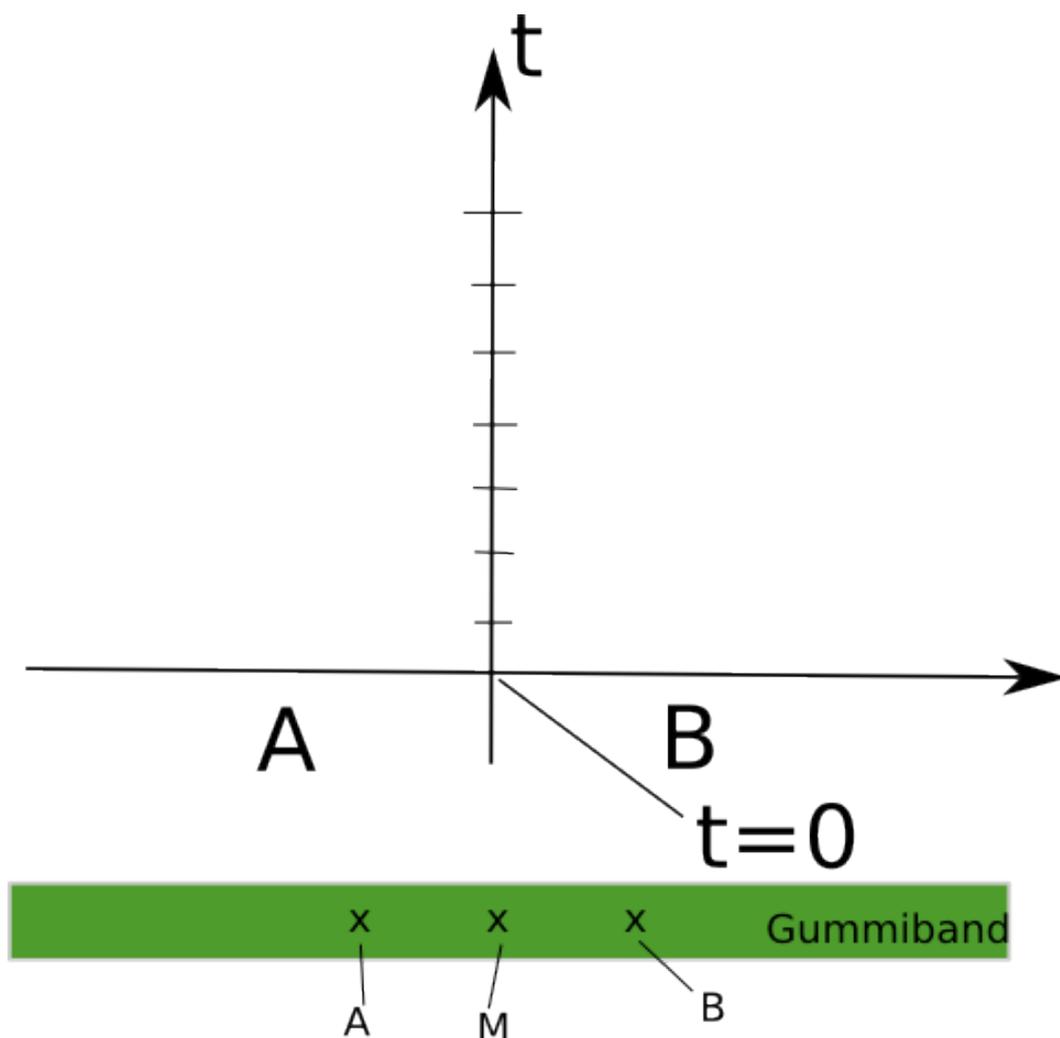
### Kriterien um die raumzeitliche Krümmung zu erkennen

- Raumzeitlich flach: Der Abstand zweier Punkte nimmt mit der Zeit linear zu, und zwar mit gleichbleibender Geschwindigkeit.
- Negative raumzeitliche Krümmung: Der Abstand zweier Punkte nimmt mit der Zeit zu, und zwar umso langsamer, je weiter die Zeit voran geschritten ist.
- Positive Raumzeitliche Krümmung: Der Abstand zweier Punkte nimmt mit der Zeit zu, und zwar umso schneller, je weiter die Zeit voran geschritten ist.

## Experiment 1: Das Gummiband – räumlich flach, aber raumzeitlich krumm?

### Aufbau

- Ihr braucht ein Gummiband, wie es für den Reha-Sport benutzt wird. Solche Gummibänder könnt ihr in verschiedenen Stärken in den Sportabteilungen großer Kaufhäuser erhalten. Die Bänder sind circa 20 cm breit und etwa 2 m lang.
- Markiert die Mitte des Gummibandes und nennt diesen Punkt „M“.
- Markiert in etwa 20 cm rechts und links von M zwei weitere Punkte „A“ und „B“.
- Zeichnet Euch an der Tafel ein Koordinatensystem: Es soll symmetrisch zur senkrechten Achse sein, also negative und positive x-Werte zulassen. Die senkrechte Achse beschriftet Ihr mit „t“, denn das wird Eure Zeitachse werden. Teilt die Zeitachse in 5 bis 10 Zeitschritte. Auf der waagerechten Achse tragt ihr nachher den Abstand der Punkte A und B vom Punkt M ein.



## Durchführung

(Beispielsweise in 4-er Gruppen)

1. Stellt euch vor, Euer Gummiband stellt die Raumzeit eines Universums dar. Wenn Ihr auf das Gummiband guckt, dann guckt Ihr quasi von außen auf das Universum – das ist natürlich unlogisch, stellt Euch deswegen bitte vor, dass Ihr selber in diesem Gummiband wohnen würdet. Euer Gummiband-Universum werdet Ihr im Folgenden auf seine räumliche und raumzeitliche Krümmung hin untersuchen.
2. Legt das Gummiband auf den Tisch, und zeichnet ein kleines Dreieck darauf. Das funktioniert zum Beispiel mit einem Kugelschreiber sehr gut.
3. Messt die Winkelsumme dieses Dreiecks, und beantwortet die Frage: Welche räumliche Krümmung hat das Gummiband? Erscheint Euch das logisch?
4. Geht mit dem Gummiband zum Koordinatensystem an der Tafel: Je ein Ende des Bandes wird von einem Schüler gehalten. Einem weiteren Schüler wird die Koordination des Experimentes übertragen.
5. Der koordinierende Schüler steht an der Mitte des Bandes und achtet darauf, dass der Punkt M immer auf der Zeitachse des Koordinatensystems liegt. Zu Beginn des Experiments soll das Gummiband direkt auf der x-Achse liegen. Der Koordinator überträgt nun die beiden Punkte A und B mit Kreide ins Koordinatensystem.
6. Nun wird untersucht, welche raumzeitliche Krümmung Ihr Eurem Gummiband aufprägen könnt: Die beiden Schüler am Ende des Bandes gehen jeweils einen halben Fuß auseinander und heben das Band bis zur nächsten Markierung auf der Zeitachse an. Der Koordinator überträgt wieder die Position der Punkte A und B zu diesem Zeitpunkt an die Tafel.
7. Wiederholt Schritt 5 für alle Zeitpunkte, die Ihr auf der Zeitachse markiert habt. Dabei werdet Ihr das Band immer weiter dehnen müssen, was einem sich ausdehnenden Universum entspricht.
8. Verbindet für den Punkt A all die Markierungen, die Ihr zu den verschiedenen Zeitpunkten an der Tafel angebracht habt. Für Punkt B macht Ihr dasselbe.
9. Schaut Euch euer Tafelbild aus der Ferne an und beantwortet die Frage: Wie nimmt der Abstand der Punkte A und B im Verlauf der Zeit zu? Nimmt er gleichmäßig zu, oder immer langsamer, oder immer schneller? Welche raumzeitliche Krümmung hat also Euer Universum?
10. Zusatzaufgabe: Versucht, ob Ihr mit eurem Gummiband alle drei Arten raumzeitlicher Krümmung erzeugen könnt.

## Experiment 2: Der Luftballon – räumlich krumm, aber raumzeitlich flach?

### Aufbau

- Markiert auf einem Luftballon einen Symmetriepunkt M, und links und rechts davon zwei Punkte A und B. Bereitet auf Karopapier dasselbe Koordinatensystem wie bei Experiment 1 vor.
- Pustet einen anderen Luftballon auf und verknotet ihn. Zeichnet nun ein Dreieck auf diesen Ballon, das mindestens die Hälfte des Ballons überzieht. Legt dazu ein Maßband auf die Oberfläche des Ballons und zeichnet entlang dessen Kante. Die Kante des Maßbandes garantiert dabei, dass Ihr gerade zeichnet, obwohl der Ballon nicht flach ist.

### Durchführung

1. Stellt Euch bitte wieder vor, Ihr würdet auf der Oberfläche des Ballons leben.
2. Messt die Winkelsumme des Dreiecks auf dem einen Ballon. Ihr werdet dabei auf das Problem stoßen, dass sich der Luftballon unter eurem Geodreieck weg biegt.
3. Löst dieses Problem nicht, indem Ihr das Geodreieck fest an den Ballon drückt! Wir möchten doch gerade einen Winkel auf einer gekrümmten Oberfläche messen, und wenn Ihr das Geodreieck an den Ballon drückt, erzeugt Ihr eine flache Oberfläche.
4. Legt stattdessen den Nullpunkt des Geo-Dreiecks sachte an jeden Eckpunkt an und markiert mit kleinen Pfeilen aus welchen Richtungen die Seiten des Dreiecks bei eurem Nullpunkt einlaufen. Je kleiner Eure Pfeile auf dem Geodreieck sind, desto „richtiger“ arbeitet Ihr. Als Stift könnt Ihr einen CD-Schreiber verwenden, Mit Nagellackentferner könnt Ihr Eure Pfeile wieder entfernen.
5. Legt das Geodreieck dann auf den Tisch und verlängert Eure Pfeile, bis sie die Winkelskala des Geodreiecks schneiden. Dann könnt Ihr den Winkel zwischen den beiden Pfeilen messen.



6. Wiederholt dieses Verfahren für alle Eckpunkte, berechnet die Winkelsumme des Dreiecks und beantwortet die Frage, welche räumliche Krümmung euer Luftballon hat.
7. Pustet dann den Ballon, auf dessen Oberfläche Ihr die Punkte A, B und M markiert habt, schrittweise auf. Zu jedem Zeitschritt messt Ihr den Abstand der Punkte A und B von M mit einem Maßband.
8. Übertragt Eure Messergebnisse in das Koordinatensystem und betrachtet wieder, wie sich der Abstand der Punkte A und B im Verlauf der Zeit ändert. Was für eine raumzeitliche Krümmung könnt Ihr Eurem Luftballon-Universum aufprägen? Schafft Ihr es, ein Universum zu erzeugen, das räumlich krumm aber raumzeitlich flach ist?

### **Anwendungsaufgabe: Unser eigenes Universum**

Messungen an unserem eigenen Universum ergaben, dass Dreiecke eine Winkelsumme von  $180^\circ$  haben. Messungen über den wachsenden Abstand zwischen Galaxien ergaben, dass dieser Abstand immer schneller anwächst. Ist unser Universum also räumlich oder raumzeitlich gekrümmt, oder beides?