

Die äußeren Planeten und ihre Sichtbarkeit

In Bezug zu dem Beitrag „ESA wählt Landeplatz für Mission ExoMars 2018 aus“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 2/2016.

Lutz Clausnitzer

Im Mathematikunterricht der Mittelstufe werden Gesetzmäßigkeiten im Kreis und auch im rechtwinkligen Dreieck behandelt. Die Festigung der erworbenen Kenntnisse und Kompetenzen kann anhand von Planetenbahnen und ausgewählten Konstellationen erfolgen. Das Arbeitsblatt ist eine Vorlage für eine komplexe Übung, in der neben Gesetzen der Planimetrie auch Zehnerpotenzen und Winkelfunktionen angewendet werden.

Das Arbeitsblatt kann aber auch als Übung zur gleichförmigen Kreisbewegung im Fach Physik und zur Behandlung der Sichtbarkeit der Planeten im Astronomieunterricht eingesetzt werden. Dabei wird auch das räumliche Vorstellungsvermögen geschult.

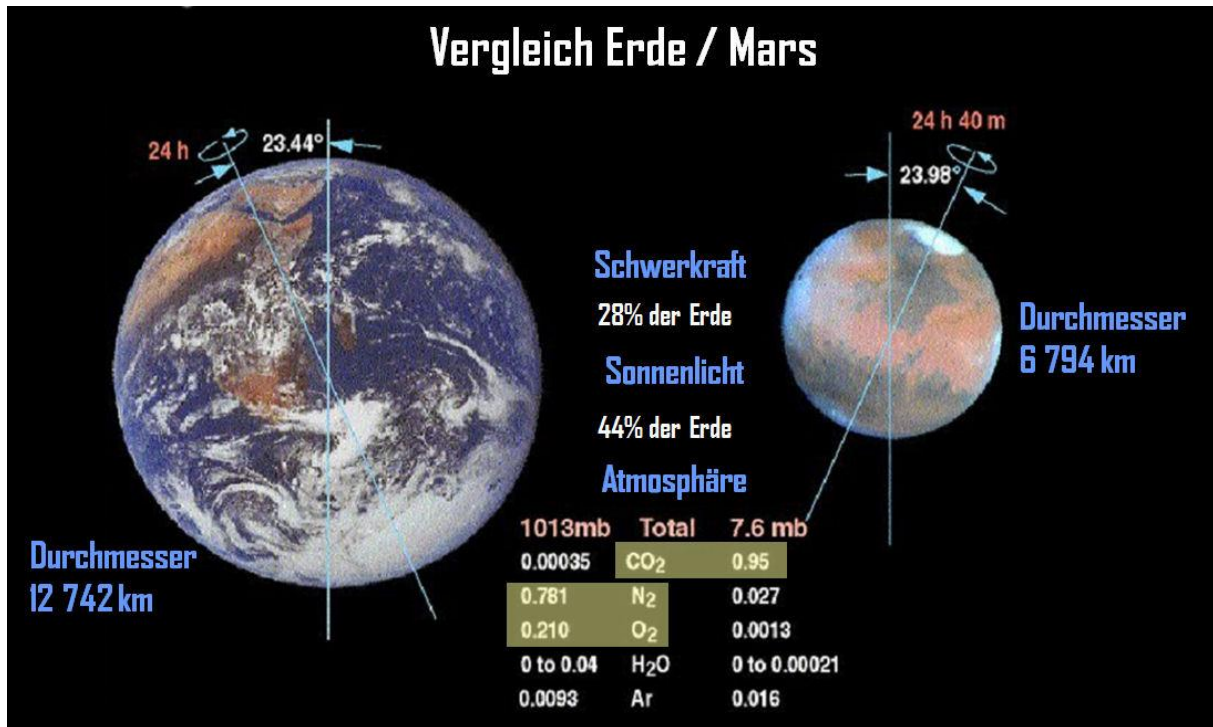
Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Mathematik	Planimetrie	Umfang eines Kreises, Satz des Pythagoras und der Sinus im rechtwinkligen Dreieck, Rechnen mit Zehnerpotenzen
Physik	Kinematik	gleichförmige Kreisbewegung
Astronomie	Planeten	Unterscheidung von inneren und äußeren Planeten des Sonnensystems, Unterschiede in der Sichtbarkeit und besonderen Konstellationen, Opposition, Konjunktion und Quadratur des Planeten Mars
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma, Astro-Ph, Astro-Geo	Planimetrie und Trigonometrie im Planetensystem, modellhafte Vereinfachung der Planetenbewegung als gleichförmige Kreisbewegung, Rotation und Längengrade der Erde
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis), Unter- richtsmittel	Lesekompetenz, Schulung des geometrischen Vorstellungsvermögens, Modell als vereinfachte Widerspiegelung der Realität, Umgang mit Einheiten und Zehnerpotenzen,



Abb. 1: Am 10. September 2015 bot sich um 05:30 Uhr in Richtung Osten dieser Anblick. Am 26. August stand Jupiter noch in Konjunktion zur Sonne. Innerhalb von 14 Tagen ist die Erde so weit gewandert, dass er in der Morgendämmerung rechts (westlich) der Sonne im Löwen wieder sichtbar wird. Auch Mars ist im Begriff, seinen Abstand von der Sonne zu vergrößern.

(Grafik auf der Grundlage einer Fotografie, mit freundlicher Genehmigung von Heiko Ulbricht, Freital)

<http://www.sternzeit-online.de/archiv-suche/3-2015/beobachtungshinweise-fur-das-3-quartal-2015>



Weil es im folgenden Arbeitsblatt vorwiegend um die Bahnen der Erde und des Mars' geht, sollen an dieser Stelle auch einige physikalische Eigenschaften dieser beiden Planeten miteinander verglichen werden. Quelle: http://marsociety.de/?page_id=125



ExoMars – der Name steht für „Exobiologie auf dem Mars“ – ist ein Gemeinschaftsprojekt von ESA und Roskosmos. Die Mission erprobt für künftige Mars-Missionen wichtige Technologien. Quelle: ESA

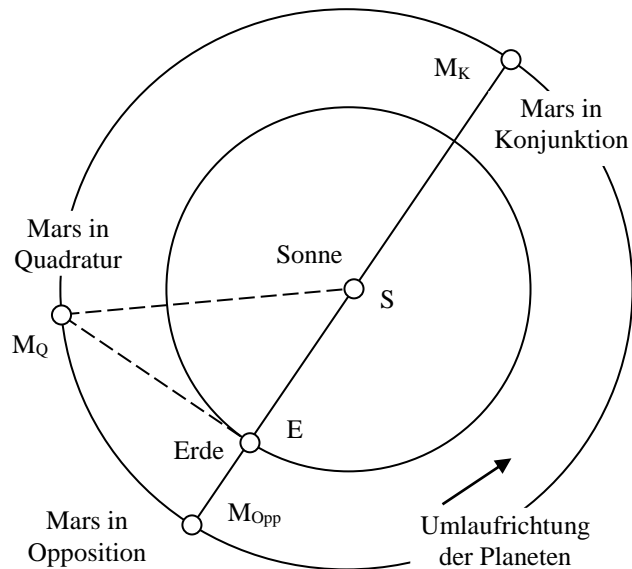
Die äußeren Planeten und ihre Sichtbarkeit

Diejenigen Planeten, die die Sonne innerhalb der Erdbahn umlaufen, heißen innere Planeten. Das sind nur Merkur und Venus. Von der Erde aus gesehen können sie einen bestimmten Winkel zur Sonne, die so genannte maximale Elongation, nicht überschreiten. Deshalb sind sie nur in den Morgen- oder Abendstunden zu beobachten. Um Mitternacht befinden sie sich stets unter dem Horizont.

Die äußeren oder oberen Planeten hingegen stehen zuweilen in der von der Sonne abgewandten Richtung – in Opposition (zu ihr). Dann beobachtet man sie zu Mitternacht im Süden. Andererseits können sie aber auch genau hinter der Sonne stehen – in Konjunktion (zu ihr). Dann entziehen sie sich jeglicher Beobachtung.

Im Gegensatz zu einem inneren Planeten kann die Sichtlinie zu einem äußeren mit der Sonnenrichtung einen rechten Winkel bilden. Man sagt, er steht in Quadratur.

In der Abbildung sind diese besonderen Konstellationen am Beispiel des Mars dargestellt. Für die folgenden Aufgaben werden Erd- und Mars-Bahn als konzentrische Kreise mit einem Radius von 149,6 bzw. 227 Millionen km angenommen.



1. Nennen Sie alle äußeren Planeten des Sonnensystems von innen nach außen!
2. In der oben eingezeichneten Quadratur steht Mars um Mitternacht am Horizont. Begründen Sie das! Geht er gerade auf oder unter? Erklären Sie!
3. Errechnen Sie die Bahngeschwindigkeit beider Planeten!
4. Mars braucht für einen Umlauf um die Sonne 1,88 Jahre. Überschlagen Sie durch inhaltliches Überlegen, wie viel Zeit von einer Opposition zur nächsten vergeht!
5. Sie möchten Mars mit einem Fernrohr beobachten und Details auf seiner Oberfläche sehen. Wann würden Sie es tun? Begründen Sie!
6. Mars besitzt einen Durchmesser von 6800 km. Weil er von der Erde sehr unterschiedlich weit entfernt sein kann, erscheint er unterschiedlich groß und hell. Errechnen Sie die Extremwerte seiner Entfernung von der Erde und seine zugehörige maximale und minimale scheinbare Größe in Winkelsekunden!
7. Errechnen Sie Mars' Entfernung von der Erde, wenn er in Quadratur steht!
8. Errechnen Sie, wie weit Jupiter in seiner Quadraturstellung von der Erde entfernt ist. Nehmen Sie dazu vereinfachend an, die Jupiterbahn sei ein zur Erdbahn konzentrischer Kreis mit dem Radius $r = 778$ Mio km.

Lösungen

1. Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun
2. Wenn es für einen irdischen Beobachter Mitternacht ist, befindet er sich auf dem von der Sonne angewandten Längengrad. Die Gerade M_{QE} und Mars liegen dann in seiner Horizontebene. Die Erde rotiert im selben Drehsinn wie die Planeten die Sonne umlaufen, von Norden aus gesehen gegen den Uhrzeigersinn. Somit ist Mars im Untergehen begriffen.

3. Die Bahngeschwindigkeiten:

$$v_E = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot r_E}{T_E} = \frac{2\pi \cdot r_E}{1a} = \frac{2\pi \cdot 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{939964522 \text{ km}}{31557600 \text{ s}} = 29,79 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_M = \frac{s_M}{t_M} = \frac{2\pi \cdot r_M}{T_M} = \frac{2\pi \cdot r_M}{1a} = \frac{2\pi \cdot 227 \cdot 10^6 \text{ km}}{1,88 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{1426283065 \text{ km}}{59328288 \text{ s}} = 24,04 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

4. Mars hat fast die doppelte Umlaufzeit wie die Erde. Daher hat Mars nach einem Erdumlauf (1 Jahr) etwas mehr als eine halbe und nach zwei Erdumläufen etwas mehr als eine ganze Runde geschafft. Zwei Jahre nach der Opposition ist Mars der Erde nur noch wenig voraus. Nach etwas mehr als zwei Jahren hat die Erde Mars eingeholt. Dann ist die nächste Opposition erreicht. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Oppositionen vergeht folglich eine Zeit von etwas mehr als zwei Jahren.
Genauer Wert: $(T_{\text{syn}})^{-1} = (T_{\text{Erde}})^{-1} - (T_{\text{Mars}})^{-1}$ und erhält $T_{\text{syn}} = 2,14a$

5. Wenn Mars zur Erde in Opposition steht, ist es am günstigsten, weil er dann der Erde dann am nächsten ist. Zudem ist er die ganze Nacht hindurch über dem Horizont.

6. Der Abstand ist bei Opposition am kleinsten und gleich der Differenz der beiden Bahnradien:

$$r_M - r_E = 227 \cdot 10^6 \text{ km} - 149,6 \cdot 10^6 \text{ km} = \underline{\underline{77,4 \cdot 10^6 \text{ km}}}$$

$$\text{Größe: } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{r} = \frac{3400 \text{ km}}{77,4 \cdot 10^6 \text{ km}} = 0,0000439 \rightarrow \alpha = 0,00503^\circ = \underline{\underline{18,1''}}$$

(Weil Planetenbahnen in Wirklichkeit Ellipsen sind, kann Mars in Wirklichkeit bis zu 25,22" groß erscheinen.)

$$\text{Der maximale Abstand ist } \overline{EM}_K = r_M + r_E = \underline{\underline{376,6 \cdot 10^6 \text{ km}}}$$

$$\text{Größe: } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{r} = \frac{3400 \text{ km}}{376,6 \cdot 10^6 \text{ km}} = 0,000009028 \rightarrow \alpha = 0,001035^\circ = \underline{\underline{3,72''}}$$

7. Per Definition der Quadratur ist der Winkel M_{QES} ein rechter. Somit ist nach dem Satz von Pythagoras:

$$\overline{M_Q E} = \sqrt{\overline{M_Q S}^2 - \overline{ES}^2} = \sqrt{227^2 \cdot 10^{12} \text{ km}^2 - 149,6 \cdot 10^{12} \text{ km}^2} = \underline{\underline{170,73 \cdot 10^6 \text{ km}}}$$

8. Mit dem gleichen Lösungsansatz wie in Aufgabe 7 ergibt sich:

$$\overline{J_Q E} = \sqrt{\overline{J_Q S}^2 - \overline{ES}^2} = \sqrt{778^2 \cdot 10^{12} \text{ km}^2 - 149,6 \cdot 10^{12} \text{ km}^2} = \underline{\underline{763,5 \cdot 10^6 \text{ km}}}$$