Damit wir uns am Himmel nicht „verirren“ - die drehbare Sternkarte

In Bezug zu „Aktuelles am Himmel: Der Himmel im Überblick“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 5/2016, Zielgruppe: obere Mittelstufe und Oberstufe, WIS-ID: 1285877

Olaf Fischer

Monat für Monat erscheint in der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ die Rubrik „Aktuelles am Himmel“ mit dem Anblick des Morgen- und Abendhimmels für ausgewählte Zeitpunkte. Diese Anblicke kann sich ein Schüler selbst beschaffen und lernt sie dadurch besser zu verstehen.
Für die schnelle Information über die Sichtbarkeit sowie die Auf- und Untergangszeiten himmlischer Objekte ist die (dem Breitengradbereich des Beobachtungsortes angepasste) drehbare Sternkarte ein altbewährtes Hilfsmittel. Die Fertigkeit diese anzuwenden, ist sogar ein Ziel in einigen Lehrplänen zur Astronomie. Im Zeitalter der Apps ist sie zwar „unbequemer“, diesen aber auch gerade wegen ihrer Handlungsorientiertheit und begleitenden Überlegungen didaktisch überlegen.
Im Folgenden wird zunächst ganz grundlegend aufgezeigt, wie eine drehbare Sternkarte entsteht. Es werden dabei Grundkenntnisse der Geometrie, Geographie und Astronomie aufgerufen und miteinander verzahnt. Die qualitative Darstellung wird durch eine quantitative im Anhang ergänzt. Der Selbstbau einer (eigenen) drehbaren Sternkarte samt Selbstbeschriftung (für 50° n. B., siehe Anhang) ist gut dazu geeignet, diese tiefgründig kennenzulernen. Mit dem Verständnis des Sternkartenaufbaus sind schon die Samen für deren Nutzungsmöglichkeiten gelegt. Diese werden im zweiten Teil verdeutlicht.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Positionsastronomie	Scheinbare Himmelskugel, Äquatorsystem, Horizontsystem, Sternkarten, Sonnenzeit, Uhrzeit und Position der Sonne in Bezug auf Meridian, Datum und Position der Sonne am Sternenhimmel, Ortszeit und Ortszeitkorrektur
Fächer-verknüpfung	Astro-Ma, Astro-Geo	Projektionen (Zylinderprojektion, Azimutalprojektion), kartesische und sphärische Koordi naten, Koordinatentransformation, Karten der Erde, Zeitzonen der Erde
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis), Unterrichtsmittel	Fähigkeit zur Erläuterung der astronomischen Hintergründe des Aufbaus und Fertigkeit zur Nutzung der drehbaren Sternkarte, drehbare Sternkarte (Bauanleitung und Nutzung), Flaschenglobus, Sternglobus

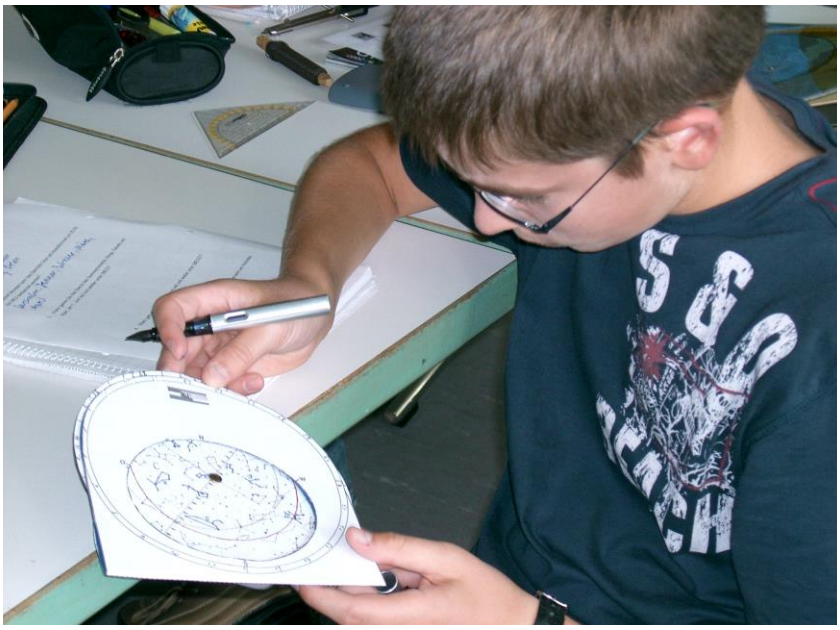
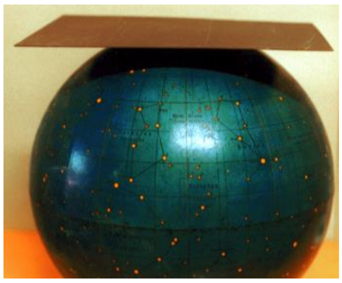




Abbildung 1: Die drehbare Sternkarte (hier die Selbstbauversion) ist das optimale Hilfsmittel für (den Einstieg in) die Orientierung am Sternenhimmel. ©: Olaf Fischer.

Vom Sternglobus zur Sternkarte

Der Weg zur drehbaren Sternkarte beginnt beim Sternenhimmel, der an der scheinbaren Himmelskugel erscheint. Im Modell veranschaulichen können wir die scheinbare Himmelskugel am besten mit Hilfe des Flaschenglobus (siehe WIS 3/2016). Der Schritt vom Flaschenglobus zum Sternglobus ist dann kurz (siehe auch Abb. 2).
Nun gilt es das Problem zu klären, wie der Sternenhimmel von der Kugeloberfläche des Sternglobus in die Ebene einer Sternkarte übertragen werden kann. Für die Lösung kann auf das Vorwissen zu Projektionen Bezug genommen werden, welche in der Mathematik der Mittelstufe in der Regel behandelt werden. Begriffe wie Projektionsstrahl und Projektionsebene können aufgegriffen werden. Für die spezielle Problematik der Übertragung von Punkten auf einer Kugeloberfläche in eine Ebene existieren verschiedene Projektionsarten. Zwei davon sollen im Folgenden einmal weniger und einmal mehr ausführlich beschrieben werden, weil sie auch für Karten des Sternenhimmels zur Anwendung kommen.

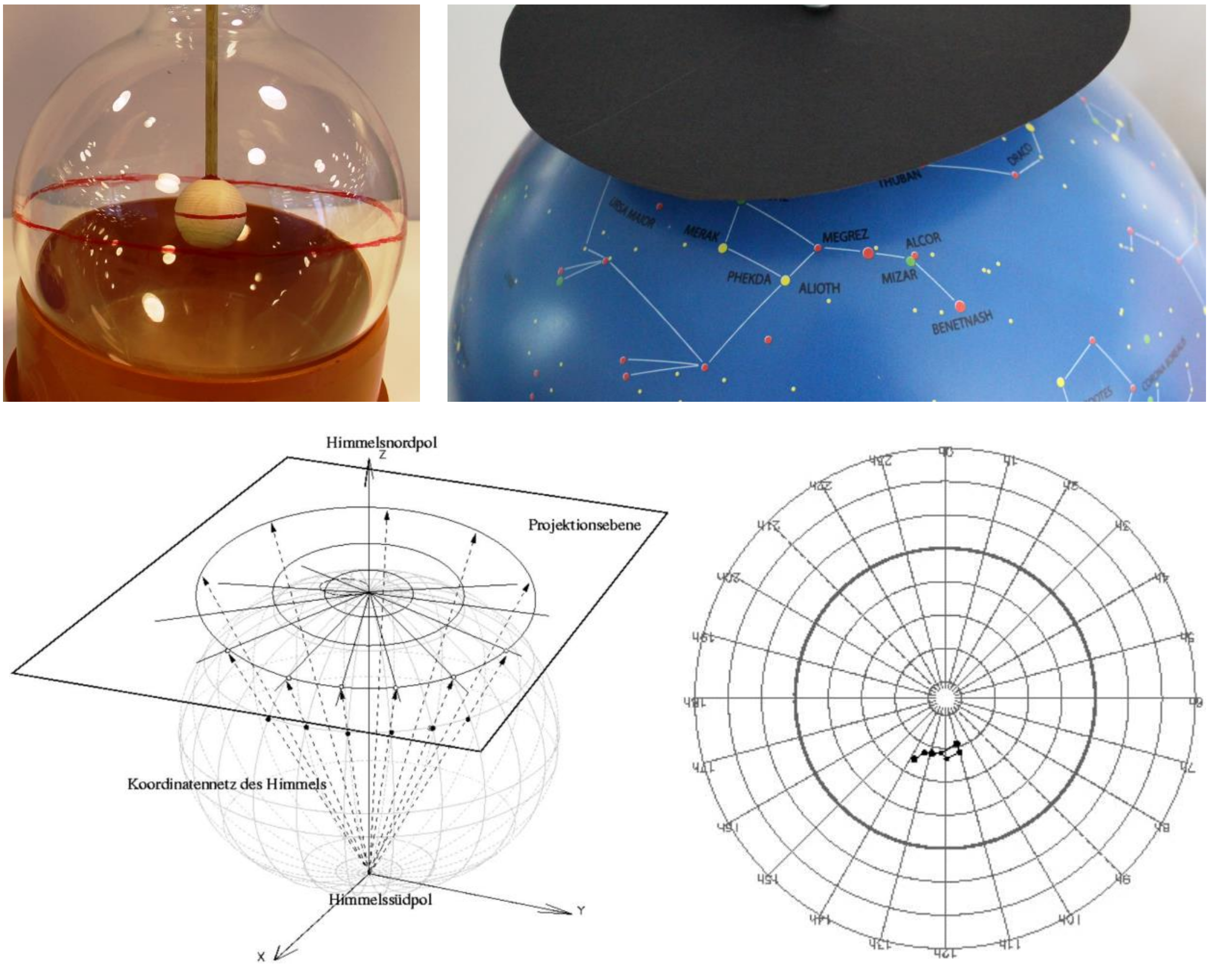


Abbildung 2: So entsteht das Himmelsbild für die Sternscheibe der drehbaren Sternkarte: Ausgangspunkt ist die scheinbare Himmelskugel, die mittels des Modells „Flaschenglobus“ veranschaulicht wird (oben links). Der Himmelsanblick auf dem Sternglobus (eine Art Flaschenglobus, der durch Himmelsobjekte und Koordinatennetz ergänzt wurde) soll in die Ebene übertragen werden (oben rechts). Die Kartenebene wird sinnvollerweise an den „stabilen Ort am Himmel“, den Himmelsnordpol, angelegt. Die stereografische Zentralprojektion geschieht durch Projektionsstrahlen, die vom Himmelssüdpol ausgehen (damit auch Orte südlich des Himmelsäquators abgebildet werden können, unten links). Das Äquatorkoordinatennetz der Himmelskugel bildet in der Ebene ein „Spinnennetz“ mit eigentlich wachsenden Abständen zwischen äquidistanten Deklinationskreisen (Breitenkreisen) der scheinbaren Himmelskugel. Für eine drehbare Sternkarte ist es sinnvoll, die Deklinationskreise schließlich noch äquidistant zu machen (unten rechts). ©: Olaf Fischer.

Bei den Zylinderprojektionen wird die Projektionsfläche als Zylindermantel (eine abrollbare Fläche) um die Kugel geschlungen. Ausgehend vom Kugelmittelpunkt bilden die Projektionsstrahlen (fast) jeden Punkt der Kugeloberfläche auf die Mantelfläche ab. Karten, die auf diese Art und Weise erzeugt wurden, sind dem Schüler schon von den Weltkarten aus dem Geographieunterricht bekannt (ein weiterer Anknüpfungspunkt). Für die Abbildung des Sternenhimmels findet die Zylinderprojektion Anwendung, wenn es z. B. um eine Sternkarte für das dem Himmelsäquator nahe Gebiet geht, welches die Ekliptik einschließt. Derartige Karten sind nützlich für Objekte, die sich im Ekliptikstreifen des Himmels aufhalten (Planeten, Planetoiden, Mond).
Für die drehbare Sternkarte kommt eine Azimutalprojektion zur Anwendung. Dabei wird keine abrollbare Ebene zwischengeschaltet, sondern die Ebene wird direkt tangential an die Kugel angelegt (siehe Abb. 2). Während sich die abrollbare Karte bei der Zylinderprojektion in der Regel an den Himmelsäquator anschmiegt, liegt die Tangentialebene bei der azimutalen Projektion an einem der Himmelspole an. Damit (fast) die ganze Kugeloberfläche abgebildet werden kann, wird der Quellpunkt der Projektionsstrahlen in den gegenüber liegenden Himmelspol gesetzt. Diesen Typ der Azimutalprojektion nennt man stereografische Zentralprojektion.
Welchen Teil des Himmels müssen wir auf der Sternscheibe der drehbaren Sternkarte eigentlich abbilden? Auch hier hilft uns das Modell vom Flaschenglobus, mit dessen Hilfe gezeigt werden kann, dass für einen Beobachter bei der nördlichen geografischen Breite φ der Himmelsnordpol ebendiese Höhe hat und der Himmelsäquator maximal $90° - \varphi$ über den Süden aufragt. Das heißt, für diesen Beobachtungsort muss die Sternkarte die scheinbare Himmelskugel bis zu einer südlichen Deklination von $\delta = 90° - \varphi$ abbilden.
Nach der Projektion erscheinen die himmlischen Breitenkreise (Deklinationskreise) in der Kartenebene wieder als Kreise. Die Längenkreise (Rektaszensionskreise) laufen in der Karte radial vom zentralen Polpunkt nach außen (siehe Abb. 2). Sowohl bei der Zylinderprojektion wie auch bei der Azimutalprojektion fällt auf, dass gleich große Flächen auf der Kugeloberfläche umso größer abgebildet werden, je weiter die Richtung der Projektionsstrahlen von der Senkrechten auf die Projektionsfläche abweicht. Man spricht davon, dass diese Abbildungen nicht flächentreu sind; dafür sind sie winkeltreu, d. h., die Formen bleiben erhalten.
Nun ist es so, dass die Größenverzerrung nach außen hin (mit wachsendem Radius) stark zunimmt, so dass auf einer so erstellten Karte die Außenbereiche den inneren Bereichen kaum Platz lassen würden. Deshalb wählt man oft den Weg, die Deklinationskreise in äquidistanten oder zumindest reduzierten Abständen darzustellen, wobei man jedoch die Winkeltreue aufgibt.

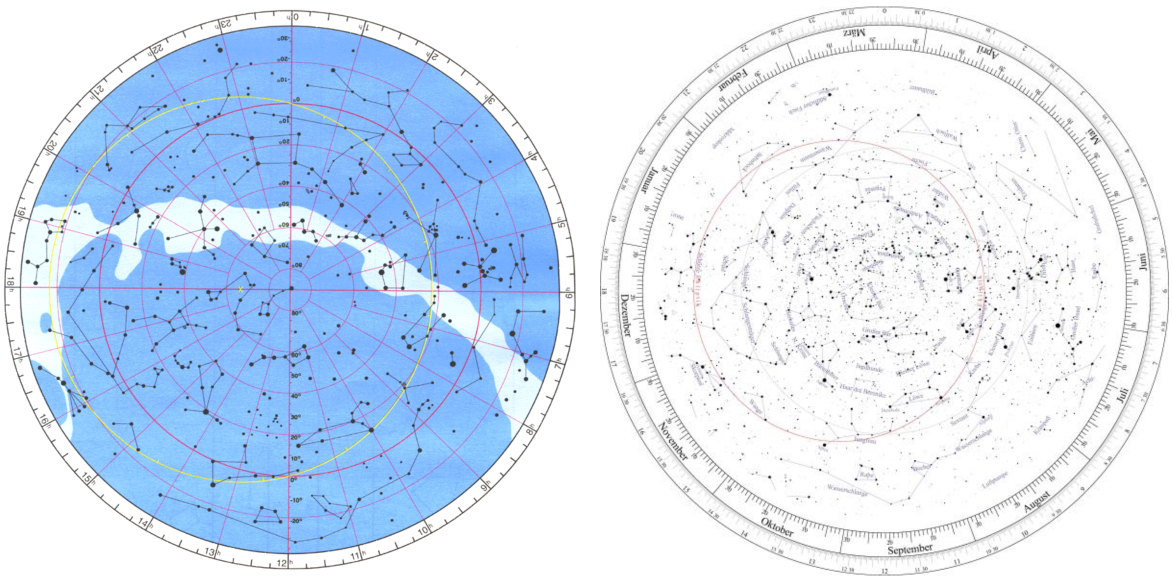


Abbildung 3: Die mittels stereografischer Zentralprojektion erzeugten Grundscheiben drehbarer Sternkarten, die für Beobachtungsorte bei φ = 52° n. B. (links) und φ = 50° n. B. (rechts) gültig sind (Bildquellen: links: Schmiedeknecht-Lehrmittel, rechts: Thomas Knoblauch, http://www.star-shine.ch/). Die Karten zeigen die scheinbare Himmelskugel bis zu einer Deklination von 38° und 40° Süd. Die Deklinationskreise der linken Karte sind äquidistant, die der rechten Karte wachsen noch etwas an. ©: Olaf Fischer.

Vom Himmelsgewölbe des Beobachters zum Sichtfenster der drehbaren Sternkarte

Nach der Projektion liegt jetzt eine ebene polzentrierte Sternkarte vor, die den gesamten Sternenhimmel zeigt, der für den Breitengrad des Beobachtungsortes potentiell zugänglich ist; oder anders ausgedrückt des Sternenhimmels, der im Laufe einer Erddrehung über das Himmelsgewölbe des Beobachtungsortes läuft.
Die Aufgabe einer drehbaren Sternkarte besteht nun darin, den Ausschnitt in der Sternkarte (den sogenannten Horizontausschnitt) zu zeigen, der für einen bestimmten Zeitpunkt den Anblick des Himmelsgewölbes widergibt.

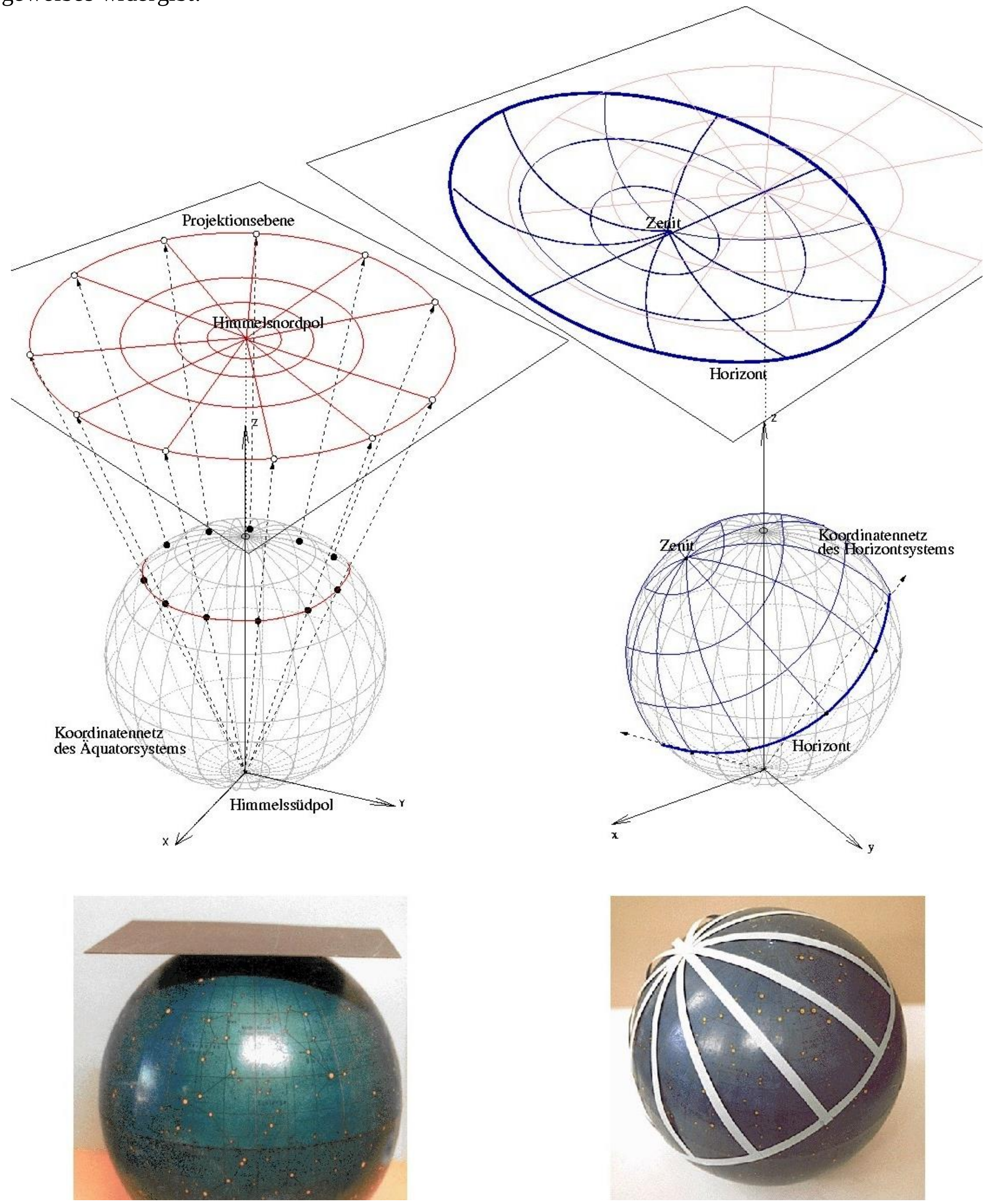


Abbildung 4: Stereografische Zentralprojektion des Äquatorkoordinatennetzes (und der Objekte des Sternenhimmels) zur Erzeugung der Sternkarte für die Sternscheibe (links) und des Horizontkoordinatennetzes (auch in die Kartenebene) zur Erzeugung der Horizontscheibe (rechts) der drehbaren Sternkarte. ©: Olaf Fischer.

Zur Erzeugung des Horizontausschnitts muss dem Schüler mit Hilfe des Flaschenglobus und dann des Sternglobus veranschaulicht werden, dass in diesem die Hälfte der scheinbaren Himmelskugel (Halbkugel), die sich im Moment über den Beobachter wölbt, ersichtlich ist. Der Rand dieser Halbkugel entspricht dem mathematischen Horizont.
In Abb. 4 wird ersichtlich, wie der Horizontausschnitt durch stereografische Zentralprojektion ebender Punkte der Himmelskugel, durch die der mathematische Horizont und weitere Koordinatenlinien des Horizontsystems laufen, in die Sternkarte entsteht. Da die Horizonthalbkugel in Bezug zur Polachse (Senkrechte zur Projektionsebene) fast immer gekippt und daher nicht mehr symmetrisch ist, erscheint das Projektionsbild der Horizonthalbkugel verzerrt. Der mathematische Horizont und die Höhenlinien werden zu ovalen Gebilden und die Azimutlinien (außer dem Meridian) erscheinen gebogen.
Schon mit Hilfe des Flaschenglobus (siehe WIS 3/2016) wurde klar, dass je nach dem Breitengrad des Beobachters die scheinbare Himmelskugel ganz oder nur teilweise im Laufe einer Erddrehung über dem Beobachter am Himmelsgewölbe (der Horizonthalbkugel) erscheint. Über einen Beobachter am Äquator ($\varphi = 0°$) streicht im Zuge einer Erddrehung die gesamte Himmelskugel hinweg. Ein Beobachter am Nordpol ($\varphi = 90°$ n. B.) der Erde wird dagegen nur die halbe Himmelshalbkugel (die nördliche Himmelshalbkugel) sehen können. Ein Beobachter dazwischen, z. B. bei $\varphi = 50°$ n. B., hat Zugriff auf mehr als die Hälfte der Himmelskugel. Eine dem Sternglobus (oder dem durch Sterne und Hilfslinien ergänzten Flaschenglobus) aufgesetzte Horizonthalbkugel (siehe Abb. 5) ermöglicht die Veranschaulichung dieser Fälle. Gleichzeitig hat man damit ein Instrument, um den Sternenhimmel für einen bestimmten Ort und eine bestimmte Zeit verzerrungsfrei zu betrachten, wenn man die Horizonthalbkugel geeignet aufsetzt.
Aus dem zuvor Gesagten wird klar, dass sich sowohl die Sternscheiben als auch die Horizontausschnitte der Horizontscheiben von drehbaren Sternkarten von Breitengrad zu Breitengrad unterscheiden müssen (siehe Abb. 5). Aus praktischen Gründen reicht es aber, für einen Breitenbereich von einigen Grad (Deutschland reicht von ca. 47° - 55°) nur eine drehbare Sternkarte für einen mittleren Breitengrad bereit zu stellen.

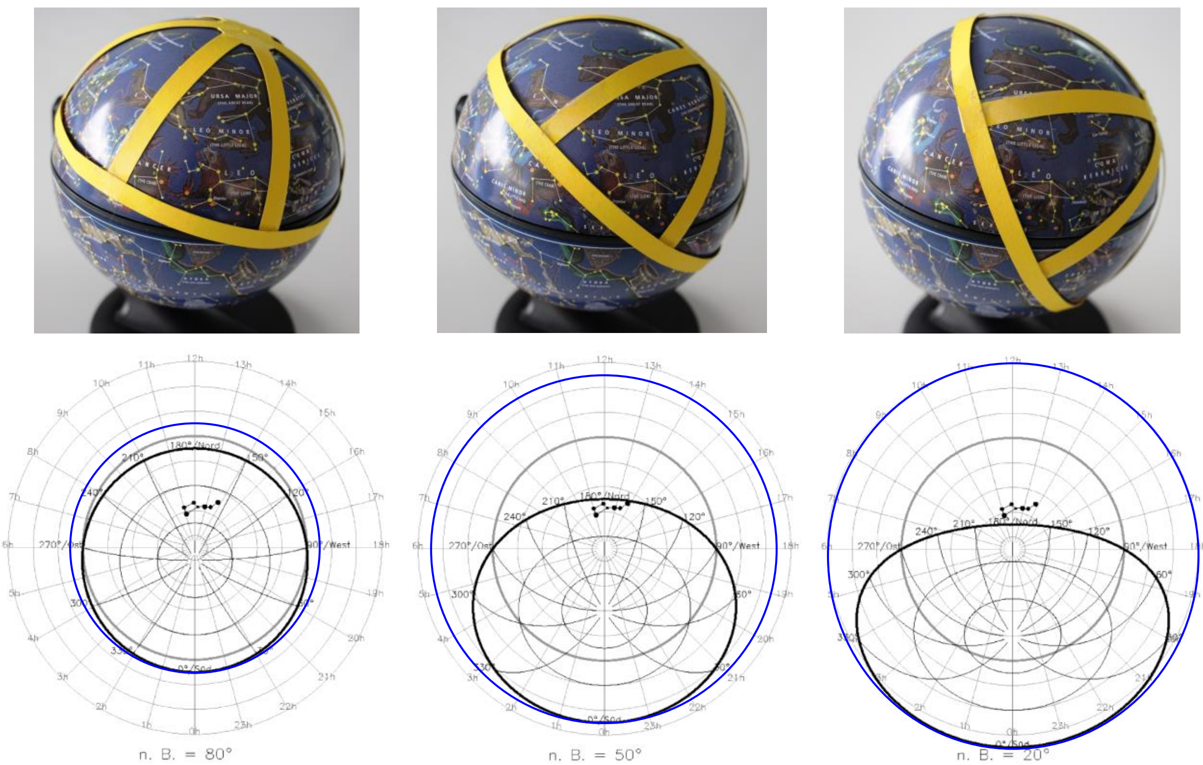


Abbildung 5: Oben: Sterngloben mit Horizonthalbkugel zur Veranschaulichung des Himmelsanblicks für Beobachter bei geografischen Breiten von 80°, 50° und 30°. Unten: Drehbare Sternkarten für die oben gezeigten Breiten. Der blau markierte Deklinationskreis auf der Sternkarte der Sternscheibe begrenzt den für den Breitengrad sichtbaren Teil des Sternenhimmels. Das schwarze Oval (der mathematische Horizont) umrahmt den Horizontausschnitt der Horizontscheibe für den jeweiligen Breitengrad. ©: Olaf Fischer.

Vom Ort der Sonne am Sternenhimmel und an der Horizonthalbkugel zu den Zeitskalen der drehbaren Sternkarte

Im Abschnitt zuvor wurde dem Sternglobus eine Horizonthalbkugel aufgesetzt (siehe Abb. 6), um den Teil der Himmelskugel zu zeigen, der an einen Ort bei der geografischen Breite φ für einen bestimmten Zeitpunkt sichtbar ist. Der Neigungswinkel der Zenitachse der Horizonthalbkugel (in Abb. 6 grau) bezüglich der Polachse der Himmelskugel (in Abb. 6 blau) wird durch φ bestimmt. Er beträgt: $90° - \varphi$.

Nun ist es aber noch möglich, die Horizonthalbkugel bei der genannten Neigung ganz verschieden aufzusetzen (die Zenitachse liegt auf einem Kreis, siehe Abb. 6). Die exakte Lage wird durch den Zeitpunkt der Beobachtung festgelegt.

Im Alltag (und damit auch bei der Benutzung der drehbaren Sternkarte passen wir die Zeitfestlegung nach wie vor dem Sonnenlauf an (auch, wenn uns Atomuhren eine viel genauere Periode liefern, welche wir für unsere moderne Welt brauchen).

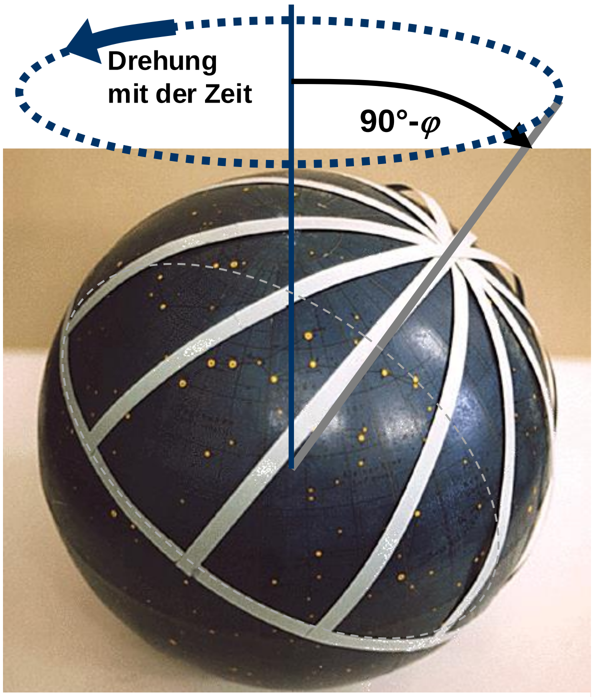


Abbildung 6: Sternglobus (scheinbare Himmelskugel) mit aufgesetzter Horizonthalbkugel. Die Himmelskugel dreht sich scheinbar unter der Horizonthalbkugel hindurch (Drehrichtung: entgegen der Richtung der Deichsel des großen Wagens.) ©: Olaf Fischer.

Der genaue Zeitpunkt der Beobachtung besteht aus Uhrzeit und Datum. Vom WIS-Beitrag 3/2016 her wissen wir, dass diese Angaben mit der Rotation und der Revolution der Erde zusammenhängen.

Die Uhrzeit vor Ort (Sonnenzeit) wird durch die Position der Sonne in Bezug auf den Meridian ermittelt. Steht die mittlere[1] Sonne genau im Süden, so ist es 12 Uhr und steht sie im Norden, so ist es entsprechend 0 bzw. 24 Uhr. Zur Demonstration des scheinbaren täglichen Sonnenlaufs sei an den Flaschenglobus erinnert.

Die Uhrzeiteinstellung ist also mit der Horizonthalbkugel (an welche der Meridian gebunden ist) verknüpft. Entsprechend findet sich die Uhrzeitskala auf der Horizontscheibe der drehbaren Sternkarte (siehe Abb. 7). Ihr Nullpunkt liegt in Nordrichtung. Die Zählrichtung folgt dem scheinbaren Sonnenlauf von Norden nach Osten über Süden bis Westen.

Da die Sonne infolge der Revolution der Erde ihre Position vor den Sternen verändert, brauchen wir noch einen weiteren „Zeitparameter" - das Datum. Dieses hängt also mit dem Ort der Sonne an der scheinbaren Himmelskugel (auf dem Sternglobus) zusammen, muss also auf der Sternkarte der drehbaren Sternkarte auf deren Sternscheibe aufgetragen werden. Als Fixpunkte der Datumsskala dienen uns markante Positionen der Sonne entlang ihrer scheinbaren jährlichen Bahn (Ekliptik). So steht sie zum Frühlingsbeginn (20. 3.) auf dem Himmeläquator, bei Sommeranfang (21. 6.) hat sie ihre größte nördliche Deklination erreicht, bei Herbstanfang (23. 9.) steht sie wieder auf dem Himmelsäquator und zum Winteranfang (21. 12.) hat sie sich am weitesten in den Südhimmel hinein geschoben (Jahreszeiten für die Nordhalbkugel der Erde). Diese Fixpunkte helfen uns dabei, die Datumsskala anzubringen (siehe Abb. 7).

[1] Die Unterscheidung zwischen mittlerer und wahrer Sonne ist wichtig zu erwähnen. Die Erläuterung führt an dieser Stelle aber zu weit

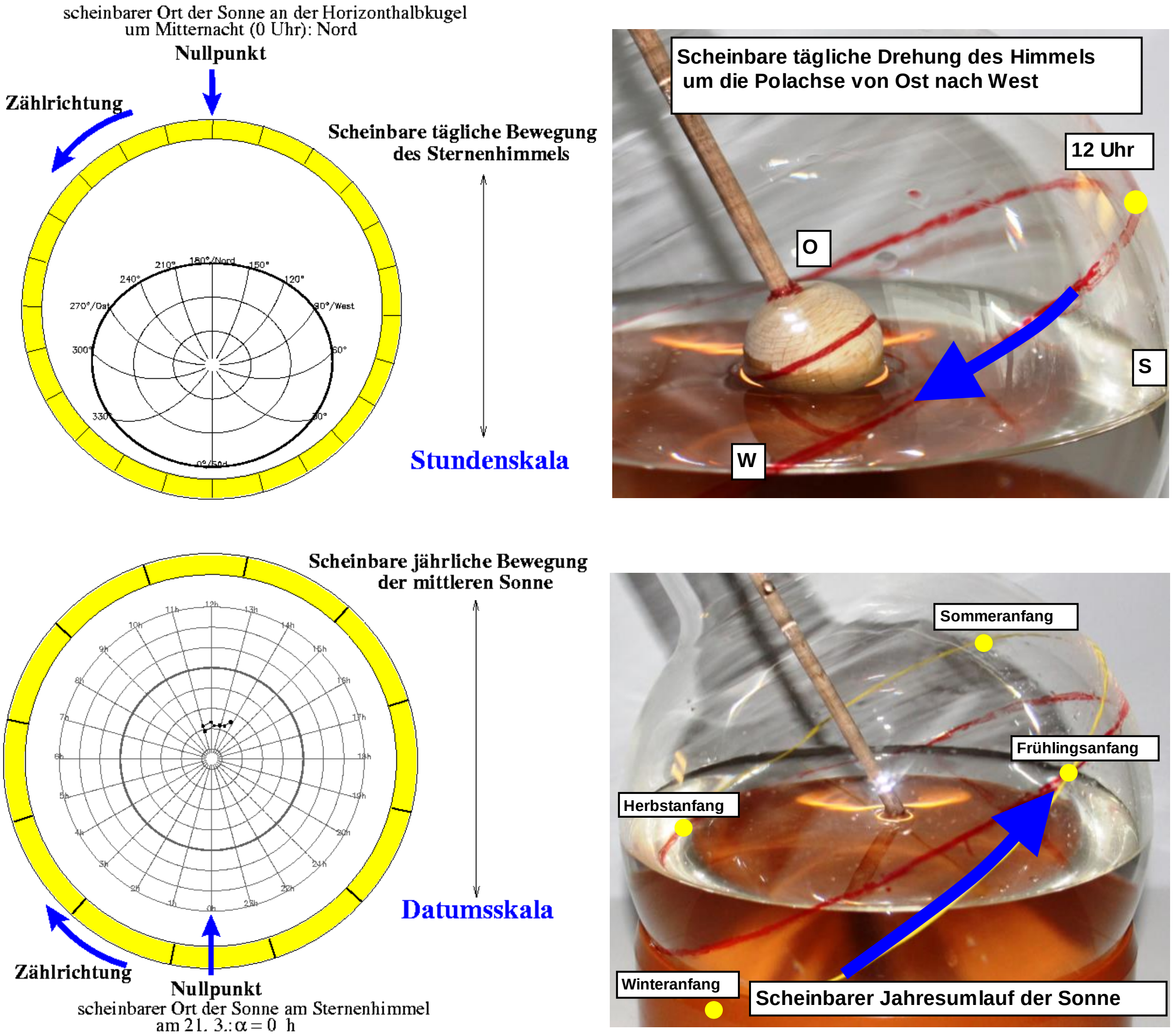


Abbildung 7: Links: Die Zeitskalen der drehbaren Sternkarte auf deren Horizontscheibe (oben) und Sternscheibe (unten). Rechts: Die Verknüpfung dieser Skalen mit dem scheinbaren täglichen und jährlichen Sonnenlauf kann mit Hilfe des Flaschenglobus demonstriert werden. ©: Olaf Fischer.

Uhrzeiteinstellung genauer

Nachdem der Schüler die Sternkarte nun im Aufbau versteht und nach „einer gewissen Zeit“ einstellen kann, ist es an der Zeit, den Unterschied zwischen der Zeit vor Ort (der Ortszeit) und der Zonenzeit zu thematisieren und dann die Ortszeitkorrektur bei der Einstellung zu berücksichtigen.
Die Existenz von Zeitzonen hat der Schüler eventuell schon im Geographieunterricht der Klasse 9 oder 10 kennengelernt. Dann wird er auch wissen, dass in Deutschland normalerweise die mitteleuropäische Zeit (MEZ) und während der Monate mit langen lichten Tagen die mitteleuropäische Sommerzeit (MESZ = MEZ + 1 h) gilt.

Nun gilt es, den Begriff der Ortszeit mit dem Zeitzonenbegriff zu verknüpfen. Der Schüler muss erkennen, dass die Zonenzeit exakt nur für Orte auf einem bestimmten Längengrad (dem Zeitzonenmeridian) gilt, weil nur dort die mittlere Sonne um 12 Uhr Zonenzeit genau im Süden steht (durch den Meridian läuft). Für Orte östlich vom Zeitzonenmeridian läuft die mittlere Sonne eher durch den Meridian, für Orte westlich vom Zeitzonenmeridian später.
Der Zeitzonenmeridian für die MEZ verläuft durch Görlitz und liegt bei $\lambda = 15°$ Ost.
Da der Beobachtungsort ja nun meist nicht in Görlitz oder auf dem Zeitzonenmeridian sein wird, gilt es, bei der Zeiteinstellung der drehbaren Sternkarte die Ortszeitkorrektur Δt anzubringen. Diese entspricht der Zeit, welche die Erde braucht, um sich um den Längenunterschied $\Delta\lambda$ zwischen dem Beobachtungsort und dem Zeitzonenmeridian zu drehen. Sie berechnet sich in guter Näherung wie folgt:
$\mathbf{\Delta t = \Delta\lambda \cdot (24\,h / 360°)}$.
Das Vorzeichen der Korrektur hängt von der Lage des Ortslängengrades zum Zeitzonenmeridian ab - für östlich gelegene Orte wird sie addiert, für westlich gelegene Orte abgezogen.
Dazu ein Beispiel: Die Landessternwarte Heidelberg befindet sich auf dem Längengrad $\lambda = 8°\ 43'\ 15''$ Ost. Für eine Beobachtungsuhrzeit von 20 Uhr MEZ muss folglich eine Ortszeitkorrektur von $\Delta t = (15° - 8°\ 43'\ 15'') \cdot 24\ h / 360° = (15° - 8{,}7208333°) \cdot 60\ min / 15° = 6{,}2791667° \cdot 60\ min / 15° \approx 25{,}1167\ min = 25\ min\ 7\ s$ berücksichtigt werden. Da Heidelberg westlich vom Bezugslängengrad liegt, muss die drehbare Sternkarte also anstatt auf 20 Uhr auf 19 h 34 min 53 s eingestellt werden.

Die drehbare Sternkarte in Aktion: mögliche Anwendungen

Abschließend wird eine Übersicht zu einer Vielzahl von Nutzungsmöglichkeiten der drehbaren Sternkarte gegeben.

Zeigen des aktuell sichtbaren Sternenhimmels
- Einstellung des im Moment über dem Beobachtungsort befindlichen Teils (der Hälfte) der scheinbaren Himmelskugel.
- Aufsuchen von Objekten am aktuellen Sternenhimmel.

Demonstration der scheinbaren täglichen Bewegung des Sternenhimmels
- Veranschaulichung des scheinbaren Laufs der Himmelsobjekte von Ost über Süd nach West im Zusammenhang mit dem Verlauf der Zeit (dem „Späterwerden“).

Bestimmung von Aufgangszeiten, Meridiandurchgangszeiten und Untergangszeiten von Gestirnen
- Wichtig für die Planung von Beobachtungen.

Zeigen von gedachten Linien und Punkten an der scheinbaren Himmelskugel
- Veranschaulichung von Himmelsäquator und Himmelsnordpol, Ekliptik und Pol der Ekliptik und mathematischem Horizont und Pol der Horizontebene (Zenit).

Nutzung von Koordinatennetzen des Äquator- und des Horizontsystems
- Nutzung der Koordinatenlinien des Äquatorsystems und des Horizontsystems zur Koordinatenbestimmung oder zur Objektfindung.
- Halbquantitative Koordinatentransformation ($\alpha, \tau, \delta \leftrightarrow a, h$) im Sinne einer analogen Rechenmaschine.

Zeigen des zirkumpolaren Bereiches und der jahreszeitlichen Bereiche des Sternenhimmels

- Veranschaulichung des für die drehbare Sternkarte (für die geografische Breite) existierenden Polkappengebiets der scheinbaren Himmelskugel, welches stets über den mathematischen Horizont ragt.
- Herausstellung der Sternbilder, welche die ganze Nacht über sichtbar sind, bzw., die um Mitternacht in Südrichtung (typisch für die Jahreszeit) zu finden sind.

Zeigen der jahreszeitlichen Variation der Lage der Ekliptik

- Die Veranschaulichung der Lage der Ekliptik in Bezug zum mathematischen Horizont führt zur Erkenntnis, dass diese im Sommer am Taghimmel hoch steht (große Sonnenhöhen), nachts dafür nur geringe Höhen erreicht und im Winter am Tage sich flach über dem Horizont erstreckt (geringe Sonnenhöhe), nachts dann aber hoch steht. Weitere im Ekliptikbereich auffindbare Objekte (Planeten, Mond, …) sind also im Winter desnachts besser beobachtbar.

Verfolgen der scheinbaren jährlichen Bewegung der Sonne

- Aufsuchen der aktuellen Position der Sonne am Sternenhimmel und verfolgen der Positionsveränderung im Laufe eines Jahres.

Aufzeigen des Unterschieds Sonnentag-Sterntag

- Anknüpfend an die scheinbare tägliche Drehung des Himmels kann die Dauer eines Sonnentags modelliert werden (die Zeit zwischen 2 Meridiandurchgängen der Sonne). Im Zusammenhang mit der Bewusstmachung der andauernden Ortsveränderung der Sonne wird klar, dass die Erde sich bei einem Sonnentag um mehr als 360° drehen muss. Die Rotationsdauer in Bezug auf einen Fixpunkt am Himmel (Frühlingspunkt) ist der Sterntag.

Die Datei ‚Drehbare Sternkarte - Aufgabenblatt - WIS 5-2016.docx' beinhaltet konkrete Aufgaben zu einigen der oben genannten Nutzungsmöglichkeiten der drehbaren Sternkarte.

Zugehörige mitgelieferte Dateien

- Drehbare Sternkarte - Selbstbau - WIS 5-2016.docx
- Drehbare Sternkarte - Aufgabenblatt - WIS 5-2016.docx

Quellen

- WIS 3/2016: „Die Sonne am Himmel – Betrachtungen mit dem Flaschenglobus"
- Drehbare Sternkarte: Thomas Knoblauch, http://www.star-shine.ch/
- Drehbare Sternkarte: Schmiedeknecht-Lehrmittel www.meinlehrmittel.de

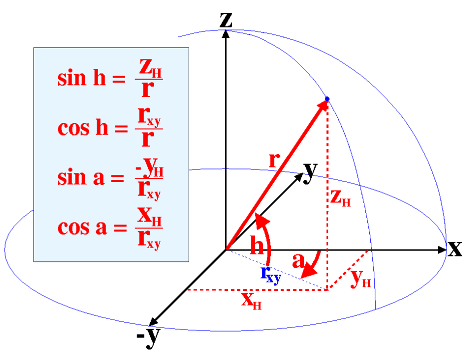
Anhang

Mathematische Grundlagen und Herstellungshinweise zur Programmierung einer drehbaren Sternkarte

Z. B. im Rahmen einer Projektarbeit ist es durchaus möglich, eine drehbare Sternkarte selbst zu programmieren. Im Folgenden sollen dazu die nötigen Schritte beschrieben und die nötigen Formalismen samt ihrer Herkunft aufgeführt werden.

Sternscheibe mit dem Gradnetz der Himmelskoordinaten und den Sternen
Zuerst wird die Sternkarte für die Sternscheibe mit dem Gradnetz der Himmelskoordinaten Rektaszension α und Deklination δ gezeichnet. Die Kugelkoordinaten α und δ finden sich in der Projektionsebene als Polarkoordinaten wieder: $\alpha \rightarrow$ Polarwinkel, $(90° - \delta) \rightarrow$ Zentrumsabstand. In der Sternkarte bilden die Rektaszensionskreise dann eine Schar von Strahlen um den Himmelspol (siehe Abb. 2). Die Deklinationskreise erscheinen konzentrisch um den Pol. Ihre Abstände, die nach der Projektion nicht äquidistant sind, werden in gleichen Abständen (äquidistant) gezeichnet. Die Abstände zwischen den Deklinationskreisen sind entsprechend der gewünschten Größe der Sternkarte zu wählen.
In das nun gegebene Koordinatennetz werden die gewünschten Sterne/Sternbilder eingetragen. Die Größe der Sternscheibchen kann durch die scheinbare Helligkeit der Objekte skaliert werden.

Horizontscheibe mit dem Horizontausschnitt und dem Gradnetz der Horizontkoordinaten
Nun gilt es, den Horizontausschnitt der Horizontscheibe und das Gradnetz der Horizontkoordinaten passend zum Koordinatennetz der Sternscheibe zu zeichnen. Dies macht man, indem man das Äquatorkoordinatennetz unsichtbar vorgibt und die Äquatorkoordinaten von verschiedener Gradnetzlinien des Horizontsystems (z. B. für die Horizontlinie: $h = 0°$, $a = 1, 2, ..., 360°$) Punkt für Punkt berechnet und abbildet. Die Berechnung erfolgt durch Koordinatentransformation. Die Herkunft der Transformationsformeln muss nicht im Dunkeln bleiben, zumal die Herleitung nur auf einfacher Trigonometrie beruht. Zur Erstellung der persönlichen drehbaren Sternkarte gehört auch ausreichendes Verständnis der verwendeten Formalismen. Der Weg zur Erarbeitung der Transformationsformeln soll deshalb hier kurz beschrieben werden.



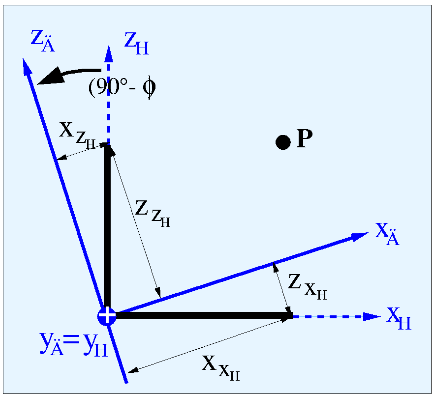


Abbildung 8: Links oben: Beziehungen zwischen sphärischen und kartesischen Koordinaten. Links unten: „Vererbung" von Koordinatenkomponenten bei Drehung eines kartesischen Koordinatensystems um die y-Achse. ©: Olaf Fischer.

Zunächst gilt es, den Zusammenhang von sphärischen Koordinaten (a, h und α, δ) und kartesischen Koordinaten (x_H, y_H, z_H und $x_Ä$, $y_Ä$, $z_Ä$) für das Horizont- und das Äquatorsystem aufzuzeigen (siehe auch Abb. 8).
Es gilt:

$$x_H = r \cdot \cos a \cdot \cos h, \quad y_H = -r \cdot \sin a \cdot \cos h, \quad z_H = r \cdot \sin h$$

und

$$x_Ä = r \cdot \cos \tau \cdot \cos \delta, \quad y_Ä = -r \cdot \sin \tau \cdot \cos \delta, \quad z_Ä = r \cdot \sin \delta.$$

Dieser Schritt ist nötig, weil sich die Koordinatentransformation in kartesischen Koordinaten einfacher beschreiben lässt. Die z_H-Achse des kartesisch beschriebenen Horizontsystems zeigt zum Zenit, die $z_Ä$-Achse des kartesisch beschriebenen Äquatorsystems zum Himmelsnordpol.
Man gelangt vom kartesisch beschriebenen Horizontsystem zum kartesisch beschriebenen Äquatorsystem, indem die $z_Ä$-Achse durch Drehung des Koordinatendreibeins um die y-Achse zur z_H-Achse wird (siehe Abb. 8).

Der Punkt P hat im kartesisch beschriebenen Äquatorsystem die Koordinaten $x_Ä$, $y_Ä$, $z_Ä$. Im kartesisch beschriebenen Horizontsystem sind es x_H, y_H, z_H. Die y-Koordinate verändert sich durch die Drehung nicht ($y_Ä = y_H$). Ansonsten liefern („vererben") die Koordinaten(strecken) x_H und z_H anteilig je Teilbeträge an $x_Ä$ und $z_Ä$ (siehe Abb. 8).
Es gilt:

$x_Ä = x(x_H) + x(z_H)$, $y_Ä = y_H$, $z_Ä = -z(x_H) + z(z_H)$.

Die Teilbeträge $x(x_H)$, $z(x_H)$, $x(z_H)$, $z(z_H)$ lassen sich aus x_H und z_H und dem Winkel der Verdrehung $(90°-\varphi)$ berechnen:

$$
\begin{aligned}
x_Ä &= \cos(90°-\varphi)\cdot x_H + 0\cdot y_H + \sin(90°-\varphi)\cdot z_H,\\
y_Ä &= 0\cdot x_H + 1\cdot y_H + 0\cdot z_H,\\
z_Ä &= -\sin(90°-\varphi)\cdot x_H + 0\cdot y_H + \cos(90°-\varphi)\cdot z_H.
\end{aligned}
$$

Nun müssen die kartesischen wieder durch die sphärischen Koordinaten mit $r = 1$ (scheinbare Himmelskugel als Einheitskugel) ersetzt werden und man erhält die Transformationsformeln:

I. $\cos\tau\cdot\cos\delta = \sin\varphi\cdot\cos a\cdot\cos h + \cos\varphi\cdot\sin h,$

II. $\sin\tau\cdot\cos\delta = -\sin a\cdot\cos h,$

III. $\sin\delta = -\cos\varphi\cdot\cos a\cdot\cos h + \sin\varphi\cdot\sin h.$