Besonderheiten der Doppelsterne

In Bezug auf den Beitrag „Brauner Zwerg umrundet Sternleiche“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 11/2017, Rubrik »Blick in die Forschung: Nachrichten«, S. 16, Zielgruppe: Mittelstufe bis Oberstufe, WIS-ID: 1377452

Gerhard Herms

Doppelsterne sind vielgestaltige und für uns kaum vorstellbare Welten für sich. An einem Beispiel, bei dem zwei sehr unterschiedliche Partner (ein weißer Zwerg und ein brauner Zwerg) den gemeinsamen Schwerpunkt umkreisen, wird gezeigt, wie die Astronomen die besonderen Gesetzmäßigkeiten solcher Systeme zu ihrer Erforschung nutzen können.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Sterne	Doppelsterne, Brauner Zwerg, Weißer Zwerg, Bedeckungsveränderliche, periodische Helligkeitsschwankung
Physik	Mechanik	Rotation, Kreisbewegung, Umfangsgeschwindigkeit, Umlaufzeit, Zentripetalkraft, Gravitationskraft, Schwerpunkt, Hebelgesetz
Fächerver-knüpfung	Astro-Ma	Umstellen von Gleichungen
Lehre allgemein	Lehrformen	Sokratisches Gespräch (im Sinne von Martin Wagenschein)

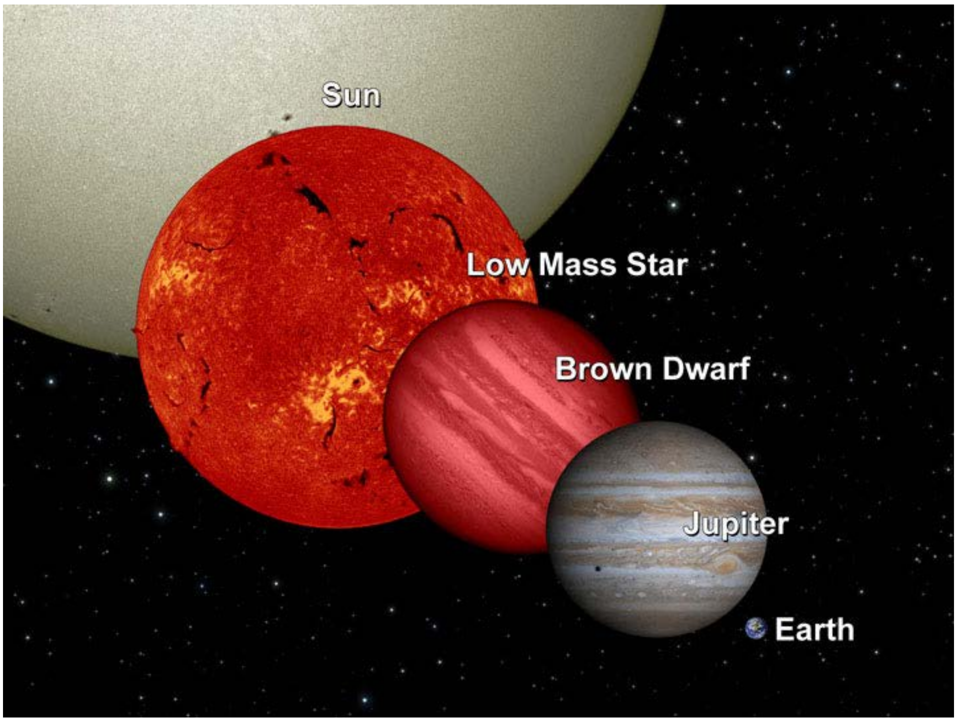

Abbildung 1: Vergleich verschiedener Himmelskörper. Ein weißer Zwerg ist etwa so groß wie die Erde, also deutlich kleiner als ein brauner Zwerg. ©: NASA/JPL-Caltech/UCB - Brown Dwarf Comparison (pia12462), Public Domain, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=13631152.

Jan: Hallo, Daniel! Diesmal hast du einen Klassenkameraden mitgebracht, vermute ich.

Daniel: Nicht ganz richtig. Dirk ist jünger als ich und geht in die 10. Klasse.

Dirk: So ist es. Mir und meinen Klassenkameraden war der Titel „Brauner Zwerg umrundet Sternleiche“ in der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ aufgefallen. Erst haben wir nur darüber gelacht. Später haben wir hin und her diskutiert und uns gefragt, was die Doppelsterne für die Astronomen so interessant macht.

Daniel: Und damit kamen sie zu mir. Ich konnte ihnen aber keine befriedigende Auskunft geben.

Jan: Schön, dass ihr beide zu mir gekommen seid und wir nun die Sache gemeinsam angehen können.

Dirk: Erst hatten wir gedacht, das Interesse der Astronomen ist allein darauf zurückzuführen, dass die beiden Partner ihren Schwerpunkt umkreisen.

Daniel: Wir haben uns eine rotierende Hantel vorgestellt. Zwei kugelförmige Massen, die durch eine stabile, aber möglichst massearme Stange verbunden sind.

Dirk: Wir haben aber nichts gefunden, was die Hantel gegenüber einer einfachen kugelförmigen Masse voraushätte.

Jan: Das Hantelmodell bringt also nichts. Wir sollten zunächst einmal klären, wodurch sich ein Doppelsternsystem von einer rotierenden Hantel unterscheidet.

Daniel: Ein Doppelsternsystem kommt ohne Verbindungsstange aus.

Jan: Du hast das vielleicht im Spaß gesagt, lieber Daniel. Aber ich glaube, du hast uns damit auf den richtigen Lösungsweg gebracht!

Dirk: Ich verstehe nicht, wieso.

Jan: Na, dann wollen wir mal ganz ruhig und systematisch vorgehen! Wir beschränken uns auf einfache Verhältnisse. Die beiden Sterne sollen gleiche Massen haben und sich auf Kreisbahnen bewegen.

Daniel: Bei Massengleichheit liegt der Schwerpunkt mitten zwischen den beiden Massen und diese bewegen sich auf demselben Kreis.

Jan: Wir konzentrieren uns auf eine der beiden Massen und fragen uns: Wer oder was ist dafür verantwortlich, dass diese Masse eine Kreisbahn beschreibt?

Dirk: Es muss eine Zentripetalkraft wirken. Das ist eine Kraft von konstantem Betrag, die immer senkrecht zur momentanen Richtung der Geschwindigkeit wirkt und in der Ebene der Kreisbahn liegt.

Jan: Sehr gut!

Daniel: Wenn wir diese Kraft mit F_Z bezeichnen, gilt die Beziehung

$$\boldsymbol{F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}}$$

Darin ist v die Geschwindigkeit, m die Masse und r der Radius der Kreisbahn.

Jan: Könntet ihr mir sagen, wie im Fall der Doppelsterne die Zentripetalkraft zustande kommt?

Dirk: Dafür gibt es nur eine Erklärung: Die von uns betrachtete Masse m wird durch die Gravitation der anderen, gegenüberliegenden Masse angezogen. Die Formel für die Gravitationskraft lautet

$$F_G = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{e^2},$$

wobei e die Entfernung zwischen beiden Massen und γ die Gravitationskonstante ist.

Daniel: e ist in unserem Falle der Durchmesser der Kreisbahn, also $2r$.

Dirk: Wenn wir F_Z mit F_G gleichsetzen, erhalten wir (hier mit $m_1 = m_2$)

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m^2}{4r^2} \quad \rightarrow \quad v^2 = \gamma \cdot \frac{m}{4r} \quad \rightarrow \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma \cdot \frac{m}{r}}.$$

Daniel: Soweit waren wir schon gekommen, aber wir wussten nicht so recht, was das für die Lösung unseres Problems bringen sollte.

Jan: Die Erleuchtung kommt vielleicht, wenn ihr versuchen würdet, die Umfangsgeschwindigkeit v anders auszudrücken.

Dirk: Ich wüsste nicht wie.

Daniel: Oh – doch! Geschwindigkeit ist „Weg durch Zeit“, im Falle einer gleichförmigen Kreisbewegung also „Kreisumfang $2\pi r$ durch Umlaufzeit T“.

Dirk: Damit folgt aus unserer letzten Gleichung

$$\frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma \cdot \frac{m}{r}} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi}{T} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{m}{r^3}}.$$

Jan: Sehr gut! Aber nun eine Frage an euch: Welche der Größen sind bekannt, welche können mit den Mitteln der Astronomie bestimmt werden und bei welchen besteht keine Aussicht?

Dirk: π und die Gravitationskonstante Γ gehören zum Weltkulturerbe, sind also bekannt.

Daniel: Die Umlaufszeit T ist bei Doppelsternen sicherlich sehr gut zu messen, vor allem, wenn die Teleskope unter kleinem Winkel auf die Bahnebene des Doppelsterns blicken. Dann kommt es nämlich periodisch zu gegenseitigen Verdeckungen beider Himmelskörper und dadurch zu Helligkeitsschwankungen.

Dirk: Auch der Kreisbahnradius r dürfte gut messbar sein. Aber mit der Masse m sehe ich schwarz. Ich kann mir keine Messmöglichkeit vorstellen.

Jan: m ist zwar nicht messbar, aber bestimmbar! Könnt ihr euch denken, wie?

Daniel: Jetzt verstehe ich, worauf du hinauswillst! Wenn in der Gleichung alle übrigen Größen gegeben sind, lässt sich m aus dieser Gleichung berechnen.

Jan: Richtig! Und diese Eigenschaft der Doppelsterne macht sie für die Astronomen so interessant. Normale Sterne und auch eure hantelförmigen Körper können das nicht.

Daniel: Warum funktioniert das mit den Hanteln nicht?

Jan: Das liegt im Grunde genommen daran, dass bei der Hantel die Zentripetalkraft auf andere Art zustande kommt, nämlich durch die elastische Kraft in der Verbindungsstange. Diese Kraft entsteht schon bei äußerst geringen Dehnungen, so dass – anders als im Falle des Doppelsterns – der Kreisbahnradius r praktisch nur unmessbar wenig verändert wird.

Dirk: Noch mehr würde mich interessieren, was alles anders wird, wenn die beiden Massen verschieden groß sind.

Daniel: Ich schlage vor, wir zeigen erst mal das Bild, das wir nach den Angaben in SuW 2017, 11, S.16 gezeichnet haben, und zwar maßstabsgerecht (siehe Abb. 2).

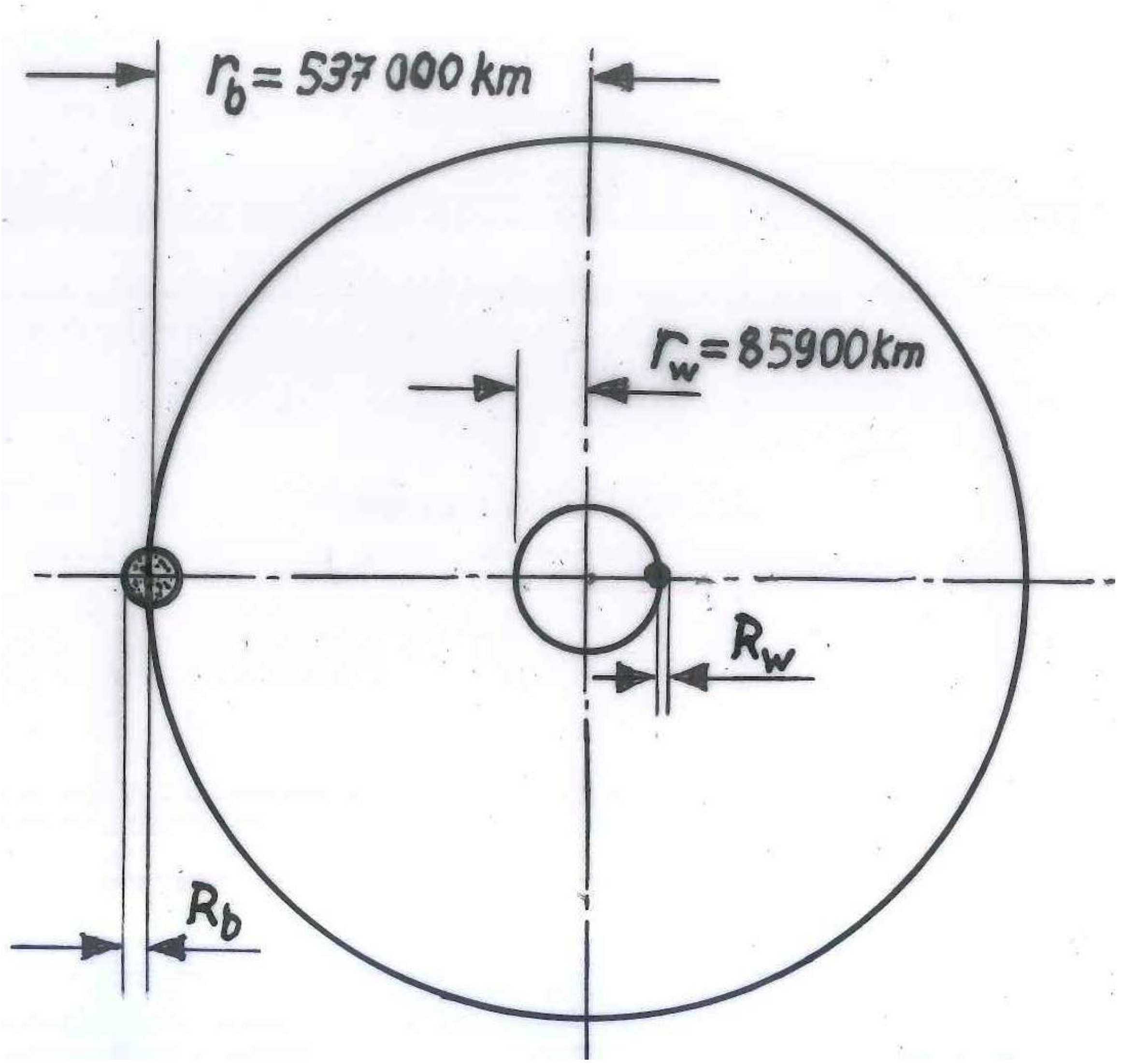

Abbildung 2: kreisförmig angenommene Umlaufbahnen von braunem Zwerg (mit dem Bahnradius r_b und dem Himmelskörperradius R_b) und weißem Zwerg (mit dem Bahnradius r_w und dem Himmelskörperradius R_w). © Gerhard Herms

Dirk: Na ja – bis auf den weißen Zwerg. Den haben wir ein klein wenig größer gezeichnet, damit er neben dem Bild des braunen Zwerges mit seinen riesigen Abmessungen nicht für Fliegendreck gehalten wird.

Daniel: Aber alles andere stimmt! Und das ist ganz wichtig, wenn man aus den übrigen Angaben des Beitrags eine richtige Vorstellung von den phantastischen Welten dieses Doppelsterns gewinnen will.

Dirk: Ich finde es schon geradezu unheimlich, dass der weiße Zwerg, dieser „Fliegendreck“, eine 6mal größere Masse hat als der riesengroße braune Zwerg.

Daniel: Um exakt zu sein: Es gilt $m_w = 6{,}25 m_b$, wobei sich der Index w auf den weißen Zwerg und Index b auf den braunen Zwerg bezieht.

Dirk: Kaum vorzustellen, dass m_b, dieses Leichtgewicht, einen Radius $R_b = 31850\,\mathrm{km}$ hat, während m_w nur wenig größer ist als unsere Erde ($R_w = 7640\,\mathrm{km}$).

Jan: Ihr solltet mal ausrechnen, was sich daraus für die Dichten ergibt! Auch das würde dazu beitragen, ein genaueres Bild von den fremdartigen Welten zu gewinnen. Aber nun eine Frage an euch beide: Könnt ihr euch denken, wie man auf dieses Massenverhältnis gekommen ist?

Daniel: Ja! Ich nehme folgendes an: Auch bei ungleichen Massen rotiert das Doppelsternsystem um seinen Schwerpunkt. Dieser liegt aber nicht mehr mitten zwischen beiden Massen, sondern näher zur schweren Masse hin, wobei das Hebelgesetz gilt:

$$\boldsymbol{m_w \cdot r_w = m_b \cdot r_b.}$$

Liege ich richtig mit meiner Annahme?

Jan: Völlig richtig! Sprich weiter!

Daniel: Wenn es also den Astronomen gelingt, die Lage des Schwerpunktes zu ermitteln, wissen sie auch, wie sich die Massen zueinander verhalten.

Jan: Richtig erkannt! Im Übrigen verläuft die Rechnung ganz ähnlich wie im Fall gleicher Massen. Man betrachtet eine der beiden Massen auf ihrer Kreisbahn und berechnet die Zentripetalkraft aus der Gravitationswirkung der anderen Masse.

Dirk: Wenn wir aber hier wieder die Betrachtung anstellen, welche Größen bekannt sind und welche nicht, müssen wir leider feststellen, dass nun zwei nicht messbare Größen auftreten (nämlich m_w und m_b).

Daniel: Halt! Du vergisst, dass durch die Bestimmung der Schwerpunktlage die eine Masse durch die andere ausdrückbar ist.

Jan: Daniel hat Recht.

Dirk: Das bedeutet also, dass das Problem auch hier lösbar ist.

Jan: So ist es. Ich staune, wie viel ihr doch zur Diskussion beigetragen habt und bin überzeugt, dass ihr die wesentlichen Dinge verstanden habt.