

## Auf der Spur der Wärmequelle im Inneren des Mondes

In Bezug auf den Beitrag „Wie entstand das Magnetfeld des Mondes?“ in SuW 7/2017, Rubrik „Blick in die Forschung: Nachrichten“, Zielgruppe: Mittelstufe, WIS-ID: 1377448

Olaf Fischer (Haus der Astronomie Heidelberg)

Typischerweise in der Mittelstufe der weiterführenden Schule lernt man Grundlegendes zur Wärmelehre (siehe z. B. : <http://www.leifiphysik.de/>). Dabei begegnet dem Schüler auch die erstaunliche Tatsache, dass eine Zu- oder Abführung von Energie nicht unbedingt zur Änderung der Temperatur eines Stoffes führen muss. Dies ist dann der Fall, wenn sich der Aggregatzustand eines Stoffes ändert. Diese Eigenart der Natur, die auf das Verhalten der kleinsten Bausteine der Stoffe, d. h. auf die Mikrowelt zurückgeführt werden kann, könnte eine Erklärung in der Makrowelt dafür liefern, woher im Mondinneren zu einem gewissen Zeitpunkt Energie frei wurde, um leitfähiges Material zu verflüssigen und zum Strömen zu bringen, wodurch ein Magnetfeld erzeugt werden kann (siehe SuW-Nachricht „Wie entstand das Magnetfeld des Mondes?“).

Im folgenden WIS-Beitrag steht der Begriff der Erstarrungswärme bzw. **Kristallisationswärme** im Zentrum. Dazu werden einfache Experimente zur Bestimmung der spezifischen Erstarrungswärme (von **Natriumacetat-Trihydrat** und **Paraffin**) und Rechnungen (Kristallisationswärme **im Mond** und bei der „**Eisheizung**“) vorgestellt. Es wird gezeigt, dass die **latente Wärme** im Inneren des Mondes aber auch im Inneren eines Wassertanks einer sogenannten **Eisheizung** zum Heizen beitragen kann. Ein **Mini-Mondalbum**, welches die Entwicklung des Mondinneren zeigt, kann hergestellt werden. Abschließend folgen einige **fachliche und fachbegriffliche Bemerkungen**.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag (Mittelstufe)		
Astronomie	Kleinkörper, Planeten	<b>Aufbau des Mondes, Entwicklung der inneren Struktur des Mondes, Schalenstruktur eines Himmelskörpers</b>
Physik	Thermodynamik	<b>Wärmelehre, Aggregatzustandsänderung, Erstarren, Erstarrungswärme, Kristallisationswärme, fühlbare und latente Wärme, Handwärmer, Eisheizung, Eisspeicher, Paraffinspeicher, Latentwärmespeicher</b>
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma	<b>Umrechnen von Volumeneinheiten, Rechnen mit großen Zahlen, Zahlennamen</b>
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen, Erkenntnis, Kommunikation, Wertung), Unterrichtsmittel	<b>physikalische Gesetze anwenden, Berechnungen durchführen, experimentieren, Daten recherchieren, schematisches Bild interpretieren, Mini-Mondalbum herstellen, Alltagssprache und Fachsprache, Vergleich mit weltweitem Energiebedarf, Aufgaben, Experimentieranleitungen, Vorlage für Mini-Mondalbum</b>

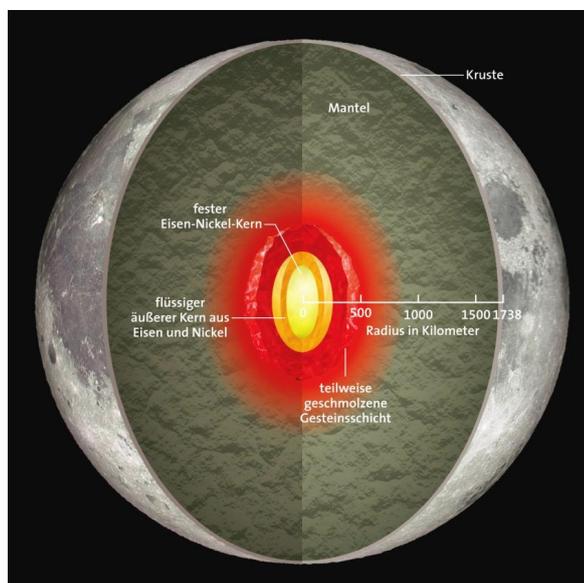


Abbildung 1: Schnitt durch den im äußeren Kernbereich aufgeschmolzenen (und damit konvektiven) Mond, wie er vermutlich vor mehr als 3 Mrd. Jahren existierte.

© NAOJ / SuW-Grafik

[zurück zum Anfang](#)

## Aufgabe zur Wärmelehre: Als der Mond im Inneren kristallisierte

Berechne die latente Wärmemenge  $Q_{\text{Kristallisation}}$ , die übertragen wurde, als der innere Kern des Mondes erstarrte!

Verdeutliche die dabei frei gewordene übertragene Energiemenge durch einen **Vergleich mit dem weltweiten Elektroenergiebedarf** von 2010 (85850 Petajoule, d. h.  $10^{15}$  Joule)!

### Gegeben:

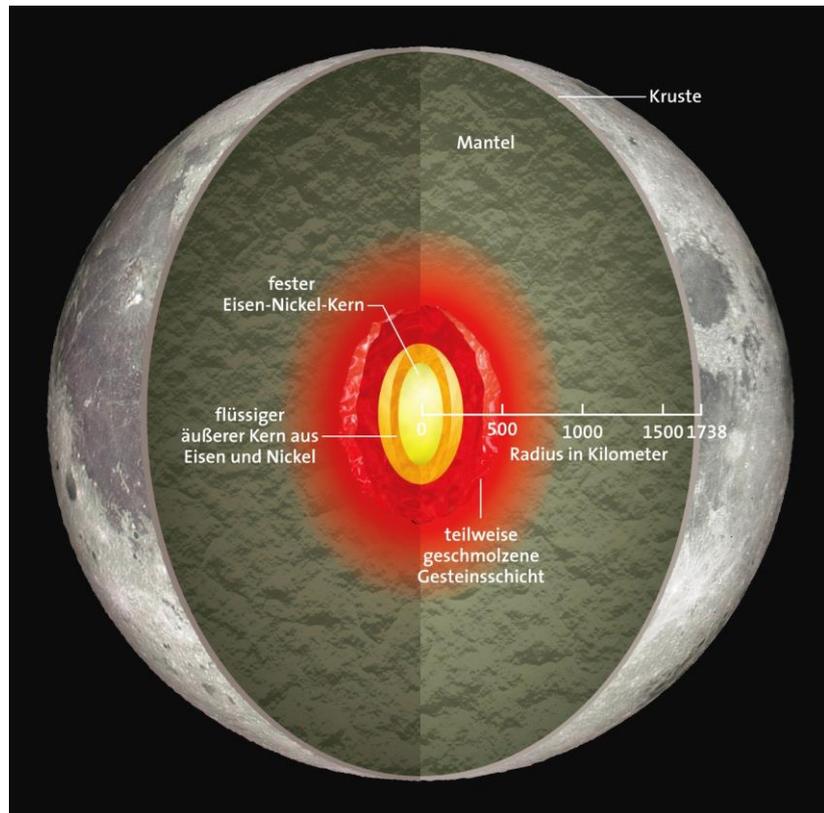
Laut der **Nachricht in SuW 7/2017** besteht das Mondinnere aus einer Mischung von Eisen und Nickel mit Beimengungen von Schwefel und Kohlenstoff. Als erste Näherung für den Wert der spezifischen Kristallisationswärme  $q_{\text{Kristallisation}}$  kann derjenige für Invar-Stahl (Nickel-Eisen-Legierung mit den Masseanteilen 64 % Fe und 36 % Ni, die bei Temperaturänderung ihr Volumen nahezu beibehält) angenommen werden:

$q_{\text{Kristallisation, Invar}} = 270 - 290 \text{ kJ / kg}$  (siehe [http://www.nickel-alloys.net/invar\\_nickel\\_iron\\_alloy.html](http://www.nickel-alloys.net/invar_nickel_iron_alloy.html), siehe [Anhang](#)).

Das Volumen  $V_{\text{Mondkern}}$  des inneren Mondkerns beträgt rund  $45.000.000 \text{ km}^3$ .

Für die Dichte des Mondkerns  $\rho_{\text{Mondkern}}$  wird ein Wert von  $8 \text{ kg / dm}^3$  angenommen

(siehe <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4386338/>).



**Abbildung 2:** Vor mehr als 3 Milliarden Jahren wurde der äußere Kern des Mondes vermutlich durch die Kristallisationswärme des inneren Kerns aufgeschmolzen. Die Eisen-Nickel-Schmelze kam durch Konvektion in Bewegung und erzeugte ein Magnetfeld (nicht eingezeichnet). © NAOJ / SuW-Grafik

### Zusatzaufgaben:

1. Berechne das Volumen  $V_{\text{Mondkern}}$  des inneren Mondkerns mittels der Formel für den Kugelinhalt

$$V_{\text{Mondkern}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Mondkern}}^3$$

Der Radius des inneren Mondkerns beträgt  $r_{\text{Mondkern}} = 220 \text{ km}$  (siehe Abb. 2). Der griechische Buchstabe  $\pi$  steht für die Kreiszahl, welche den Wert von rund 3,14 hat.

Die obige Formel kann kürzer wie folgt aufgeschrieben werden:  $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ .

2. Berechne die Dicke der Kugelschale, die den flüssigen äußeren Mondkern vor mehr als 3 Mrd. Jahren beinhaltete (siehe Abb. 2). Der äußere Mondkern habe dabei das gleiche Volumen wie der innere Kern! (Dahinter steht die stark vereinfachte Annahme, dass die Erstarrungswärme des inneren Mondkerns zum Aufschmelzen des äußeren Kerns geführt hat.)

## Kristallisationswärme im Freihandexperiment erleben

(siehe auch <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/557/704>)

Im wahrsten Sinne des Wortes „Erleben“ (also Erfühlen) lässt sich die Kristallisationswärme, wenn sie für einen sogenannten **Handwärmer** (siehe Abb. 3) genutzt wird. Für diese Art von Wärme spendendem Hilfsmittel verwendet man meist einen flachen handlichen Plastikbeutel, der mit einer speziellen Flüssigkeit (oft **Natriumacetat-Trihydrat**) gefüllt ist, deren Erstarrungstemperatur oberhalb der Körpertemperatur liegt. (Natriumacetat-Trihydrat schmilzt bei 58° C im eigenen Kristallwasser.) Das Natriumacetat-Trihydrat liegt dabei als unterkühlte Schmelze vor. Dies bezeichnet einen Zustand von geringer Stabilität (man sagt: metastabil), der schon bei einer kleinen Störung verlassen werden kann, d. h., der flüssige Aggregatzustand geht bei geeigneter



**Abbildung 3:** Links: Handwärmer im Zustand der unterkühlten Schmelze. Im Beutel ist das metallische Klick-Blättchen zu sehen, welches zum Auslösen der Kristallisation durch stoßartige Erschütterung beim Klicken dient. Rechts: Die im flüssigen Zustand durchsichtige Schmelze ist im kristallisierten Zustand nicht mehr durchsichtig. © Verfasser

mechanischer Anregung in den festen (kristallinen) Aggregatzustand über. Die dabei frei werdende Kristallisationswärme (Erstarrungswärme) erhöht die Temperatur des Handwärmers merklich. Die Erstarrungswärme von Natriumacetat-Trihydrat beträgt 264 - 289 kJ/kg ([https://en.wikipedia.org/wiki/Sodium\\_acetate](https://en.wikipedia.org/wiki/Sodium_acetate)).

### Experiment

Bestimme näherungsweise die **spezifische Kristallisationswärme** (Erstarrungswärme)  $q_H$  von der Flüssigkeit (Natriumacetat-Trihydrat), mit der der gegebene Handwärmer gefüllt ist, indem du die durch die Kristallisationswärme bedingte Temperaturerhöhung einer gegebenen Menge Wasser bestimmst.

Vergleiche den Wert mit dem Tabellenwert und überlege schließlich, wie man es besser machen könnte.



**Abbildung 4:** Links: Bestimmung der Masse der Natriumacetat-Trihydrat-Flüssigkeit (Masse des Beutels wird vernachlässigt). Rechts: a.) Bestimmung der Wassermasse (unter Abzug der Massen von Becher, Beutel und Thermometer) und der Ausgangstemperatur. b.) Bestimmung der Endtemperatur einige Minuten nach Kristallisation. © Verfasser

### Vorgehensweise:

- 1.) Bestimme die Masse des Wassers ( $m_W$ ) und der Natriumacetat-Trihydrat-Flüssigkeit ( $m_H$ ).
- 2.) Bestimme die Ausgangstemperatur  $\vartheta_1$  des Wassers.
- 3.) Bringe das Natriumacetat-Trihydrat durch Klicken des im Beutel enthaltenen Metallplättchens zum Kristallisieren und bestimme nach einigen Minuten die Endtemperatur  $\vartheta_2$  des Wassers (Umrühren nicht vergessen).
- 4.) Die Berechnung basiert auf der Idee, dass die abgegebene Wärmemenge beim Erstarren gleich der durch das Wasser (Index W) und das Natriumacetat-Trihydrat (Index H für Handwärmer) aufgenommenen Wärmemenge entspricht:

$$q_H \cdot m_H = m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + m_H \cdot c_H \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1), \quad \text{gegeben: } c_W = 4,182 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_H = 2,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

*zurück zum Anfang*

## Kristallisationswärme nutzbar machen: „Eisheizung“ - Datenrecherche

Heizen mithilfe der Kristallisationswärme von Eis

Heizen heißt im Grunde genommen, sich einen Prozess zu Nutze zu machen, der exotherm ist, d. h. bei dem Energie (thermische Energie oder Strahlungsenergie) an die Umgebung abgegeben wird, wobei diese erwärmt wird. Im weiteren Sinne kann man die Kristallisation also zu den Heizprozessen zählen (solange diese unter Energiefreisetzung abläuft).

Eine Frage ist es, ob die Erstarrung bei Temperaturen erfolgen sollte, die im üblichen Bereich von Heizkörpern liegen (man denke an den Handwärmer). Dies wäre natürlich günstig, ist in der Regel aber nicht praktikabel.

→ **Informiere dich** über Erstarrungs- bzw. Schmelztemperaturen einiger Stoffe (größter / kleinster Wert, Nutzbarkeit)! Im [Anhang](#) und im Internet findest du dazu Daten. Welche Stoffe wären deiner Meinung nach nutzbar? Begründe deine Auswahl!

Wichtig ist die Frage, welche Energiemenge (in Kilojoule) ein Stoff pro Kilogramm in Form von Kristallisationswärme enthält.

→ **Informiere dich** über spezifische Erstarrungswärmen (Kristallisationswärmen) der zuvor ausgewählten Stoffe! Im [Anhang](#) und im Internet findest du dazu Daten. Notiere sie in der Reihenfolge zunehmender Werte!

Ganz wesentlich ist die Feststellung, dass die Kristallisation von Wasser Wärme freisetzt, die es zu Heizwecken zu nutzen gilt. Dazu muss dem Wasser die Kristallisationswärme durch eine Flüssigkeit entzogen werden, die noch kälter ist (z. B. das Flüssiggas Propan) aufgenommen und in Rohrschlangen durch den Eisspeicher zirkuliert (siehe Abb. 5). Bei der Wärmeaufnahme verdampft das Flüssiggas und nimmt dabei Verdampfungswärme - wieder eine latente Wärme - auf.

Um die erhöhte innere Energie des nun gasförmigen Wärmetauschermediums zu Heizwecken nutzbar (übertragbar) zu machen, muss dessen Temperatur „hochtransformiert“ werden. Dies geschieht durch Druckerhöhung in einer Wärmepumpe. (Dies geht nur im gasförmigen Zustand, weshalb der zuvor realisierte Phasenübergang ganz gezielt angestrebt wurde.) Das nun heiße Gas ist in der Lage Wasser in einem Wärmetauscher zu erhitzen, welches schließlich durch die Heizanlage strömt. Das Gas kühlt bei der Abgabe der Wärme (insbesondere der Verdampfungswärme) an den Wasserkreislauf ab und wird wieder flüssig. Damit der Kreislauf von vorne beginnen kann, muss das Eis wieder mit latenter Wärme „aufgeladen“, d. h. geschmolzen werden (z. B. mittels Warmwasser aus einem Sonnenkollektor).



Abbildung 5: Oben: Im Eisspeicher zirkuliert sehr kaltes flüssiges Propan durch Rohrschlangen und entzieht dem Wasser beim Gefrieren die Kristallisationswärme. Mitte: Eisspeicher werden tief eingegraben. Unten: Schema einer Anlage zur Nutzung der Kristallisationswärme von Wasser.

© <http://www.itw.uni-stuttgart.de/forschung/forschungsgebiete/solarekuehlung/SolKuehlungITW.html>, <http://www.haustechnikdialog.de/Forum/t/177808/Erfahrungen-mit-Eisspeicher?PostSort=1&page=2>, <http://www.peter-solar.de/web-startseite/mit-solareis-heizen.html>

[zurück zum Anfang](#)

## Kristallisationswärme nutzbar machen: „Eisheizung“ – kleine Rechnungen

Heizen mithilfe der Kristallisationswärme von Eis



### Aufgaben:

1. Um wieviel Grad könnte man 1 kg Wasser erhitzen, wenn man die Kristallisationswärme von 1 kg Wasser dafür einsetzen könnte? (Daten siehe [Anhang](#))
2. Wieviel Liter Heizöl müsste man verbrennen, um die gleiche Wärmemenge zu erhalten, die bei der Kristallisation des gesamten Wassers in einem zylinderförmigen **Eisspeicher** (siehe Bild rechts, Durchmesser: 2,5 m, Höhe: 3 m) frei wird? Heizöl hat einen Brennwert von 36,0 MJ / l.
3. Bei der Verbrennung von 1 l Heizöl (HEL) werden 2,65 kg CO<sub>2</sub> frei. Welche Menge an Kohlenstoffdioxid (CO<sub>2</sub>) ließe sich dadurch vermeiden?
4. Die Leistung für einen Solarkollektor liegt bei mindestens 500 W / m<sup>2</sup> (Richtlinie des Vereins deutscher Ingenieure, VDI 6002). Wieviel Stunden Sonnenschein sind nötig, um mit einem **Sonnenkollektor** der Größe 4 m × 10 m das Eis im oben aufgeführten Eisspeicher wieder zu schmelzen? (Daten siehe [Anhang](#))

Im Prinzip fungiert der Eisspeicher (ein Latentwärmespeicher) als Pufferspeicher, um die „eingefangene“ Strahlungsenergie der Sonne zu einem etwas späteren Zeitpunkt abrufen zu können.

### Abbildung 6:

Oben: Im Eisspeicher zirkuliert sehr kaltes flüssiges Propan durch Rohrschlangen und entzieht dem Wasser beim Gefrieren die Kristallisationswärme. Mitte: Zylinderförmiger Eisspeicher aus Beton. Unten: Das Schmelzen des Eises im Speicher (die „Wiederaufladung“ durch die latente Wärme) kann mit Hilfe von Solarkollektoren erfolgen.

© <http://www.itw.uni-stuttgart.de/forschung/forschungsgebiete/solarekuehlung/SolKuehlungITW.html>,  
<http://www.haustechnikdialog.de/Forum/t/177808/Erfahrungen-mit-Eisspeicher?PostSort=1&page=2>,  
<http://www.peter-solar.de/web-startseite/mitsolareis->

[zurück zum Anfang](#)

## Paraffin als Latentwärmespeicher im Experiment

### Bestimmung der spezifischen Erstarrungswärme von Paraffin

Ein anderer zur Speicherung von latenter Wärme geeigneter Stoff ist Paraffin (siehe Daten im Anhang). Die spezifische Erstarrungswärme ist zwar geringer als die von Wasser, dafür liegt sie aber in einem Bereich, in dem sie direkt genutzt werden kann (ohne Wärmepumpe etc.).

Bei Solaranlagen finden Latentwärmespeicher mit Paraffin (Paraffinspeicher) zur Erwärmung von Brauchwasser und zur Unterstützung der Warmwasserheizung mittlerweile Anwendung.

### Experiment

Im Folgenden soll die spezifische (auf die Masse bezogene) Erstarrungswärme von Paraffin mit einfachen Mitteln experimentell näherungsweise ermittelt werden.

Als Hilfsmittel werden gebraucht: ein Isoliergefäß, ein Gefäß zum Erhitzen von Wasser (z. B. in der Mikrowelle), eine kleine Plastiktüte (z. B. Frühstücksbeutel), 2 Thermometer, 1 Waage, Paraffin von einer großen Kerze (siehe Abb. 7).

#### Vorgehensweise:

- 1.) Bestimme die Masse des Wassers im Isoliergefäß ( $m_W$ ) und des Paraffins ( $m_P$ ).
- 2.) Das Paraffin wird in einer kleinen Plastiktüte (z. B. Frühstücksbeutel, oben mit einem Gummi verschlossen) im Wasserbad zum Schmelzen gebracht. (Die Schmelztemperatur = Erstarrungstemperatur von Paraffin liegt bei  $50^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}$ ). Die Temperatur des Wasserbades (gleich der des geschmolzenen Paraffins)  $\vartheta_{1,P}$  wird ermittelt.
- 3.) Bestimme gleichzeitig die Ausgangstemperatur  $\vartheta_{1,W}$  des Wassers im Isoliergefäß.
- 4.) Bringe nun den Beutel mit dem geschmolzenen Paraffin ins Isoliergefäß ein und warte etwas ab bis sich die Mischungstemperatur eingestellt hat (Isoliergefäß dabei leicht schwenken, ein 2. Thermometer direkt am Beutel zeigt, ob der Paraffinblock noch Wärme ans Wasser abgibt).
- 5.) Bestimme schließlich die Mischungstemperatur  $\vartheta_2$ , d. h. die gemeinsame Endtemperatur von Wasser und erstarrtem Paraffin.
- 6.) Die Berechnung der spezifischen Erstarrungswärme basiert auf der Idee, dass die abgegebene Wärmemenge beim Abkühlen und beim Erstarren des Paraffins (Index P) gleich der durch das Wasser (Index W) aufgenommenen Wärmemenge entspricht:

$$q_P \cdot m_P + m_P \cdot c_P \cdot (\vartheta_{1,P} - \vartheta_2) = m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{1,W}), \quad \text{gegeben: } c_W = 4,182 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_P = 2,094 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

(höhere Temperatur steht vorn in der Differenz)



**Abbildung 7: Experiment zur Bestimmung der spezifischen Schmelzwärme (= Erstarrungswärme) von Paraffin.**  
Links: Hilfsmittel für das Experiment, Mitte oben: Das Paraffin wird von einer großen Kerze abgeschnitten, Mitte unten: Die Mischungstemperatur ist dann erreicht, wenn das Thermometer im Wasser die gleiche Temperatur wie das dicht am Paraffinblock anliegende Thermometer anzeigt, rechts: Das Paraffin im Folienbeutel wird im heißen Wasserbad geschmolzen. © Verfasser  
(Paraffine besitzen eine besonders große Volumenzunahme um bis zu 10 % beim Erhitzen bis zur Aggregatzustandsänderung von fest nach flüssig.)

zurück zum Anfang

## Das Innere des Mondes im Schnittbild – eine Bildinterpretation

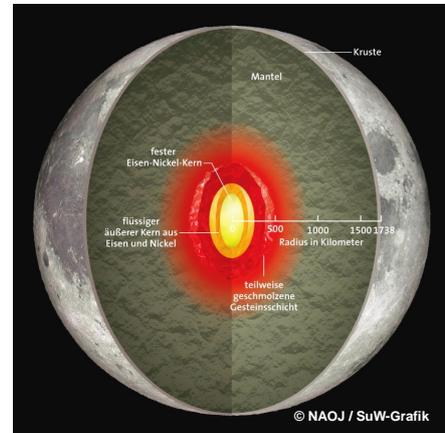
4 Zeitschritte auf 4 Seiten eines „Mini-Mondalbums“

### Aufgabe:

Auf der Folgeseite findest du die Vorlage für ein „Mini-Mondalbum“, welches dir in 4 Zeitschritten von der Entstehung bis heute zeigen soll, wie sich der innere Aufbau des Mondes entwickelt hat.

Lies zunächst den Text, der auf der letzten Albumseite steht!

Schau dir dann die Überschriften und die schematischen Schnittbilder des Mondes auf den anderen Albumseiten gründlich an und ergänze die noch leeren Textkästen durch folgende Inhalte (jeder Punkt enthält den Inhalt eines Kastens):



- Kristallisationswärme aus dem inneren Kern treibt auch die Konvektion im äußeren Kern (→Magnetfeld)
- Kern
- schwere Stoffe sinken, leichte Stoffe steigen
- Kruste
- Mantel
- keine Konvektion mehr im äußeren Kern (→kein Magnetfeld mehr)
- Krustendicke: 70 – 150 km
- Wärmetransport nach außen
- 350 km
- 1738 km



Nun könntest du die 6 Albumseiten ausschneiden und am markierten Rand zum Mini-Mondalbum (siehe Abb. 8) verbinden (heften oder kleben).

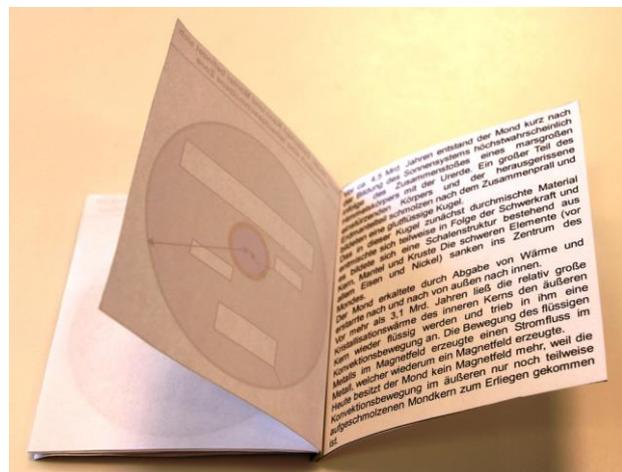
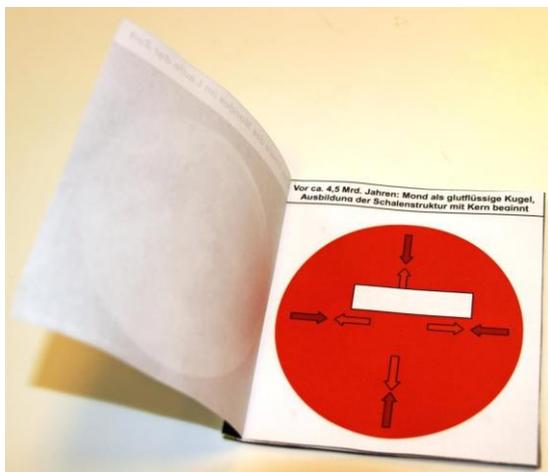


Abbildung 8: Mini-Mondalbum selbst gemacht. © Verfasser

Vorlage

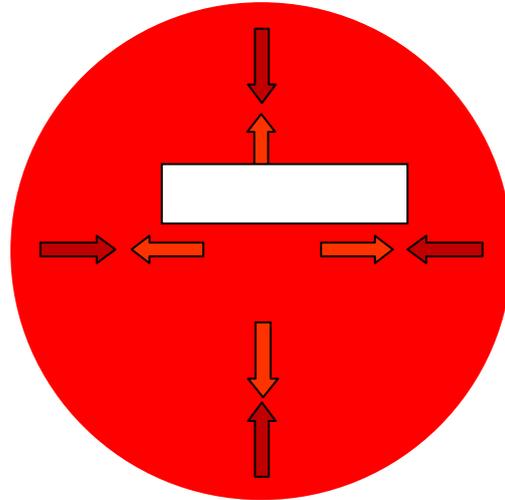
**„Mini-Mondalbum“**

[zurück zum Anfang](#)

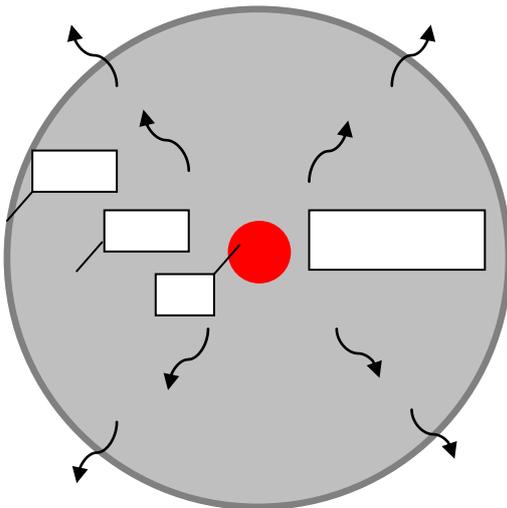
**Das Innere des Mondes im Laufe der Zeit**



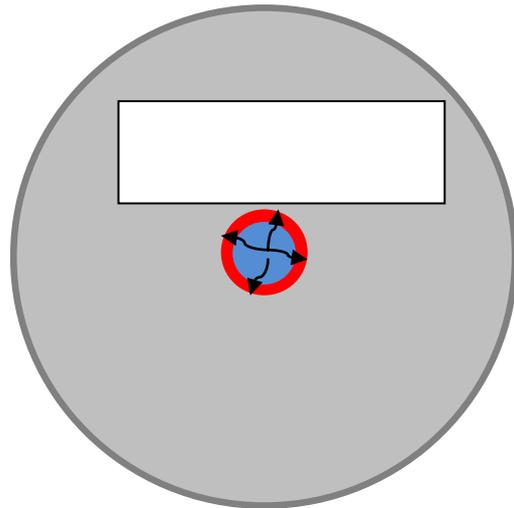
**Vor ca. 4,5 Mrd. Jahren: Mond als glutflüssige Kugel, Ausbildung der Schalenstruktur mit Kern beginnt**



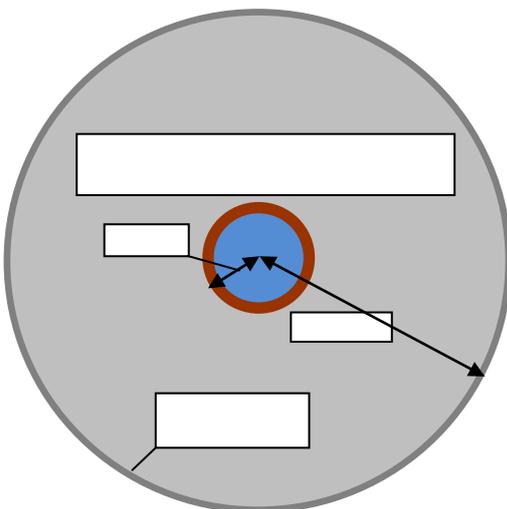
**Auskühlung und Kristallisation von außen nach innen, innerer Kern ist noch flüssig**



**Vor mehr als 3,1 Mrd. Jahren Kristallisationswärme des inneren Kerns lässt äußeren Kern schmelzen**



**Mond heute: Zwischen Kern und Mantel befindet sich vermutlich eine teilaufgeschmolzene Zone**



Vor ca. 4,5 Mrd. Jahren entstand der Mond kurz nach der Bildung des Sonnensystems höchstwahrscheinlich infolge des Zusammenstoßes eines marsgroßen Himmelskörpers mit der Ur-Erde. Ein großer Teil des einstürzenden Körpers und der herausgerissene Erdmantelteil schmolzen nach dem Zusammenprall und bildeten eine glutflüssige Kugel.

Das in dieser Kugel zunächst durchmischte Material entmischte sich teilweise in Folge der Schwerkraft und es bildete sich eine Schalenstruktur bestehend aus Kern, Mantel und Kruste. Die schweren Elemente (vor allem Eisen und Nickel) sanken ins Zentrum des Mondes.

Der Mond erkalte durch Abgabe von Wärme und erstarrte nach und nach von außen nach innen.

Vor mehr als 3,1 Mrd. Jahren ließ die relativ große Kristallisationswärme des inneren Kerns den äußeren Kern wieder flüssig werden und trieb in ihm eine Konvektionsbewegung an. Die Bewegung des flüssigen Metalls im Magnetfeld erzeugte einen Stromfluss im Metall, welcher wiederum ein Magnetfeld erzeugte.

Heute besitzt der Mond kein Magnetfeld mehr, weil die Konvektionsbewegung im äußeren nur noch teilweise aufgeschmolzenen Mondkern zum Erliegen gekommen ist.

## Fachbegriffliche und fachdidaktische Bemerkungen

Die Naturwissenschaft lebt von der Genauigkeit ihrer Weitergabe, wozu die **Fachsprache** und die Formelsprache dienen. Im Folgenden sollen dazu einige Begriffe und mehr angesprochen werden, um sie dem Schüler noch plausibler und merkfähiger nahezubringen.

### Thermodynamik:

Dieser Begriff bezeichnet ein Fachgebiet der Physik. Der Name ist Programm: Es geht um mehr als nur Wärmelehre, sondern darum, wie sich Wärme (dynamisch) in mechanische Arbeit umwandeln lässt.

### Wärmelehre:

Bei der Wärmelehre geht es vereinfacht gesagt darum, die Empfindungen ‚warm‘ und ‚kalt‘ physikalisch zu hinterfragen.

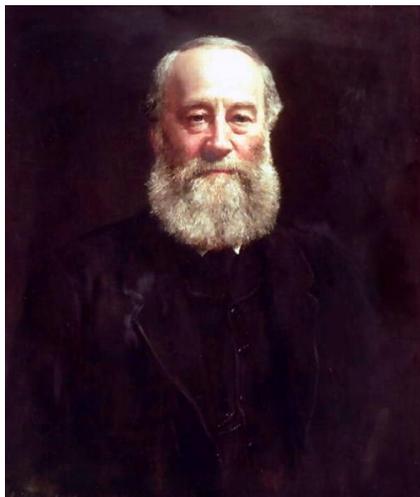
### Wärme:

Die Worte ‚warm‘, ‚kalt‘, ‚Wärme‘ und ‚Kälte‘ nutzt man in der **Alltagssprache** in der Regel, um Temperaturempfindungen auszudrücken. Dabei fühlen wir Wärme oder Kälte nur, wenn wir bedingt durch einen Temperaturunterschied erwärmt oder abgekühlt werden.

Dies ist schon einmal festzuhalten, weil es sich beim physikalischen Begriff Wärme um eine **Prozessgröße** handelt, die nur im Ändern des Energiezustands Sinn macht. Wärme ist also eine Art Arbeit, die sich auf den inneren Zustand der Körper auswirkt. Wärme ist übertragene Energie.

Während es im Alltag lediglich darum geht, die Richtung der Energieübertragung durch die Worte ‚warm / Wärme‘ oder ‚kalt / Kälte‘ auszudrücken (warm: unser Körper bekommt Energie aus der Umgebung, kalt: unser Körper gibt Energie an die Umgebung ab), wird diese Energieübertragung in der Physik allein durch den Begriff ‚Wärme‘ (mit verschiedenen Vorzeichen) beschrieben und durch den Begriff **‚Wärmemenge‘** (auf Englisch: Quantity of heat, deswegen das Formelzeichen  $Q$ ) quantifiziert. Die Einheit der Wärmemenge ist das Joule (Kurzzeichen J). Es wurde benannt nach dem englischen Physiker und Brauer James Prescott Joule und dient als Einheit der Energie bzw. Änderung der Energie.

### Fühlbare (sensible) und latente Wärme:



Im Jahre 1847 führte James Prescott Joule im Rahmen einer Vorlesung zum Thema “On Matter, Living Force, and Heat” verschiedene neue Fachbegriffe ein, darunter die **fühlbare und die latente Wärme**. Er verband damit verschiedene Energieanteile, welche die Teilchen besitzen.

Die kinetische Energie der Teilchenbewegung bildet demnach die mikrophysikalische Ursache für die makrophysikalische Größe Temperatur und damit für die fühlbare Wärme. Die durch die Wechselwirkungskräfte zwischen den Teilchen bedingte potentielle Energie der Teilchen (Anknüpfungspunkt für den Schüler: Bei der potentiellen Energie eines gehobenen Körpers ist es die Gravitationskraft.) ist die Ursache für die **latente Wärme** (wie z. B. die **Kristallisationswärme**). Das Wort latent leitet sich ab aus dem lateinischen Wort ‚latere‘, was zu Deutsch ‚verborgen bleiben‘ bedeutet.

Abbildung 9: Im Jahre 1882 entstandenes Porträt von James Prescott Joule (1818-1889).

© John Collier - ssprints, gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=11704812>

[zurück zum Anfang](#)

## Einige Quellen

- Bestimmung der spezifischen Schmelzwärme von Paraffin (Schülerexperiment)  
Aus: Schriftliche Abiturprüfung Sachsen-Anhalt 2014, G2  
<http://www.gymnasium-hettstedt.de/daten/phy/sj1516/24.pdf>
  
- CARMESIN, Hans-Otto; KREIER, Matthias. Innovative Energiespeicher mit Wärmekissen.  
PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, [S.l.], dez. 2014.  
Verfügbar unter: <http://phydid.physik.fu-berlin.de/index.php/phydid-b/article/view/557/704>
  
- Daniele Antonangeli, Guillaume Morard, Nicholas C. Schmerr, Tetsuya Komabayashi,  
Michael Krisch, Guillaume Fiquet and Yingwei Fei: **“Toward a mineral physics reference  
model for the Moon’s core”**  
In: Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America  
Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences  
Proc Natl Acad Sci U S A. 2015 Mar 31; 112(13): 3916–3919. Published online 2015 Mar 16.  
doi: 10.1073/pnas.1417490112, PMCID: PMC4386338  
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4386338/>

## Anhang

Stoff	Schmelztemperatur $\vartheta_s$ in °C	Spezifische Schmelzwärme* $q_s$ in kJ·kg <sup>-1</sup>	Spezifische Wärmekapazität $c$ in kJ·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
Eisen (Fe)	1 540	275	0,439
Nickel (Ni)	1455	301	0,444
Blei (Pb)	327	24,8	0,129
Quecksilber (Hg)	-38,9	12	0,139
Aluminium (Al)	660	396	0,895
Wasserstoff (H)	-259,1	59	14,304
Kohlenstoff (C)	3550	8750	0,709
Schwefel (S)	115	54	0,75
Invar-Stahl (64 % Fe und 36 % Ni)	1417-1437	270-290	0,505-0,525
Ammoniak (NH <sub>3</sub> )	-78	339	2,060
Wasser (H <sub>2</sub> O)	0	334	4,186
Methanol (CH <sub>3</sub> OH)	-97,7	69	2,470
Paraffin (C <sub>n</sub> H <sub>2n+2</sub> )	50-60	200-240	2,094
Natriumacetat-Trihydrat (Na(CH <sub>3</sub> COO)·3 H <sub>2</sub> O)	58 <small>(Auflösung im eigenen Kristallwasser)</small>	264-289	2,9
Natriumthiosulfat (Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·5 H <sub>2</sub> O)	48,5 <small>(Auflösung im eigenen Kristallwasser)</small>	210	1,46 (fest) 2,39 (flüssig)
Olivin ((Mg,Mn,Fe) <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ])	ca. 1760	ca. 130	

\* Schmelzwärme = Erstarrungswärme

### Datenquellen:

- <http://www.formel-sammlung.de/formel-Schmelztemperatur-und-spezifische-Schmelzwaerme-3-25-152.html>
- [http://www.engineeringtoolbox.com/latent-heat-melting-solids-d\\_96.html](http://www.engineeringtoolbox.com/latent-heat-melting-solids-d_96.html)
- <http://www.chemie.de/lexikon/Schmelzw%C3%A4rme.html>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Melting\\_points\\_of\\_the\\_elements\\_\(data\\_page\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Melting_points_of_the_elements_(data_page))
- <http://periodictable.com/Elements/016/data.html>
- <http://www.splung.com/content/sid/6/page/latentheat>
- [http://www.nickel-alloys.net/invar\\_nickel\\_iron\\_alloy.html](http://www.nickel-alloys.net/invar_nickel_iron_alloy.html)
- [http://www.cluster-thueringen.de/fileadmin/thcm/pdf/veranstaltungen/vortraege/thermische\\_energiespeicher/marx.pdf](http://www.cluster-thueringen.de/fileadmin/thcm/pdf/veranstaltungen/vortraege/thermische_energiespeicher/marx.pdf)
- [http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-11981/195Daten\\_einiger\\_aus\\_dem\\_Niedertemperatur\\_Latent.pdf](http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-11981/195Daten_einiger_aus_dem_Niedertemperatur_Latent.pdf)
- <http://periodictable.com/Properties/A/FusionHeat.an.html>

## Ergebnisse

### Aufgabe: Wenn sich der Aggregatzustand im Inneren des Mondes ändert

#### Lösung:

$$Q_{\text{Kristallisation}} = q_{\text{Kristallisation}} \cdot m = q_{\text{Kristallisation}} \cdot \rho_{\text{Mondkern}} \cdot V_{\text{Mondkern}}$$

$$Q_{\text{Kristallisation}} = 280 \text{ kJ / kg} \cdot 8 \text{ kg / dm}^3 \cdot 45.000.000 \text{ km}^3 \cdot (10.000 \cdot 10.000 \cdot 10.000) \text{ dm}^3 / \text{km}^3$$

$$Q_{\text{Kristallisation}} = 100.800.000.000.000.000.000 \cdot \text{kJ}$$

$$Q_{\text{Kristallisation}} \approx 10^{23} \text{ kJ.}$$

Das sind in Worten rund 100 **Trilliarden** Kilojoule.

#### Vergleich:

$$1 \text{ kWh} = 3.600.000 \text{ J} = 3600 \text{ kJ}$$

$$10^{23} \text{ kJ} = 10^{23} / 3600 \text{ kWh} \approx 2,78 \cdot 10^{19} \text{ kWh}$$

2010 lag der weltweite Elektroenergiebedarf bei 85850 **Petajoule** ( $10^{15}$  Joule).

Die Kristallisationswärme des inneren Mondkerns übertrug eine Energie auf den äußeren Mondkern, die den weltweiten Elektroenergiebedarf (Stand 2010) über ca. 1,2 Millionen Jahre hinweg zu decken.

#### Lösung Zusatzaufgaben:

$$V_{\text{Mondkern}} = 4 : 3 \cdot \pi \cdot r_{\text{Mondkern}} \cdot r_{\text{Mondkern}} \cdot r_{\text{Mondkern}}$$

1.)  $V_{\text{Mondkern}} \approx 4 : 3 \cdot 3,14 \cdot 220 \text{ km} \cdot 220 \text{ km} \cdot 220 \text{ km}$

$$\underline{\underline{V_{\text{Mondkern}} \approx 44.602.238 \text{ km}^3 \approx 45.000.000 \text{ km}^3.}}$$

$$d_{\text{äußerer Mondkern}} = r_{\text{äußerer Mondkern}} - r_{\text{innerer Mondkern}}$$

$$r_{\text{innerer Mondkern}} = 220 \text{ km}$$

Annahme :

$$V_{\text{äußerer Mondkern}} = V_{\text{innerer Mondkern}} \text{ (der äußere Mondkern ist eine Kugelschale)}$$

$$V_{\text{Kugel, äußerer Mondkern}} = 2 \cdot V_{\text{innerer Mondkern}}$$

$$2.) \quad V_{\text{Kugel, äußerer Mondkern}} = 4 : 3 \cdot \pi \cdot r_{\text{äußerer Mondkern}} \cdot r_{\text{äußerer Mondkern}} \cdot r_{\text{äußerer Mondkern}}$$

$$r_{\text{äußerer Mondkern}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot V_{\text{innerer Mondkern}} \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$$

$$r_{\text{äußerer Mondkern}} \approx \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 45.000.000 \text{ km}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi}}$$

$$d_{\text{äußerer Mondkern}} \approx \sqrt[3]{\frac{90.000.000 \text{ km}^3 \cdot 3}{4 \cdot \pi}} - 220 \text{ km}$$

$$\underline{\underline{d_{\text{äußerer Mondkern}} \approx 78 \text{ km.}}}$$

[zurück zum Anfang](#)

## Kristallisationswärme im Freihandexperiment erleben

$$q_H \cdot m_H = m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + m_H \cdot c_H \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$q_H = \frac{(m_W \cdot c_W + m_H \cdot c_H) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}{m_H} \quad q_H = \frac{(m_W \cdot c_W + m_H \cdot c_H) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}{m_H}$$

$$q_H = \frac{(1 \text{ kg} \cdot 4,182 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) + 0,135 \text{ kg} \cdot 2,9 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})) \cdot (22^\circ\text{C} - 18^\circ\text{C})}{0,135 \text{ kg}}$$

$$q_H = \frac{(1 \cdot 4,182 \text{ kJ} + 0,135 \cdot 2,9 \text{ kJ}) \cdot 4}{0,135 \text{ kg}} \approx \underline{\underline{135,5 \text{ kJ/kg}}}$$

Laut Tabelle beträgt die Erstarrungswärme von Natriumacetat-Trihydrat 264 – 289 kJ / kg (siehe Anhang oder [https://en.wikipedia.org/wiki/Sodium\\_acetate](https://en.wikipedia.org/wiki/Sodium_acetate)).

Der experimentell ermittelte Wert weicht davon noch gehörig ab, was aber mit den verwendeten Hilfsmitteln und Näherungen zu erwarten war.

So wurde die Masse des Natriumacetat-Trihydrats zusammen mit derjenigen von Plastikhülle und Klickscheibe des Handwärmers ermittelt. Wesentlich war, dass auch das Wassergefäß, die Plastikhülle und die Klickscheibe erwärmt werden, und in der Zeit der Erwärmung des Wassers dieses auch Wärme an die Umgebungsluft abgab.



## Kristallisationswärme nutzbar machen: „Eisheizung“ - Datenrecherche

### Erstarrungs- bzw. Schmelztemperaturen einiger Stoffe:

- größter Wert (in Tabelle) für Kohlenstoff: 3550° C
- kleinster Wert (in Tabelle) für Wasserstoff: -259,1° C
- Die Erstarrungstemperaturen sollten wegen ihrer Beherrschbarkeit nicht weit weg von der Raumtemperatur liegen. In Frage kämen dann Wasser, Natriumacetat-Trihydrat, Natriumthiosulfat (Fixiersalz) und Paraffin. Wasser ist am einfachsten zu haben.

### Spezifische Erstarrungswärmen (Kristallisationswärmen) einiger Stoffe:

- Paraffin: 147 kJ/kg, Natriumthiosulfat: 210 kJ/kg, Natriumacetat-Trihydrat: 264-289 kJ/kg, Wasser: 334 kJ/kg

**Es gilt:** Wasser ist eines der effizientesten und wirtschaftlichsten Speichermedien!

[zurück zum Anfang](#)

## Kristallisationswärme nutzbar machen: „Eisheizung“ – kleine Rechnungen

1. Berechnung der Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$ :

$$q \cdot m = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta\vartheta = \frac{q}{c} = \frac{334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \approx \underline{\underline{80 \text{ K}}}.$$

2. Zuerst Berechnung der Wassermasse  $m$  im Zylindervolumen, und dann des Heizölvolumens  $V$  in l ( $b$  ... Brennwert):

$$m = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\pi}{4} \cdot 2,5^2 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 14726 \text{ kg}.$$

$$V = \frac{q \cdot m}{b} = \frac{334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 14726 \text{ kg}}{36000 \frac{\text{kJ}}{\text{l}}} \approx \underline{\underline{1371}}.$$

3. 2,65 kg CO<sub>2</sub> entstehen pro 1 l Heizöl. Also:

$$m = 2,65 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \cdot 1371 \approx \underline{\underline{363 \text{ kg}}}.$$

4. Zuerst wird die Kristallisationswärme (= Schmelzwärme) des Wassers im Eisspeicher berechnet:

$$Q = m \cdot q = 14726 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 4918484 \text{ kJ}.$$

Nun die Berechnung der Sonnenscheindauer  $t$ : (Leistung = Arbeit / Zeit, Wärme ist eine Art Arbeit, 1 Ws = 1 J):

$$P = \frac{Q}{t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{4918484 \text{ kJ}}{4 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = \frac{4918484 \text{ kJ}}{20000 \frac{\text{Ws}}{\text{s}}} = \frac{4918484 \text{ kJ}}{20 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}} \approx 246.000 \text{ s} \approx \underline{\underline{68 \text{ h}}}.$$

[zurück zum Anfang](#)

## Paraffin als Latentwärmespeicher im Experiment

Bestimmung der spezifischen Erstarrungswärme von Paraffin

Folgende Werte wurden ermittelt:

Masse Plastiktüte:	0,5 g
Masse Plastiktüte + /Kerzenwachs)-Paraffin:	105 g
Masse Isoliergefäß:	419 g
Masse Isoliergefäß + Wasser:	1014 g
Masse Wasser:	$m_W = (1014 \text{ g} - 419 \text{ g}) = 595 \text{ g}$
Masse Paraffin:	$m_P = (105 \text{ g} - 0,5 \text{ g}) = 104,5 \text{ g}$
Temperatur des Wasserbades zur Erhitzung (die Anfangstemperatur des geschmolzenen Paraffins):	$\vartheta_{1,P} = 84^\circ \text{ C}$
Anfangstemperatur des Wassers im Isoliergefäß:	$\vartheta_{1,W} = 18,5^\circ \text{ C}$
Mischungstemperatur (Endtemperatur des Wassers im Isoliergefäß):	$\vartheta_2 = 31^\circ \text{ C}$

### Rechnung:

$$q_P \cdot m_P + m_P \cdot c_P \cdot (\vartheta_{1,P} - \vartheta_2) = m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{1,W})$$

$$q_P = \frac{m_W \cdot c_W \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_{1,W}) - m_P \cdot c_P \cdot (\vartheta_{1,P} - \vartheta_2)}{m_P},$$

$$q_P = \frac{0,595 \text{ kg} \cdot 4,182 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (31^\circ \text{ C} - 18,5^\circ \text{ C}) - 0,1045 \text{ kg} \cdot 2,094 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (84^\circ \text{ C} - 18,5^\circ \text{ C})}{0,1045 \text{ kg}},$$

$$q_P \approx \frac{2,488 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \cdot 12,5 \text{ K} - 0,219 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \cdot 65,5 \text{ K}}{0,1045 \text{ kg}},$$

$$q_P \approx \frac{31,1 \text{ kJ} - 14,3 \text{ kJ}}{0,1045 \text{ kg}},$$

$$\underline{\underline{q_P \approx 161 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}}$$

Laut Anhang besitzt Paraffin eine spezifische Erstarrungswärme von 200 – 240 kJ / kg.

Die Abweichung des ermittelten Wertes liegt hauptsächlich an Wärmeverlusten in der Zeit der Einstellung der Mischungstemperatur, die auch beim Isoliergefäß (im Vergleich zu einem Kalorimeter) noch beträchtlich sind.



[zurück zum Anfang](#)

## Das Innere des Mondes im Schnittbild – eine Bildinterpretation

