

Es ist wieder Finsternis-Saison!

Erkennen und verstehen der Abfolge von Sonnen- und Mondfinsternissen

In Bezug zum Beitrag „27. Juli: Roter Mond trifft roten Planeten“ unter der Rubrik „Astronomie und Praxis: Monatsthema“ auf den Seiten 68-72 in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 7/2018, Zielgruppe: Mittelstufe bis Oberstufe, WIS-ID: 1421011

Olaf Fischer und Stephan Edinger

Finsternisse kommen häufiger vor als es die meisten Menschen meinen. Auch treten sie nicht während beliebiger Neu- oder Vollmondphasen im Jahr verteilt, sondern saisonal gehäuft (aber auch nicht zu einem festen Zeitraum des Jahres) auf. Die zweite Finsternis-Saison in 2018 beginnt am 13. Juli mit einer in Südaustralien sichtbaren partiellen Sonnenfinsternis, wird gefolgt von einer totalen Mondfinsternis am 27. Juli (siehe SuW-Beitrag, S. 68-72) und endet wieder mit einer partiellen Sonnenfinsternis am 11. August (sichtbar in Skandinavien).

Die Abfolge der Sonnen- und Mondfinsternisse lässt sich gut im sogenannten [Finsternis-Diagramm](#) erkennen. Im folgenden WIS-Beitrag wird dieses Diagramm zunächst vorgestellt und anschließend am Beispiel interpretiert. Zur Interpretation wird das [Anschauungsmodell „Lunarium“](#) eingeführt und genutzt. Diese für den Lehrer wichtigen Informationen münden in ein [Arbeitsblatt](#), welches mit Schülern getestet wurde (siehe [Unterrichtserfahrungen](#)).

| Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag | | |
|-------------------------------------|--|--|
| Astronomie | Positionsastronomie, Himmelsmechanik | Sonnenfinsternis, Mondfinsternis, Mondbahn, Mondphasen, Mondknoten , Knotenlinie , Finsternis-Fenster , Finsternis-Diagramm , synodischer Monat , drakonitischer Monat , Finsternisperioden , Finsternis-Zyklen , Saros-Zyklus , Semester-Zyklus |
| Physik | Mechanik | Mondumlauf, Kreisel , Mondbahnkreisel , Präzession der Mondbahnebene |
| Fächerverknüpfung | Astro - Ma | Näherungsbruch , Kettenbruch, Kettenbruchentwicklung |
| Lehre allgemein | Kompetenzen (Wissen, Erkenntnis), Lernpsychologie, Unterrichtsmittel | Erweiterung des Wissens zum Mond, Markieren von Punkten im Diagramm Interpretieren eines Diagramms, Anwenden eines Anschauungsmodells , Modellgrenzen , räumliches Vorstellungsvermögen, Herstellung eines Lunariums , Anschauungsmodell, Lunarium , Analogiemodell zur Sarosperiode , Arbeitsblatt |

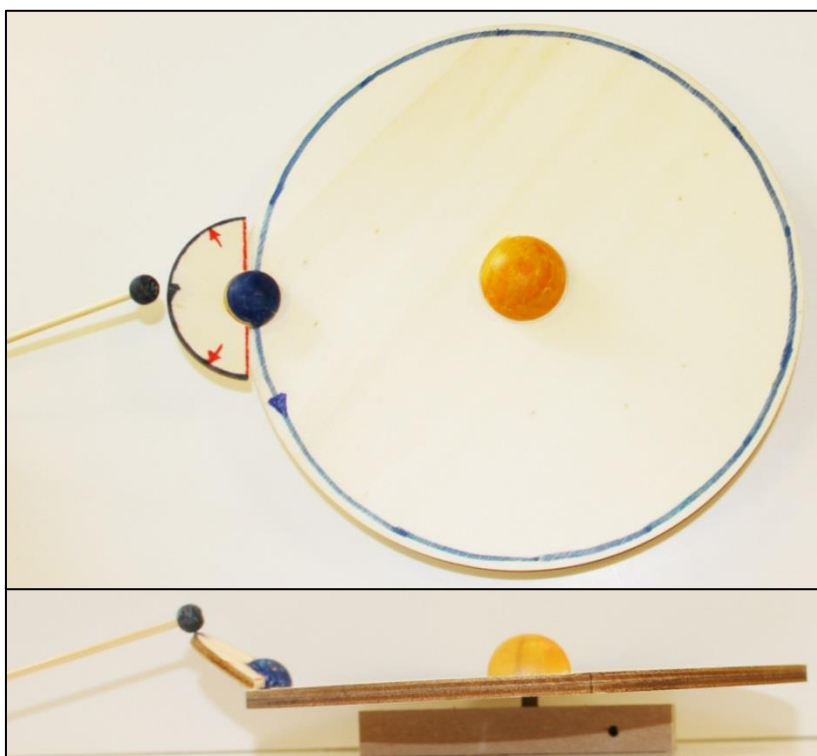


Abbildung 1: Lunarium in Draufsicht und Seitenansicht.

Das hier gezeigte Lunarium besteht aus der Erdbahnebene (aufsteckbar auf einen Ständer) mit blau markiertem Erdumlauf, der blau eingefärbten Erde und der gelben Sonne, der in den Erdorbit einsteckbaren Mondbahnebene mit grau markiertem Mondorbit und dem grau eingefärbten Mond an einem dünnen Stab.

In der Mondbahnebene wurden die Knotenlinie und die Grenzen der „Finsternis-Fenster“ rot gekennzeichnet.

In Draufsicht können die Mondphasen demonstriert werden; hier im Bild der Vollmond. Die Seitenansicht zeigt, dass es trotz (dieser) Vollmondstellung zu keiner Mondfinsternis kommen kann, weil sich der Mond wegen der Neigung seiner Bahnebene zur Erdbahnebene oberhalb des Erdschattens befindet.

© Olaf Fischer.

Das Finsternis(kalender)-Diagramm

Beim **Finsternis(kalender)-Diagramm** handelt es sich um ein Zeit-Zeit-Diagramm mit einer waagerechten Monatsachse und einer senkrechten Jahresachse, das an einen Mehrjahreskalender erinnert (siehe Abb. 2). Trägt man die Zeitpunkte der Sonnen- und Mondfinsternisse in dieses Diagramm ein, so ergibt sich ein Muster, das einem Perlenvorhang ähnelt, weswegen auch die Bezeichnung *“bead curtain” diagram* existiert (Guy Ottewill: „The Under-Standing of Eclipses“, Universal Workshop, First Edition edition (April 1, 1991), ISBN-10: 093454624X). Jean Meeus verwendet die Bezeichnung *eclipse panorama diagram* (Jean Meeus: „More Mathematical Astronomy Morsels“, Willmann-Bell (28. Februar 2002), ISBN-10: 0943396743).

Seine Ursprünge hat diese Art der Diagrammdarstellung vermutlich beim Schweizer Astronomen Johann Heinrich Lambert (1728-1777), der es in einem Buch veröffentlicht hat („Beschreibung und Gebrauch einer neuen und allgemeinen ecliptischen Tafel worauf alle Finsternisse des Mondes und der Erde in ihrer natürlichen Gestalt vorgestellt werden, nebst der leichtesten Art dieselbe und die dabey vorkommenden Umstände zu berechnen und zu entwerfen“, Berlin : im Verlag der Realschulbuchhandlung, 1765, siehe auch <http://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/961715>).

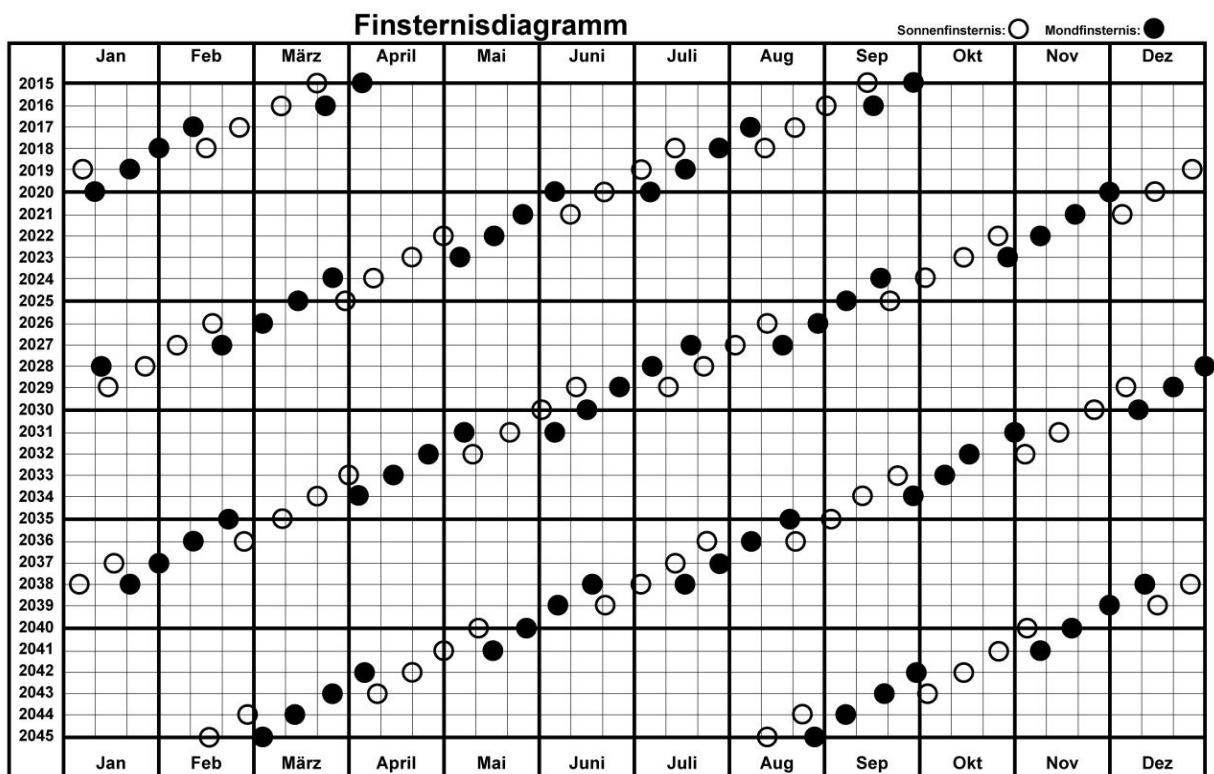
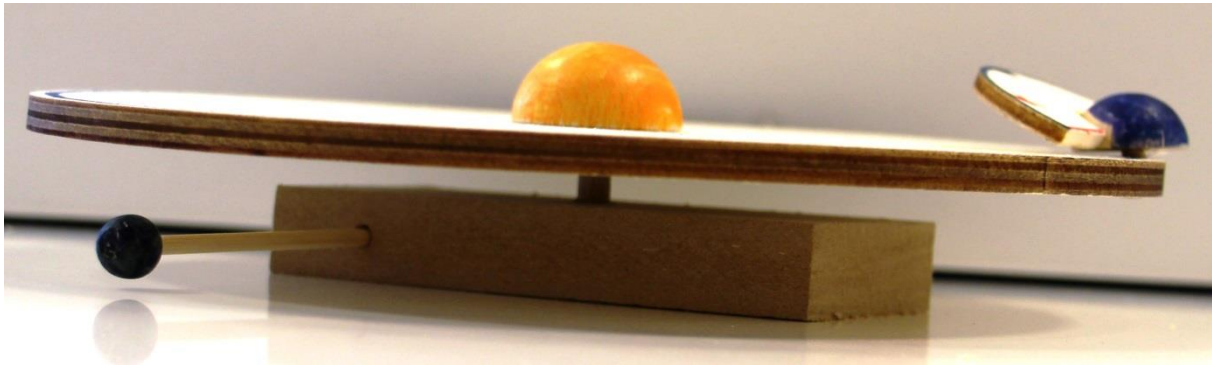


Abbildung 2: Finsternis-Diagramm für die Jahre 2015 bis 2045. Pro Jahr gibt es 2 Finsternis-Saisons mit insgesamt 4 bis 6 Finsternisereignissen. Sehr selten kann es auch vorkommen, dass 7 Finsternisse im Jahr auftreten.
© Olaf Fischer.

Als Datenquelle für die Eintragung empfehlen wir die Seite der NASA (‘NASA Eclipse Web Site’: <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/solar.html>), welche alle Sonnen- und Mondfinsternisse im Jahreszeitraum -1999 bis 3000 detailliert auflistet.

Im Anhang findet sich für die Arbeit mit Schülern (für das Arbeitsblatt) ein Auszug aus dem oben genannten Katalog.

Modell „Lunarium“



Als **Lunarium** bezeichnet man ein **Anschauungsmodell**, welches die Orientierung der Mondbahn (mit drehbarer Knotenlinie) in Bezug auf die Erdbahn räumlich zeigt und verdeutlicht, dass nur eine Untermenge aller Neu- und Vollmondereignisse eines Jahres zu einer Finsternis führen kann. Insbesondere die Begriffe Knotenlinie, Mondknoten und Finsternis-Fenster werden fassbarer.

Herstellung eines Modells für Schüler

Material

Mit einem Materialwert von 5 bis 10 Euro lassen sich kleine Lunarien für die Schülerarbeit (wie in Abb.1 gezeigt) selbst herstellen. Benötigt werden z. B.:

- 1 Kreisscheibe aus Pappelspertholz ($\varnothing = 20$ cm, Dicke = 6 mm)*,
- 1 (Halb-)Kreisscheibe aus Pappelspertholz ($\varnothing = 6$ cm, Dicke = 4 mm)*,
- 1 Halbkugel aus Buche, ($\varnothing = 30$ mm)*,
- 1 Halbkugel aus Buche, ($\varnothing = 20$ mm)*,
- 1 Kugel aus Buche, ($\varnothing = 10$ mm, mit 3-mm-Bohrung)*,
- 1 Holzrundstab ($\varnothing = 6$ mm, 2 cm lang)
- 1 Holzrundstab ($\varnothing = 4$ mm, 1 cm lang)
- 1 Holzquader (aus Restmaterial, etwa 10 cm \times 5 cm \times 1,5 cm)
- 1 Schaschlikspieß (Länge = 20 cm, $\varnothing = 3$ mm).

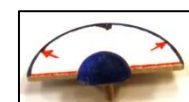
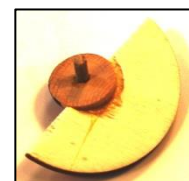
(*beschaffbar z. B. unter: [Halbkugeln aus Holz](#) [Bauklötze Holzbausteine Holzbaublöcke](#) - [Tischlerschuppen](#), <https://expresszuschnitt.de/Pappelspertholz-Platten-BBB>.)

Arbeitsschritte

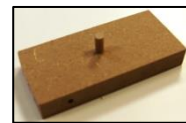
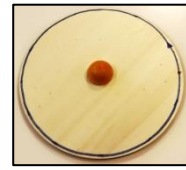
Die Herstellung des Modells ist einfach und mit einem Zeitaufwand von ca. 1-1,5 h schnell zu bewerkstelligen. An Werkzeugen und Hilfsmitteln sind erforderlich: eine Bohrmaschine (besser mit Ständer, Holzbohrer 4 mm und 6 mm, Lochsäge 20 mm), eine Laubsäge, etwas Schleifpapier, Klebstoff, dicke Faserstifte (gelb, blau, grau) und ein dünner Faserstift (rot).

Im Folgenden sind die nötigen Herstellungsschritte stichpunktartig aufgeführt:

- kreisrundes Loch ($\varnothing = 2$ cm) mittig in kleine Kreisscheibe ($\varnothing = 6$ cm) sägen (Lochsäge für Bohrmaschine),
- kleine Kreisscheibe halbieren,
- Loch ($\varnothing = 4$ mm, ca. 5 mm tief) mittig in flache Seite der Halbkugel ($\varnothing = 20$ mm) bohren,
- Kreishalbscheibe (Mondbahnebene) mit Halbkugel ($\varnothing = 20$ mm, Erde) verbinden (kleben, ca. 30° geneigt),
- Holzrundstab ($\varnothing = 4$ mm, 1 cm lang) in Loch stecken und mit Halbkugel verkleben,
- Mondumlaufbahn samt Richtungspfeil mit grauem Faserstift am Rand des Halbkreises markieren,
- mit rotem Faserstift Knotenlinie und Grenzen der Finsternis-Fenster markieren (siehe Abb. 1) und Halbkugel (Erde) mit blauem Faserstift einfärben,



- nun große Halbkugel ($\varnothing = 30$ mm, Sonne) mittig auf große Kreisscheibe ($\varnothing = 20$ cm) kleben,
- Loch ($\varnothing = 6$ mm, ca. 12 mm tief, bis in Halbkugel hinein) mittig von unten in Kreisscheibe bohren,
- Erdumlaufbahn samt Richtungspfeil mit blauem Faserstift ca. 5 mm vom Rand des Kreises entfernt markieren,
- Halbkugel (Sonne) mit gelbem Faserstift einfärben,
- an einem Punkt der Erdumlaufbahn Kreisscheibe durchbohren ($\varnothing = 4$ mm),
- kleine Holzku­gel ($\varnothing = 10$ mm, Mond) mit Schaschlik-Spieß verbinden (durch 3-mm-Loch schieben und eventuell verkleben),
- Kugel (Mond) mit grauem Faserstift einfärben,
- Loch ($\varnothing = 6$ mm, ca. 6-8 mm tief) mittig in Holzquader (Ständer) bohren,
- evt. Holzquader noch parallel zur Auflagefläche durchbohren ($\varnothing = 4$ mm, Lochlänge: 5 cm): zum Durchstecken des Schaschlik-Spießes,
- Holzrundstab ($\varnothing = 6$ mm, 2 cm lang) in Loch stecken und mit Holzquader verkleben,
- 4-mm-Stab des Mondbahnhalbkreises in 4-mm-Loch in Erdbahnkreis stecken,
- Erdbahnkreis auf 6-mm-Stab des Holzquaders stecken.



Einführung und Handhabung des Modells

Grenzen des Modells

Wie bei jedem Modell kann es auch beim Lunarium nur um ausgewählte Aspekte der Realität gehen. Entsprechend werden andere Aspekte (die für den Modellzweck nicht von Belang sind) verfälscht bzw. unrealistisch wiedergegeben. Dies sollte den Schülern immer wieder vor Augen geführt werden.

- Beim Lunarium geht es um die Veranschaulichung der Lagen der Umlaufbahnen. Die Durchmesser von Sonne, Erde und Mond sowie deren Abstände zueinander können **nicht maßstabsgerecht** dargestellt werden.
- Ebenso werden die Bahnen von Erde und Mond im Modell **nicht elliptisch** und ihre Neigung zueinander wird **stark überhöht** (in Wirklichkeit ca. 5°) wiedergegeben.
- Schließlich kann aus praktischen Gesichtspunkten heraus nur die halbe Mondbahnebene mit einer „Halberde“ im Umlauf um eine „Halbsonne“ dargestellt werden. Die unterhalb der Erdbahnebene liegenden Hälften der Mondbahnebene sowie von Sonne und Erde müssen gedanklich symmetrisch vervollständigt werden.

Vorausgesetzte (oder vorher zu erarbeitende) Vorkenntnisse

- Der Schüler weiß, dass ein Schatten dann entsteht, wenn eine Lichtquelle ganz oder teilweise durch einen Schattenwerfer verdeckt wird, wenn Lichtquelle, Schattenwerfer und Beobachter (Projektionswand) räumlich betrachtet nahezu auf einer Geraden stehen.
- Es wird auch vorausgesetzt (oder es muss zuvor erarbeitet werden), wie es zu Kern- und Halbschatten kommt (geometrische Optik).
- Auch die Entstehung der Mondphasen (insbesondere Neu- und Vollmond) wird als bekannt vorausgesetzt.

(Neues) Hintergrundwissen: Fakten und Zusammenhänge

- Erde und Mond laufen aus Sicht vom ekliptikalen Nordpol entgegen dem Uhrzeigersinn auf ihren Bahnen. Pfeile entlang der Umlaufbahnen zeigen dies im Lunarium.
- Für eine weitere Interpretation des Erscheinungsbildes des ausgefüllten Finsternis-Diagramms benötigt man verschiedene Periodendauern:
 - Periodendauer von Vollmond zu Vollmond (**synodische Umlaufzeit bzw. synodischer Monat**): im Mittel rund 29,53 Tage (genauer: 29,530589),
 - Periodendauer vom einem Mondknoten zum nächsten gleichartigen Mondknoten (**drakonitischer Monat**): im Mittel rund 27,21 d (genauer: 27,212221),
 - Periodendauer von Perigäumsdurchgang (größte Erdnähe) zum nächsten Perigäumsdurchgang (anomalistische Umlaufzeit): im Mittel rund 27,56 d (genauer: 27,55455),
 - Die Erde braucht für einen Umlauf um die Sonne ca. 365,242 Tage (tropisches Jahr, von Frühlingsanfang bis zum nächsten Frühlingsanfang).
- Die Schnittlinie zwischen Erdbahnebene und Mondbahnebene bezeichnet man als **Knotenlinie**. Die Schnittpunkte der Mondbahn mit der Erdbahnebene werden dann als **Mondknoten** bezeichnet. Dort wo der Mond aus der Erdbahnebene aufsteigt (oben wird hier durch den ekliptikalen Nordpol definiert), befindet sich der **aufsteigende Knoten**. Im **absteigenden Knoten** läuft der Mond in die Erdbahnebene hinein in Richtung ekliptikaler Südpol.
- Auf Grund der räumlichen Ausdehnung von Sonne, Erde und Mond müssen diese nicht ganz exakt auf einem Strahl liegen, damit eine Finsternis auftritt. Entsprechend kommt es schon kurz vor oder nach dem Voll- oder Neumond zu einer Verfinsternung. Genauso kommt es zu einer Finsternis, wenn der Mond nicht genau in der Erdbahnebene steht, sondern etwas darüber oder darunter. Man bezeichnet den Bereich der Mondbahn um die Knotenpunkte herum, in dem noch Finsternisse möglich sind, als **Finsternis-Fenster**. (In Abb. 1 steht der Vollmond außerhalb der Finsternis-Fenster.)

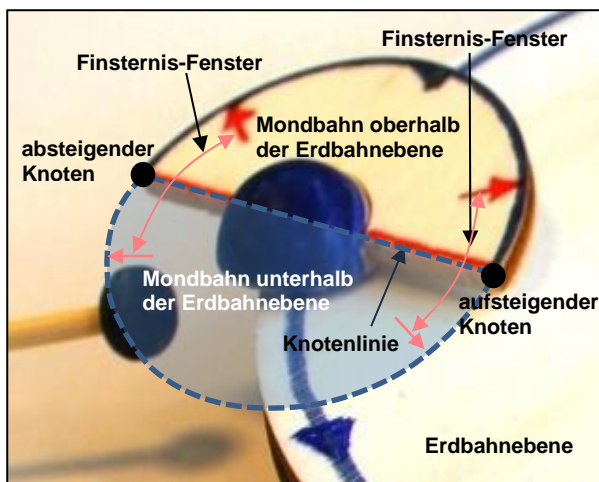
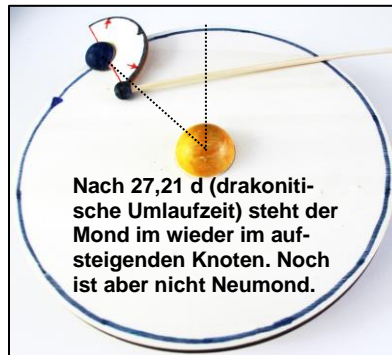
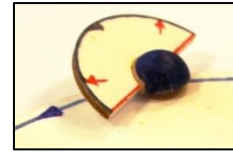
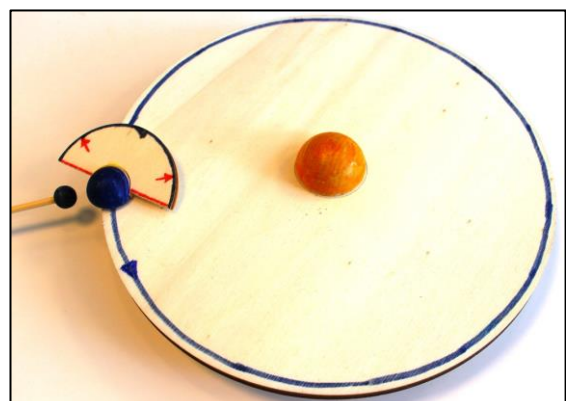


Abbildung 3: Veranschaulichung einiger oben genannter Begriffe mit dem Lunarium. © Olaf Fischer.



[zurück zum Anfang](#)

- Für die Interpretation des Finsternis-Diagramms wird auch das Wissen zum Verhalten von Kreiseln benötigt. Insbesondere muss herausgestellt werden, dass die Achse eines ungestörten Kreisels (Kreisel, an dessen Achse keine Kraft zieht) im Raum immer in die gleiche Richtung zeigt. Zieht dagegen eine Kraft an der Achse, so kommt es zu einer Auslenkung senkrecht zur Zugrichtung.

Diese Erkenntnis kann mit Hilfe einer Alltagserfahrung verknüpft werden: So bleibt das Vorderrad eines Fahrrads (ein Kreisel) beim Freihandfahren stabil (was bedeutet, dass die Ausrichtung der Radachse im Raum bleibt stabil), solange der Radfahrer aufrecht sitzt, d. h., solange die Kraftwirkung auf die linke und rechte Seite der Achse im Gleichgewicht ist (was so viel bedeutet wie kräftefrei). Sobald sich der Radfahrer etwas nach links oder rechts beugt, kommt es zu einer Auslenkung der Radachse senkrecht zur Kipprichtung.

In Anlehnung an die Fahrradfelge kann die Mondbahn als ein **Kreisel** betrachtet werden. Dieser behält seine Lage im Raum bei, wenn keine Kraft an einer Achse zieht. Die Anziehungskraft der Sonne auf den Mond zieht jedoch an der Achse des **Mondbahnkreisels** und führt zu einer Ausweichbewegung (**Präzession der Mondbahnebene**).

Im Zuge der Interpretation des Finsternis-Diagramms ist es zu empfehlen, zunächst das Verhalten einer ungestörten Mondbahnebene zu demonstrieren (siehe Bild). Zur Demonstration einer zunächst angenommenen stabilen Lage der Umlaufbahnachse im Raum fasse man die Mondbahn an (diese ist ja drehbar auf der Erdbahnebene angebracht) und drehe die Erdbahn, so dass die Mondbahnebene ihre Orientierung im Raum beibehält (siehe Abb. 4).

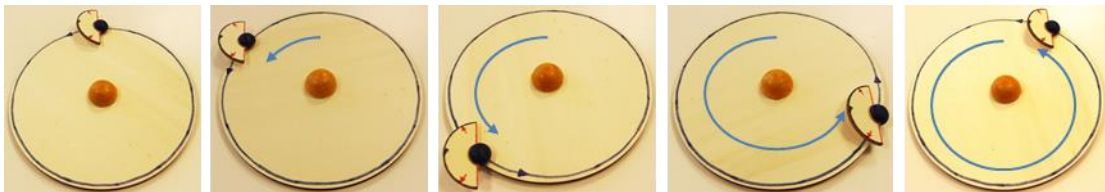
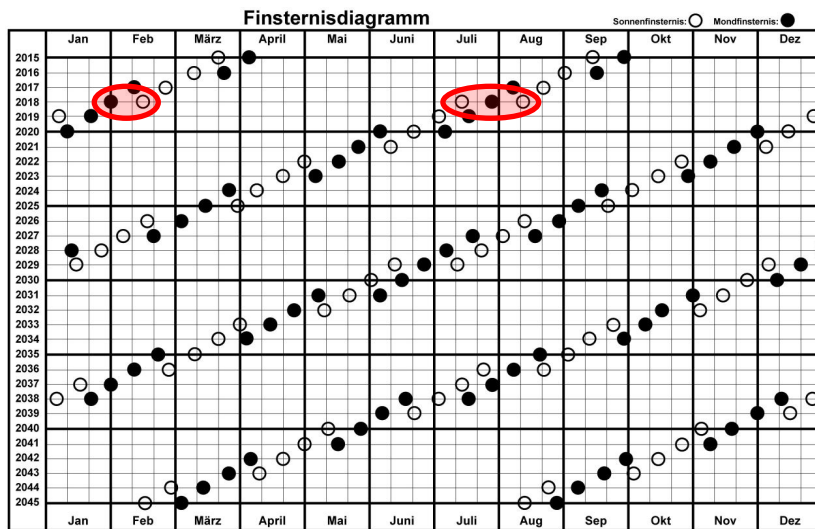


Abbildung 4: Mondbahnkreisel an verschiedenen Orten der Erde im Laufe eines Jahres bei stabiler Position im Raum (ungestörter Kreisel). Man erkennt, dass die Knotenlinie (rote Linie an Mondbahnebene) immer in die gleiche Richtung zeigt. © Olaf Fischer.

Die Diagramminterpretation macht es im Weiteren aber notwendig, eine Drehung der Mondbahnebene (also auch der Knotenlinie) einzuführen. Diese erfolgt im Uhrzeigersinn mit einer Periode von 18,61 Jahren. Als Grund für diese Drehung wird dann die Kraftwirkung der Sonne auf die Bahnkreiselachse herausgestellt.

Diagramminterpretation – Teil 1: Häufungen in Finsternis-Saisons

Warum finden meist mehrere Finsternisse nacheinander (in **Finsternis-Saisons**) jeweils etwa im Abstand von ca. 2 Wochen statt? Zeige (und erkläre) diese Tatsache mit Hilfe des Lunariums für die 2. Finsternis-Saison im Jahre 2018!



Die Eintragung erfolgt jeweils am Schnittpunkt zwischen Tag (Richtung x-Achse) und Jahr (Richtung y-Achse).

Abbildung 5: Stellvertretend für alle anderen Finsternis-Saisons sind die zwei im Jahr 2018 rot hervorgehoben.

Die erste Finsternis-Saison in 2018 beginnt mit einer totalen Mondfinsternis am 31.1. (in Europa am frühen Nachmittag, Mond etwa im absteigenden Knoten) und endet mit einer partiellen Sonnenfinsternis am 15.2. (sichtbar im südlichen Südamerika und in Antarktis, Mond unterhalb der Erdbahnebene). Die zweite Finsternis-Saison enthält 3 Finsternisse: partielle Sonnenfinsternis am 13.7. (Mond unterhalb der Erdbahnebene), totale Mondfinsternis am 27.7. (Mond etwa im aufsteigenden Knoten), partielle Sonnenfinsternis am 11.8. (Mond oberhalb der Erdbahnebene). © Olaf Fischer.

Zu einer Finsternis (Sonnenfinsternis: SoFi, Mondfinsternis: MoFi) kommt es, wenn die Syzygienlinie (Verbindungsgerade Sonne-Erde-Mond oder Sonne-Mond-Erde in Draufsicht auf die Erdbahnebene) im Bereich des Finsternis-Fensters (um die Knotenlinie herum) liegt. Die "Breite" des Finsternis-Fensters erlaubt es, dass mehrere Finsternisse kurz nacheinander bei den aufeinanderfolgenden Voll- und Neumondkonstellationen stattfinden. Deren zeitlicher Abstand beträgt einen halben synodischen Monat, bzw. etwa 14,74 Tage. Je besser die Breite des Fensters genutzt werden kann, desto mehr Finsternisse sind möglich. Meist erfolgen 2 Finsternisse nacheinander (SoFi-MoFi oder MoFi-SoFi). Ab und an können es auch drei sein (SoFi-MoFi-SoFi oder MoFi-SoFi-MoFi).

SoFi am 13. 7. 2018

Mond ist unterhalb der Erdbahnebene vor dem aufsteigenden Knoten, aber schon im Finsternis-Fenster

½ synodischen Monat später MoFi am 27. 7. 2018

Mond ist nahezu im aufsteigenden Knoten, also in der Erdbahnebene (mittig im Finsternis-Fenster)

½ synodischen Monat später SoFi am 11. 8. 2018

Mond ist nun oberhalb der Erdbahnebene nach dem aufsteigenden Knoten

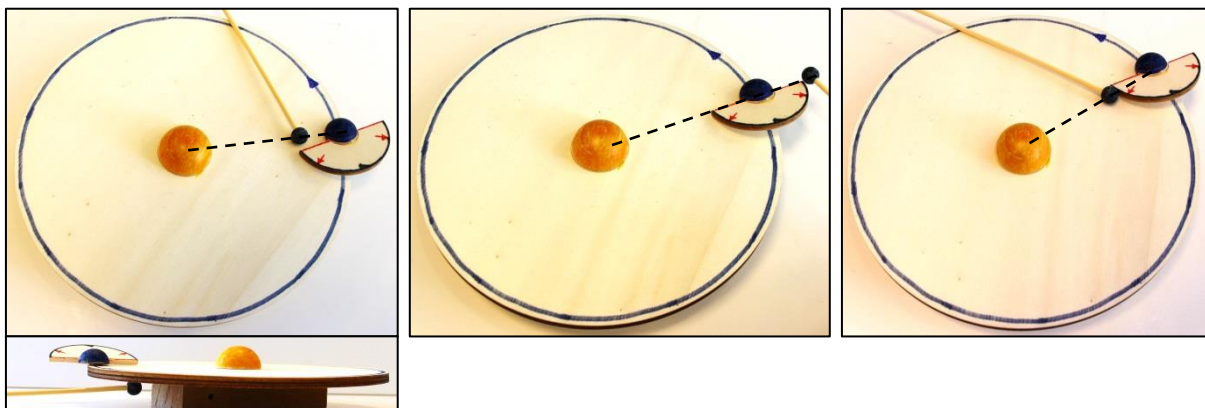


Abbildung 6: Die drei 3 aufeinanderfolgenden Finsternisse (hier SoFi, MoFi, SoFi) der zweiten Finsternis-Saison in 2018 nachgestellt mit dem Lunarium. Während der Mond bei der Mondfinsternis fast im Knoten (auf der roten Linie am Schnittpunkt mit der Erdbahnebene) steht, befindet er sich bei den beiden einrahmenden Sonnenfinsternissen abseits des Knotens, aber noch im Finsternis-Fenster, dessen eine Hälfte vom Knoten bis zum Pfeil reicht (andere Hälfte symmetrisch auf der anderen Seite der Mondbahnebene). Das Finsternis-Fenster kennzeichnet den Bereich, in dem Sonnen- und Mondfinsternisse auftreten können. Es hat eine zeitliche Breite von ca. 33 Tagen. Die Drehung der Knotenlinie wird an dieser Stelle noch nicht thematisiert, d. h., die Knotenlinie behält beim Zeigen zunächst ihre Richtung bei. © Olaf Fischer.

Diagramminterpretation – Teil 2: zeitlicher Abstand zwischen den Finsternis-Saisons

Warum treten die Finsternis-Saisons im zeitlichen Abstand von etwas weniger als einem halben Jahr auf? Wann wäre der Abstand genau ein halbes Jahr? Warum ist der Abstand etwas kleiner? Bestimme die zeitliche Verkürzung! Nutze das Lunarium und die obigen Fakten und Zusammenhänge und finde eine Erklärung!

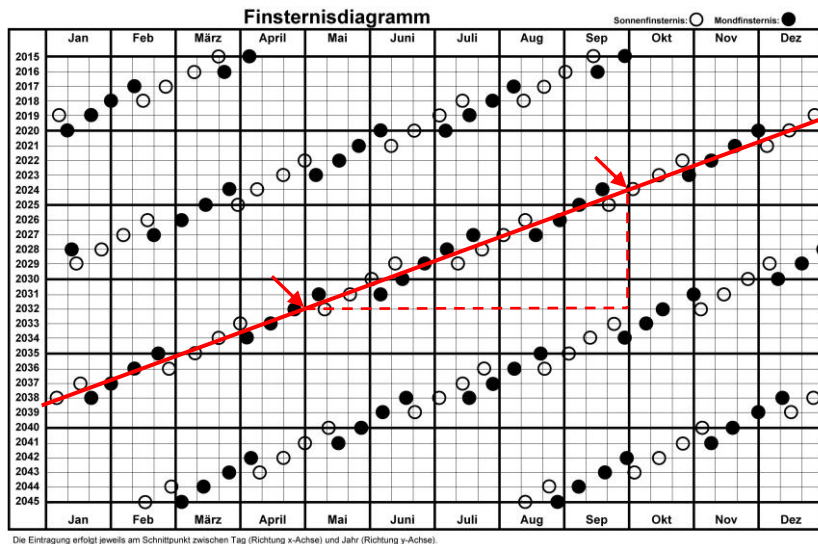


Abbildung 7: Die Finsternis-Saisons finden im zeitlichen Abstand von etwas weniger als einem halben Jahr statt. Zur Bestimmung der zeitlichen Verschiebung in Bezug auf ein halbes Jahr wird eine vermittelnde Gerade genutzt. An geeigneten Punkten (siehe Pfeile) können an der Geraden gut Werte abgelesen werden.

Hier im Diagramm zeigt die Pfeile auf die Werte (30. April, 2032) und (30. September, 2024). Aus den abgelesenen Zeitdifferenzen (5 Monate pro 8 Jahre) ergibt sich, dass das Finsternisjahr rund 19 Tage kürzer ist als das tropische Jahr (Kalenderjahr).

© Olaf Fischer.

Würde die Mondbahnebene ohne weitere äußere Einflüsse (die Gravitation der Sonne) sein, so würde sie stabil im Raum stehen und die Finsternisperioden würden halbjährlich versetzt (ca. 182,5 Tage) immer in den gleichen Monaten auftreten (siehe Abb. 8).

Bedingt durch die Gravitationswirkung der Sonne wirkt eine Kraft auf die Achse des Mondbahnenkreises, die zu einem Ausweichen der Achse (einer Präzession) führt. Dadurch dreht sich auch die Knotenlinie. Im Diagramm wird ersichtlich, dass der zeitliche Abstand zwischen den Finsternis-Saisons kürzer als ein halbes Jahr ist. Das bedeutet, die Knotenlinie dreht sich entgegen der Bewegung des Mondes – also im Uhrzeigersinn.

Die zeitliche Verkürzung kann anhand der Schräge der roten Linie wie folgt abgelesen werden. (Ohne zeitliche Verkürzung stünde diese senkrecht.):

Es werden die Zeitdifferenzen zwischen den durch die Pfeile markierten Punkten ermittelt.

$5 \text{ Monate} / (2032 - 2024) = 0,625 \text{ Monate} / \text{Jahr} = 0,625 \cdot (365,25/12) \text{ Tage} / \text{Jahr} \approx 19,0234 \text{ Tage} / \text{Jahr}$.

Die zeitliche Verkürzung beträgt also rund 19 Tage pro Jahr bzw. rund 9,5 Tage kürzer als ein halbes Jahr. (Der reale Wert beträgt 18,61 Jahre.)

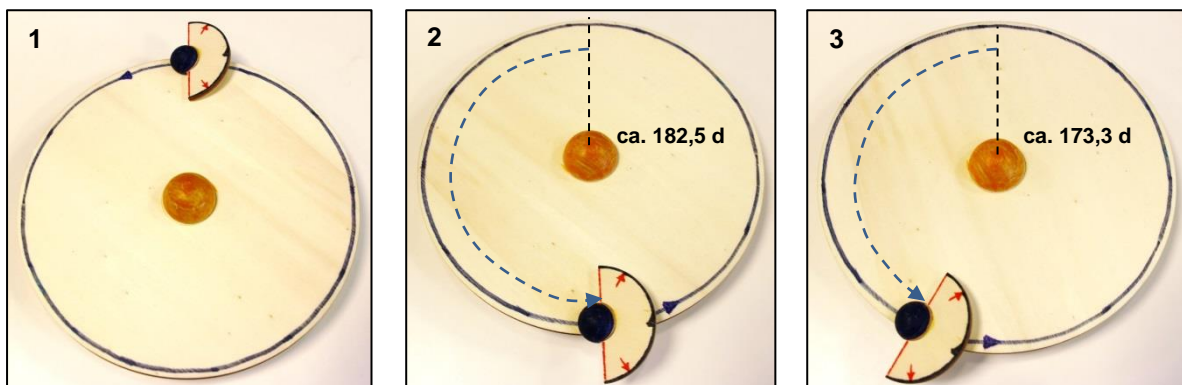


Abbildung 8: Ohne Drehung der Knotenlinie würde die nächste Mitte eines Finsternis-Fensters nach genau einem halben Jahr (ca. 182,5 Tage) erreicht (Bild 1 → Bild 2). Infolge der Drehung der Knotenlinie im Uhrzeigersinn dauert es aber nur etwa 173,3 Tage (Bild 1 → Bild 3). © Olaf Fischer.

Diagramminterpretation – Teil 3: Finsternis-Zyklen

Das Zusammenspiel der zwei für das Zustandekommen einer Finsternis entscheidenden Perioden (synodischer und drakonitischer Monat) führt dazu, dass sich verschiedene Finsternisperioden herausbilden, die sich innerhalb entsprechender Finsternis-Zyklen zeigen. Auch im Finsternis-Diagramm erkennt man, dass es zu einer Wiederholung der Musterabfolge kommt.

Der Zyklus mit der kürzesten Periode von 6 synodischen Monaten (rund 177 Tage) ist der **Semester-Zyklus**. Analysiere das Diagramm und bestimme wieviele Sonnenfinsternisse innerhalb eines Semester-Zyklus möglich sind!

Der bekannteste unter den verschiedenen Zyklen ist der Saros-Zyklus, innerhalb dessen etwa 72 Sonnenfinsternisereignisse im Abstand von 18,03 Jahren stattfinden. Identifiziere im Diagramm (+Tabelle) 2 Finsternisse, die zu einem Saros-Zyklus gehören!

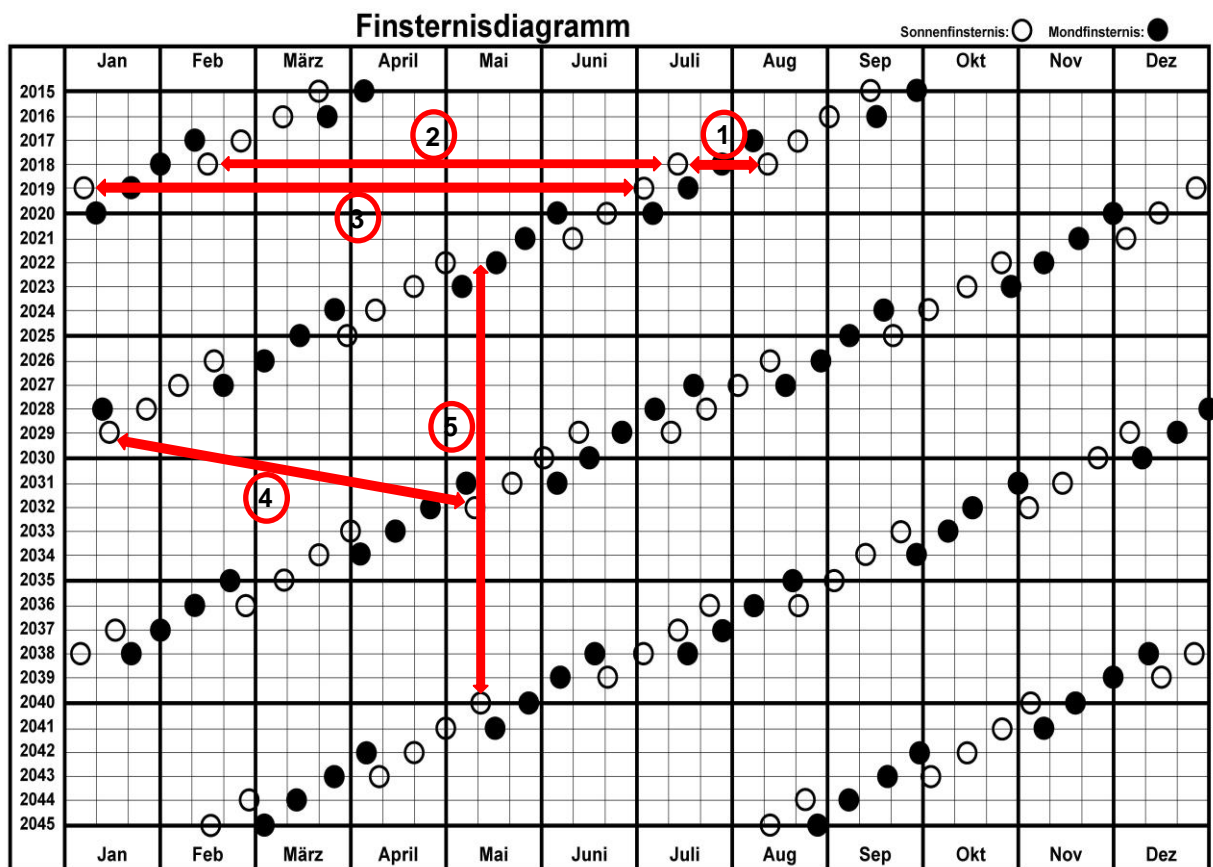


Abbildung 9: Einige Finsternisperioden:

1: 1 synodischer Monat, gehört zum Finsternis-Zyklus ‚Nova‘, der aber nur eine Periode enthält.*

2: 5 synodische Monate, gehört zum Finsternis-Zyklus ‚Pentalunex‘, der wie Nova auch nur eine Periode enthält.*

3: 6 synodische Monate, gehört zum Semester-Zyklus, der den ersten „echten“ Finsternis-Zyklus darstellt. Er kann 8 bis 10 SoFi im Semester-Abstand enthalten.

4: 41 synodische Monate (ca. 3,31 Jahre), gehört zum Finsternis-Zyklus namens ‚Hepton‘. Dieser kann etwa 46 SoFi enthalten und ca. 46 Jahre andauern.

5: 223 synodische Monate (ca. 18,03 Jahre), gehört zum Saros-Zyklus, dem bekanntesten der Finsternis-Zyklen. Dieser enthält etwa 72 SoFi und dauert ca. 1333 Jahre.

*Nova und Pentalunex bilden wegen der ausbleibenden Wiederholungen keine echten Finsterniszyklen.

Zur SoFi-Abfolge sei noch folgende Statistik erwähnt: schon nach 1 Lunation in 11,4 % aller Fälle, nach 6 Lunationen in 65,5 % aller Fälle und nach 5 Lunationen in 23,1 % aller Fälle.

© Olaf Fischer.

Der Canon der Finsternisse

Der österreichische Astronom Theodor Egon von Oppolzer (1841-1886) beschäftigte sich auch eingehend mit der Abfolge von Sonnen- und Mondfinsternissen und schuf in diesem Zusammenhang den „Canon der Finsternisse“ (1887). Canon (lat.) bedeutet so viel wie ‚Regel‘.

Insbesondere Sonnenfinsternisse haben schon immer tiefen Eindruck bei den Menschen, die diese erlebten, hinterlassen. Insbesondere für unsere unaufgeklärten Vorfahren waren es zutiefst beeindruckende und oft auch beängstigende Himmelschauspiele, deren Zeitpunkte man schon frühzeitig dokumentierte und so u.a. den Saros-Zyklus für deren Wiederauftreten erkannte. Dies belegen Keilschrifttafeln der Babylonier ab 748 v. Chr.

Für das Zustandekommen einer Finsternis (im Weiteren sollen nur Sonnenfinsternisse betrachtet werden) sind lediglich zwei Bedingungen nötig: 1. muss der Mond nahe seiner Neumondposition sein und 2. muss er sich nahe bei einem seiner beiden Bahnknoten befinden. (Das Wort ‚nahe‘ ist im Zusammenhang mit dem Finsternis-Fenster zu erläutern.) Von Neumond zu Neumond vergehen im Mittel ca. 29,503589 Tage (synodischer Monat). Von Knoten zu Knoten braucht der Mond im Mittel ca. 13,6061105 Tage (einen halben drakonitischen Monat). Damit ausgehend von einem gleichzeitigen Auftreten beider Bedingungen (einer SoFi) diese sich wiederholen, müssen sich die verstrichenen Perioden innerhalb gewisser Toleranzen in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen.

Um diese Verhältnisse zu bestimmen, wenden wir die Methode der **Kettenbruchentwicklung** an (siehe Abb. 10). Mit zunehmender Ordnung (Zahl der Teilbrüche) wird die rationale Zahl (hier das Periodenverhältnis) immer besser angenähert (**Näherungsbruch**). Im Ergebnis erhält man etliche verschiedene Finsternis-Zyklen, die mit größer werdender Zyklusdauer (siehe Tab. 1) das ganzzahlige Verhältnis immer besser annähern und entsprechend langlebiger sind, weil die Restdifferenz zwischen dem Vielfachen des synodischen Monats und dem Vielfachen des halben drakonitischen Monats auch immer kleiner wird, so dass mehr Finsternisse des jeweiligen Finsternis-Zyklus ins Finsternis-Fenster passen.

$$\frac{\text{synodischer Monat}}{\text{halber drakonitischer Monat}} = \frac{29,530589}{\frac{1}{2} \cdot 27,212221} = 2,170391678 \approx 2,1703917 = \frac{21703917}{10000000}$$

$$\frac{21703917}{10000000} = 2 + \frac{1703917}{10000000}$$

$$\frac{10000000}{1703917} = 5 + \frac{1480415}{1703917}$$

$$\frac{1703917}{1480415} = 1 + \frac{223502}{1480415}$$

$$\frac{1480415}{223502} = 6 + \frac{139403}{223502}$$

$$\frac{223502}{139403} = 1 + \frac{84099}{139403}$$

$$\frac{139403}{84099} = 1 + \frac{55304}{84099}$$

$$\frac{84099}{55304} = 1 + \frac{28795}{55304}$$

$$\frac{55304}{28795} = 1 + \frac{26509}{28795}$$

$$\frac{28795}{26509} = 1 + \frac{2286}{26509}$$

$$\frac{21703917}{10000000} = 2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}$$

Abbildung 10: Kettenbruchentwicklung zur Bestimmung von Näherungsbrüchen, d. h. ganzzahligen Verhältnissen von synodischer Umlaufzeit und halber drakonitischer Umlaufzeit. Für jede Ordnung des Kettenbruchs kommt ein Teilbruch (ein Bruchstrich) hinzu. Die Näherungsbrüche verdeutlichen verschiedene Finsternis-Zyklen, deren Periodendauer und Lebensdauer (begrenzte Anzahl von Finsternissen) mit besser werdender Näherung wächst (Ergebnisse siehe Tab. 1).

© Olaf Fischer.

Kettenbruchentwicklung zu den Finsternis-Zyklen - Ergebnistabelle

| Näherung durch Kettenbruch n-ter Ordnung (Abbruch nach n Bruchstrichen) | Berechnung des Verhältnisses $T_{\frac{1}{2} \text{ drakonit}} / T_{\text{synod}}$ | Zeitabstand zwischen den Finsternissen Zähler $\times \frac{1}{2}$ drakonitisch (13,6061105 d) Nenner \times synodisch (29,530589 d) Zeitdifferenz Zähler-Nenner | Name des Finsternis-Zyklus Dauer der Finsternisperiode (siehe auch Zeitabstand zwischen den Finsternissen) | Anzahl der Finsternisse in diesem Finsternis-Zyklus Lebensdauer dieses Finsternis-Zyklus |
|---|---|---|--|---|
| n=0 2 | $\frac{2}{1}$ | 27,212221 d 29,530589 d ca. -2,32 d | Nova 1 synod. Monat | 1,15 34 Tage |
| n=1 $2 + \frac{1}{5}$ | $\frac{11}{5}$ | 149,667216 d 147,652945 d ca. 2,01 d | Pentalunex 5 synod. Monate | 1,32 196 Tage |
| n=2 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1}}$ | $\frac{13}{6}$ | 176,8794365 d 177,183534 d ca. -0,304 d | Semester 6 synod. Monate (0,485 Jahre) | 8,77 4,25 Jahre |
| n=3 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}$ | $\frac{89}{41}$ | 1210,943835 d 1210,754149 d ca. 0,2897 d | Hepton 41 synod. Monate (3,31 Jahre) | 14,06 46,61 Jahre |
| n=4 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1}}}}$ | $\frac{102}{47}$ | 1387,823271 d 1387,937683 d ca. -0,1144 d | Octon 47 synod. Monate (3,8 Jahre) | 23,31 88,57 Jahre |
| n=5 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}$ | $\frac{191}{88}$ | 2598,767106 d 2598,691832 d ca. 0,0723 d | Anonymus 88 synod. Monate (7,11 Jahre) | 35,45 252,19 Jahre |
| n=6 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}$ | $\frac{293}{135}$ | 3986,590377 d 3986,629515 d ca. -0,0391 d | Tritos 135 synod. Monate (10,92 Jahre) | 68,06 742,85 Jahre |
| n=7 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}$ | $\frac{484}{223}$ | 6585,357482 d 6585,321347 d ca. 0,0361 d | Saros 223 synod. Monate (18,03 Jahre) | 73,97 1333,71 Jahre |
| n=8 $2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}}}$ | $\frac{777}{358}$ | 10571,94786 d 10571,95086 d ca. -0,0030 d | Inex 358 synod. Monate (28,95 Jahre) | 851,20 24637,16 Jahre |

Tabelle 1: Kettenbrüche und Finsternis-Zyklen. Das Wiederauftreten einer Sonnenfinsternis (oder Mondfinsternis) geschieht in verschiedenen Perioden innerhalb entsprechender Zyklen. Die kürzeste (als solche in Erscheinung tretende) Periode ist die Semester-Periode. Diese hat eine Dauer von knapp einem halben Jahr und kann 8- oder 9-mal nacheinander stattfinden und bildet damit den Semester-Zyklus. Die ersten beiden erhaltenen Zyklen mit noch kürzeren Periodendauern (Nova, Pentalunex) haben praktisch keine Bedeutung, weil keine Wiederholungen auftreten können. Je besser die Näherung durch den erhaltenen Bruch ist, desto geringer wird die Zeitdifferenz zwischen den beiden maßgeblichen Perioden. Damit fällt die Positionsänderung zweier aufeinanderfolgender Finsternisse des Zyklus auch immer kleiner aus, so dass mehr Perioden innerhalb des Finsternis-Fensters möglich sind. Entsprechend größer ist die Lebensdauer des Finsternis-Zyklus.

Wichtig zu betonen ist die Tatsache, dass jede SoFi (oder MoFi) Bestandteil vieler Zyklen sein kann.

Analogie und mehr

Warum ist der **Saros-Zyklus** eigentlich so bekannt? Bei der Beantwortung dieser Frage kann ein einfaches **Analogiemodell** helfen (siehe Abb. 11). Durch seine Funktionalität erlaubt das Modell eine Modellierung des Zeitablaufes. Man kann zeigen, dass es verschiedene Perioden gibt, nach denen sich die Pfeilrichtungen der entscheidenden beiden äußeren Räder in einem Toleranzbereich (Finsternis-Fenster) nähern. Es wird auch ersichtlich, dass bei größeren Perioden die Annäherungen noch besser sind.

Für den Saros-Zyklus kommt das mittlere Rad (anomalistische Umlaufzeit = anomalistischer Monat) hinzu. Für die Saros-Periode von ca. 18 Jahren (18,03) gilt: 223 synodische Monate \approx 242 drakonitische Monate \approx 239 anomalistische Monate. Das bedeutet, dass zwei aufeinander folgende Finsternisse sich sehr ähnlich sind in ihrer Geometrie (beinahe gleiche Abstände von Sonne und Mond). Zudem finden aufeinanderfolgende Finsternisse im Saros-Zyklus nahezu zur gleichen Zeit im Jahr (nur um einige Tage verschoben) statt, was ein viertes Rad im Analogiemodell demonstrieren könnte. Im Finsternisdiagramm zeigen sich diese Ereignisse deshalb nahezu senkrecht übereinander (siehe Abb. 9).

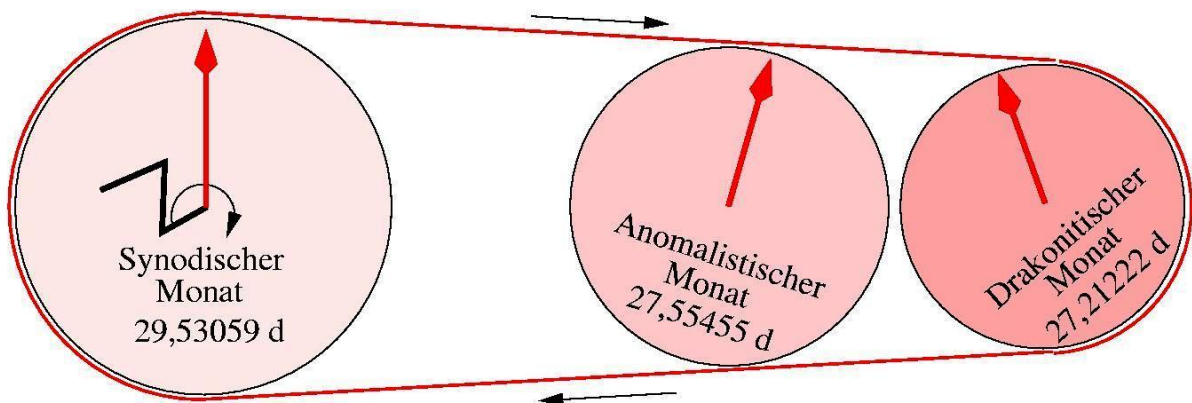


Abbildung 11: „Saros-Maschine“ bzw. „Finsternis-Uhr“: ein Analogiemodell zur einprägsamen Veranschaulichung des zeitlichen Zusammenspiels verschiedener Monatslängen in der Sarosperiode. Drei Räder, deren Umläufe man mit den Mondumläufen hinsichtlich der verschiedenen Bezugspunkte vergleicht (Umfänge entsprechen Monatslängen), werden durch einen umlaufenden Riemen (den „Zeitfluss“) wie dargestellt gemeinsam gedreht. Die Pfeile können dabei nur näherungsweise in die gleiche Richtung zeigen (entspricht einer Finsternis in der Analogie), weil die Monatslängen nicht kommensurabel sind, d. h., nicht in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen. Für zwei Pfeile gilt dies schon mehrfach nach jeweils 6 Umdrehungen (Semester-Periode) des Rades mit dem synodischen Monat, Dann zeigt jeweils das Rad mit dem drakonitischen Monat in etwa in die gleiche Richtung. Der mögliche Richtungsunterschied wird durch das Finsternis-Fenster ermöglicht. Damit alle drei Pfeile wieder in einen bestimmten Richtungsbereich zeigen, muss man die Räder deutlich öfter drehen. So erfordert die Sarosperiode 223 Umdrehungen des synodischen Monatsrads.

© Olaf Fischer.

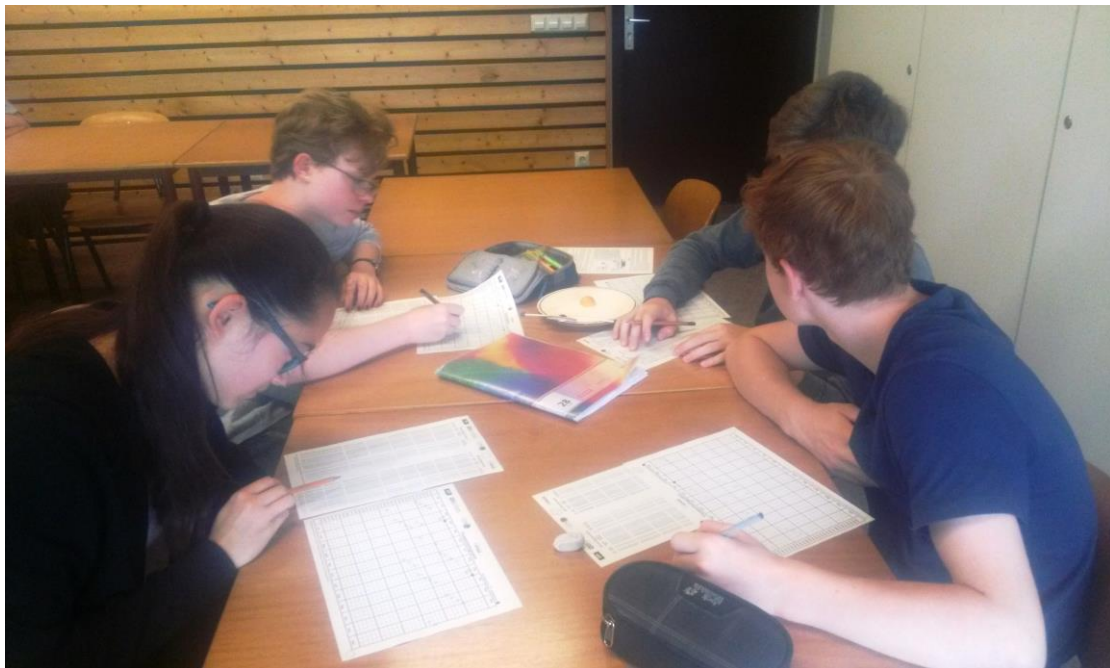
Erste Unterrichtserfahrungen

Rahmenbedingungen

Die vorliegenden Unterrichtsmaterialien habe ich zusammen mit dem Lunarium-Modell in einer 8. Klasse im NwT-Unterricht am Helmholtz-Gymnasium Heidelberg getestet. Der zeitliche Rahmen war dabei eine Doppelstunde, die Gruppengröße lag (bedingt durch einen Englandaustausch) bei nur 15 Schülerinnen und Schülern.

Vorgehensweise

Von der Vorgehensweise her habe ich zunächst kurz das Modell vorgestellt und dabei einige wichtige Fachbegriffe erklärt (z.B. Knotenlinie, synodischer Monat, etc...) - das allgemeine Zustandekommen der Mondphasen hatten wir im Unterrichtsgang davor schon thematisiert. In der Folge haben die Schülerinnen und Schüler das Arbeitsblatt ausgefüllt und Mondfinsternisse und Sonnenfinsternisse eingetragen. Dabei haben sie sich Gedanken und Notizen zu den drei Fragen auf dem Arbeitsblatt gemacht, wobei natürlich das Lunarium zum Einsatz kam - fünf bereits gebastelte Lunarien hatte ich an die einzelnen Gruppen verteilt. Zum Stundenende hin dann haben wir die Ergebnisse an der Tafel gesammelt, besprochen und vervollständigt. Es blieb auch genug Zeit für die Fragen der Schülerinnen und Schüler – für die Bearbeitung der Zusatzaufgabe blieb dann allerdings in dieser zur Verfügung stehenden Doppelstunde keine Zeit mehr, so dass ich dieses Arbeitsblatt nicht mehr ausgeteilt habe.



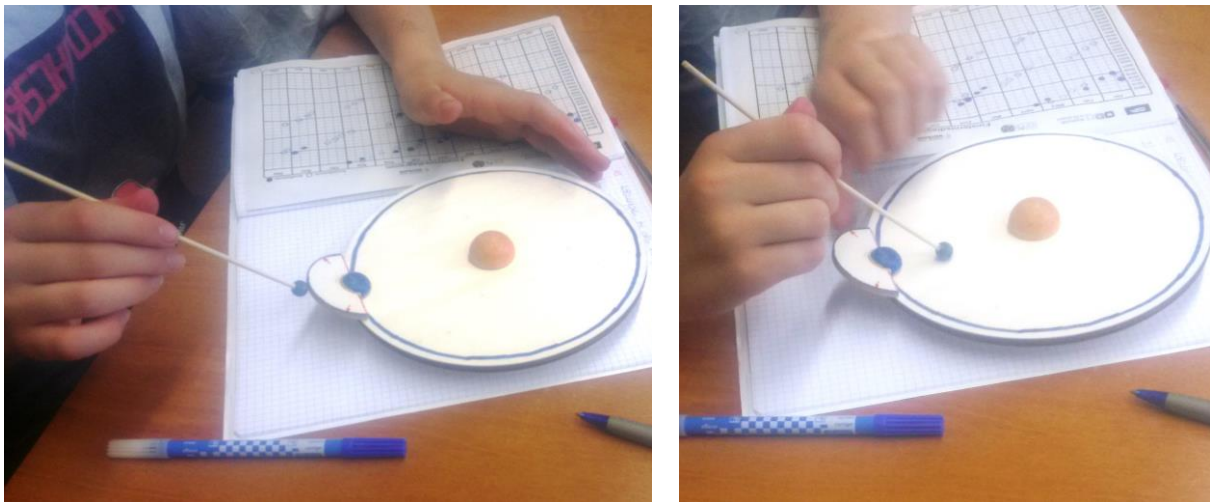
Erfahrungen

Die Erfahrungen waren durchweg positiv! Beim Eintragen der Sonnen- und Mondfinsternisse haben sich die Schülerinnen und Schüler am Anfang etwas beklagt, dass das so viel Arbeit macht – hier war etwas Motivation notwendig. Je länger sie dies aber getan haben, desto mehr haben sie aber begonnen, Muster zu entdecken und schon während der Eintragsphase diese mit Hilfe des Lunariums zu erklären. Hier muss jede Lehrkraft entscheiden: Das Austeilen des bereits ausgefüllten Finsterniskalenders spart zwar Zeit (und ermöglicht somit eventuell auch die Behandlung der Zusatzaufgabe innerhalb einer Doppelstunde), das Ausfüllen des Kalenders durch die Schülerinnen und Schüler dahingegen sorgt für eine aktive Auseinandersetzung mit der Materie und schärft den Blick für die vorhandenen Muster.

[zurück zum Anfang](#)

Darüber hinaus ermöglicht das genaue Betrachten der Daten einen emotionalen Lerneffekt, da viele Schülerinnen und Schüler (mit großer Freude!) eine Finsternis z.B. an ihrem Geburtstag gefunden haben. Diese emotionale Komponente ist beim Lernen sehr wichtig! In den einzelnen Gruppen wurden dabei auch Entdeckungen gemacht, die über die Musterlösung des Arbeitsblattes hinaus gehen: Finsternissaisons mit drei Finsternissen treten z.B. häufig im Zweijahresabstand auf (2018 und 2020 – 2027 und 2029), wobei sich die Reihenfolge der Finsternisse dabei jeweils umdreht – 2018 kommt es beispielsweise zu Sofi, Mofi, Sofi, 2020 dahingegen zu Mofi, Sofi, Mofi. Die Schülerin, die diese Entdeckung gemacht hat, war (zu Recht!) sehr stolz und von der Klasse wurde diese Regel gleich mit ihrem Namen versehen – ein weiterer wichtiger, emotionaler Lerneffekt!

Das Lunarium-Modell selbst wurde von den Schülerinnen und Schülern sehr gelobt, denn es hat ihnen geholfen, die Thematik zu verstehen, sowohl in der lehrerzentrierten Einführungsphase, als auch in der Gruppenarbeit. Ein sehr wichtiger Aspekt hierbei war, dass das Lunarium beweglich ist, dass Abläufe also auch langsam und dann immer wieder betrachtet werden können.



Bei der quantitativen Auswertung der Dauer einer Mondbahnpräzession haben wir die Zeit bestimmt, in der sich die Finsternissaisons um 5 Monate verfrühen. Bei der anschließenden Auswertung (siehe Musterlösung) haben wir den Mittelwert der verschiedenen Gruppen zugrunde gelegt und kamen damit auf einen Wert von 19,2 Jahren, der recht nahe am Literaturwert von 18,6 Jahren liegt, was die Klasse sehr beeindruckt hat – wieder ein emotionaler Lerneffekt!

Fazit

Den Einsatz des Lunariums kann ich uneingeschränkt empfehlen! Für weitere Anregungen ist das Autorenteam sehr dankbar.

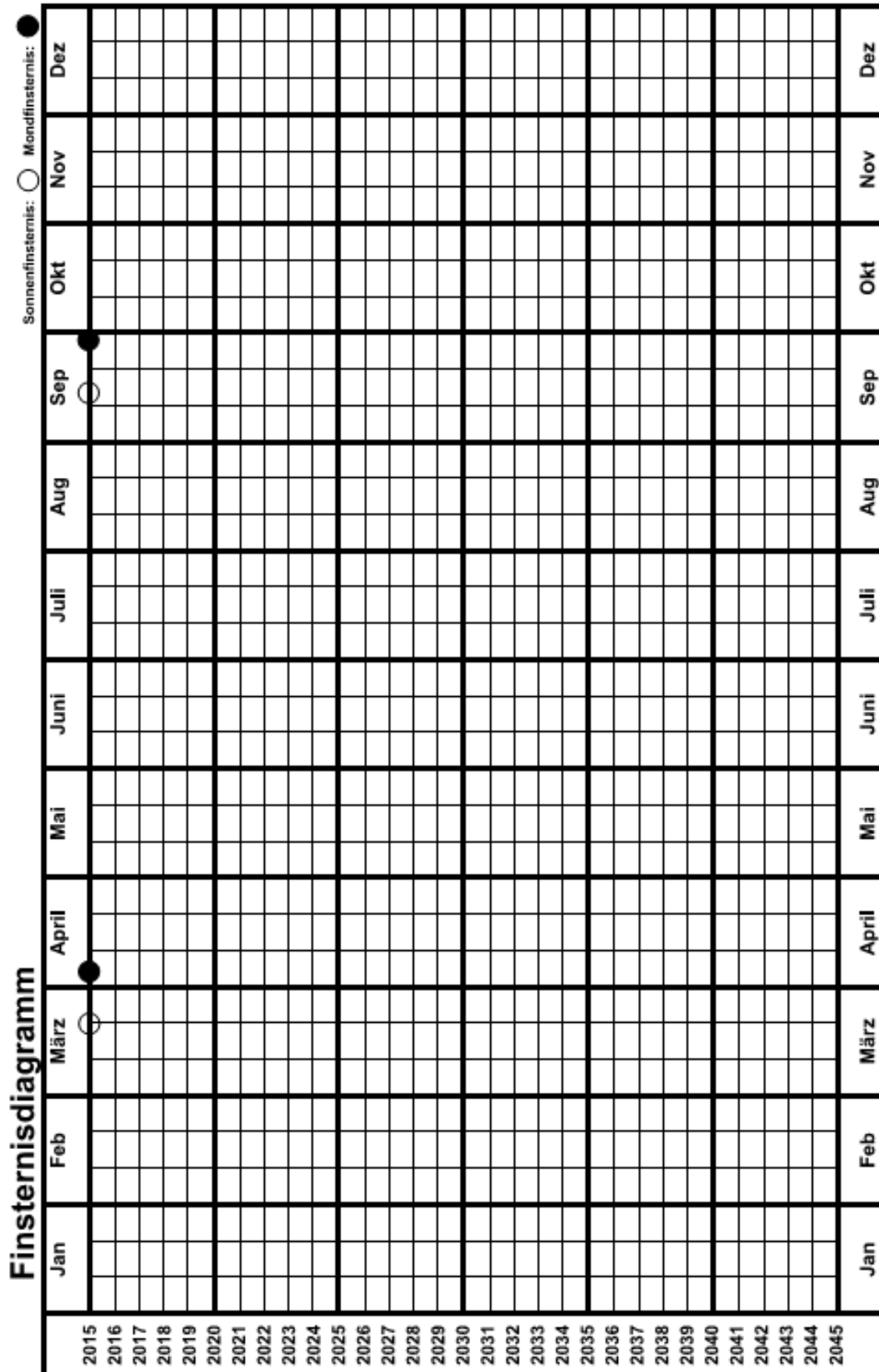
Anlagen

Quellen

- Katalog zu Sonnen- und Mondfinsternissen:
<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEcat5/LEcatalog.html>
- Guter Beitrag zu Mondfinsternissen: <http://www.mondfinsternis.info/saros.htm>
- Zu den Finsternis-Zyklen: <https://de.wikipedia.org/wiki/Finsterniszyklus>,
<http://wissenschaftsreisen.de/quiz-antwort/antwort-saros.php>

[zurück zum Anfang](#)

Finsternisdiagramm für die Jahre 2015 – 2045 mit einer Beispieleintragung für 2015



Die Eintragung erfolgt jeweils am Schnittpunkt zwischen Tag (Richtung x-Achse) und Jahr (Richtung y-Achse).