

Von Eismonden zu runden Planeten

In Bezug auf den Beitrag „Die Monde von Orcus und Eris“ von Tilmann Althaus in der Zeitschrift Sterne und Weltraum 1/2019, S. 11, Zielgruppe: Mittelstufe bis Oberstufe. WIS-ID: 1421020

Markus Pössel

Eine jüngst vorgenommene genaue Beobachtung der Objekte Orcus und Eris samt jeweils einem Mond führt uns in die Welt der Kuipergürtelobjekte am Rande unseres Sonnensystems. Bei so vergleichsweise großer Entfernung lassen sich von der Erde aus nur mit großem Aufwand überhaupt Aufnahmen erstellen, in denen solche Objekte nicht nur als Punktquellen erscheinen — im Falle der neuen Beobachtungen mit dem ALMA-Observatorium in Chile.

Die Beschränktheit der Beobachtungsdaten führt uns zu der Frage, welche Eigenschaften solcher und ähnlicher Himmelsobjekte man alleine auf Basis physikalischer Gesetze ableiten kann. Mithilfe eigener Experimente zu Eigenschaften von Eis und flüssigem Wasser leiten wir ein einfaches Kriterium her, ab welcher Größe Himmelsobjekte typischerweise eine runde Form aufweisen.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Planeten, Kleinkörper	Monde, Kuipergürtel, Orcus, Vanth, Pluto, Triton, Makemake, Eris, Kugelgestalt von großen Himmelskörpern, Interpretation von Beobachtungsergebnissen mit Hilfe der Physik
Physik	Gravitation, Thermodynamik	potenzielle Energie (Lageenergie), Schmelzwärme, Wärmekapazität, Temperaturmessungen
Lehre allgemein	Fachwissen, Erkenntnisgewinnung, Wertungskompetenz	Experimente und Messungen durchführen, Größenordnungen abschätzen, Modelle bilden

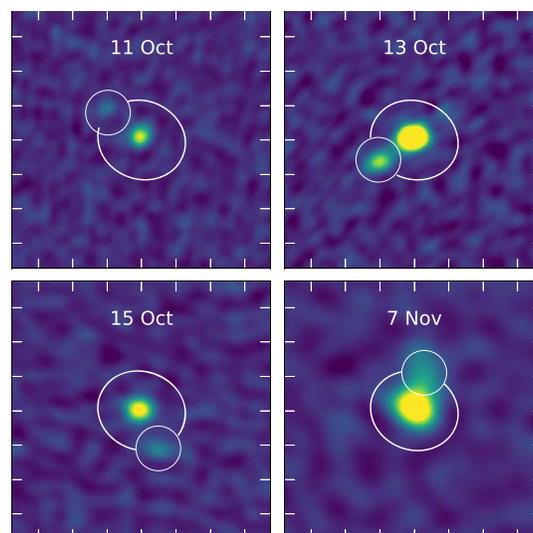


Abbildung 1: Beobachtungen von Orcus (jeweils Bildmitte) und seinem Mond Vanth mit ALMA. Die nach vorangegangenen Beobachtungen zu erwartende Position von Vanth ist jeweils umkreist. Die Markierungen an den Bildrändern liegen jeweils 0,2 Bogensekunden auseinander. Aus [Brown & Butler 2018](#). Nutzung des Bildes mit freundlicher Genehmigung der American Astronomical Society.

1. Am Rand des Sonnensystems

Am Rande unseres Sonnensystems liegt der sogenannte Kuipergürtel. Er besteht aus zehntausenden Objekten mit Durchmessern von 100 Kilometern oder mehr, sowie einer unübersichtlichen Fülle noch kleinerer Objekte. Größtes Kuipergürtel-Objekt ist der Zwergplanet Pluto. Tatsächlich war der Umstand, dass es jenseits des Pluto noch weitere, ähnlich große und kugelförmige Objekte gibt, der Auslöser für das erneute Nachdenken über die Definition der Objektkategorie Planet. Am Ende der Diskussion fällte die Internationale Astronomische Union die — durchaus umstrittene — Entscheidung für eine neue Definition, der zufolge unser Sonnensystem nurmehr acht Planeten besitzt, und zusätzlich eben Zwergplaneten wie den Pluto (vgl. dazu den WIS-Beitrag von [Kretzer 2015](#)).

Die sogenannten klassischen Kuipergürtel-Objekte sind zwischen 40 und 50 Mal soweit von der Sonne entfernt wie die Erde, in der Sprache der Astronomen: sie besitzen Bahnradien zwischen 40 und 50 astronomischen Einheiten (AE). Insbesondere Kuipergürtel-Objekte mit exzentrischen Bahnen können sich aber noch mehr als hundert Mal weiter von der Sonne entfernen. Am Innenrand gehören Objekte noch bis zur Neptunbahn zum Kuipergürtel, also mit Bahnradien ab 30 AE.

Seit die NASA-Sonde New Horizons im Sommer 2015 in nur 12.500 Kilometern Entfernung am Pluto vorbeiflog, besitzen wir detailreiche Abbildungen zumindest eines der Kuipergürtel-Objekte, vgl. [Abbildung 2](#). Der Vorbeiflug von New Horizons am Kuipergürtel-Objekt (*486958*) *2014 MU₆₉*, inoffiziell „Ultima Thule“ genannt, zum Jahreswechsel 2018/2019 verspricht Bilder eines noch weiter entfernten Vertreters dieser Klasse von Himmelskörpern.

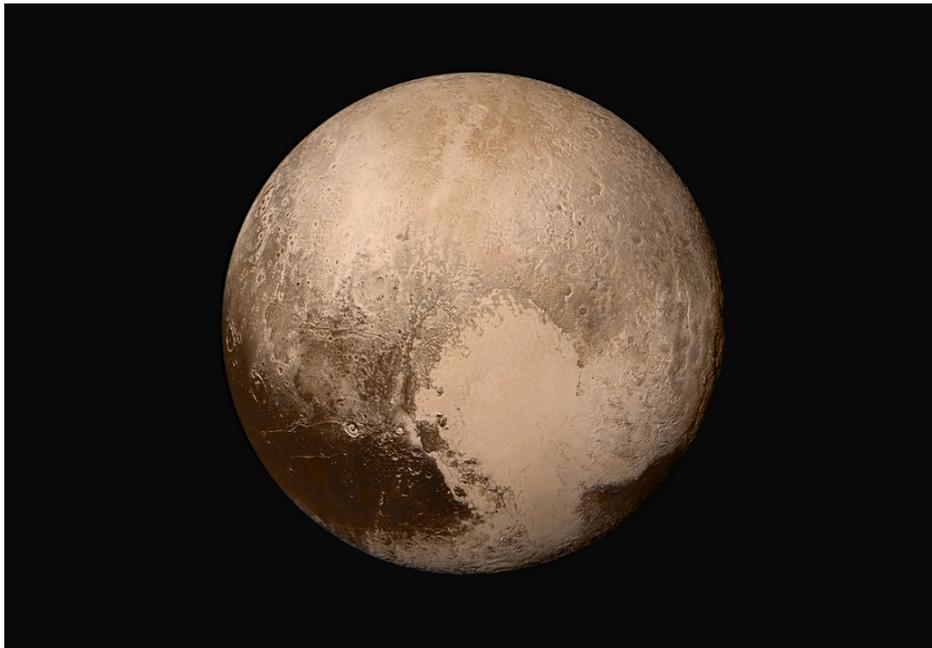


Abbildung 2: Pluto: Mosaik von vier Bildern der NASA-Sonde New Horizons. Bild: [NASA/JHUAPL/SwRI](#).

Eine interessante Gelegenheit zu Studien aus der Nähe bietet außerdem ein Objekt, das mit einiger Wahrscheinlichkeit ursprünglich ein Kuipergürtel-Objekt war, bevor es als Mond eingefangen wurde: der Neptunmond Triton ([Agnor & Hamilton, 2006](#)).

Abgesehen von den extrem seltenen Gelegenheiten, bei denen Abbildungen aus der Nähe möglich sind, haben wir nur schlecht aufgelöste oder sogar unaufgelöste Bilder von Kuipergürtel-Objekten. [Abbildung 3](#) zeigt zwei Beispiele. Dass die Objekte dabei als Scheibchen erscheinen, ist allerdings irreführend. Makemake bei-

spielsweise erscheint in seiner Entfernung von mindestens rund 40 astronomischen Einheiten unter einem Winkel von weniger als 0,03 Bogensekunden, und ist damit für das Weltraumteleskop Hubble im wesentlichen eine Punktquelle. Das Scheibchen in dem entsprechenden Bild ist das Beugungsscheibchen, das sich aus dem endlichen Durchmesser der das Licht beugenden Teleskopöffnung ergibt, aber keine Informationen über die Größe oder Form des betrachteten Objekts liefert. Eris, in einer Entfernung von mindestens 66 astronomischen Einheiten, erscheint unter einem Winkel von 0,05 Bogensekunden und ist damit ebenfalls als Punktquelle anzusehen.

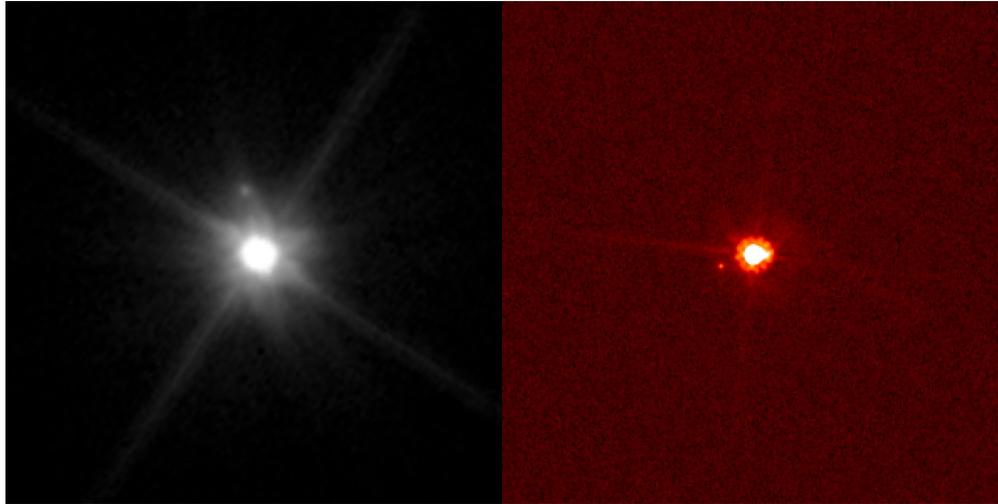


Abbildung 3: Kuipergürtelobjekte, aufgenommen vom Weltraumteleskop Hubble. Links: Makemake (mit Mond oben links), NASA, ESA, and A. Parker and M. Buie (Southwest Research Institute). Rechts: Eris (mit Mond Dysnomia unten links), NASA, ESA, and M. Brown (California Institute of Technology).

Die neuen Beobachtungen der Kuipergürtelobjekte Orcus und Eris mit dem ALMA-Observatorium (Brown & Butler, 2018) sind noch deutlich detailschärfer als die Hubble-Beobachtungen. ALMA besteht aus 66 Radioteleskopen für den Millimeter- und Submillimeterbereich, die als Interferometer zusammengeschaltet werden und auf diese Weise beeindruckende Empfindlichkeit und Genauigkeit erreichen (Fischer, 2013a,b). In der von Mike Brown und Bryan Butler für ihre Beobachtungen verwendeten Konfiguration kommt ALMA auf ein Auflösungsvermögen von 0,015 Bogensekunden. Bei so scharfem Blick müssen Orcus und Eris bereits als Scheibchen endlicher Größe modelliert werden.

Wie in Abbildungen 1 und 3 zu sehen, haben eine Reihe von Kuipergürtelobjekten eigene Monde. Für diese ist es ob ihrer geringeren Größe natürlich noch schwieriger, Detailaufnahmen anzufertigen. Brown und Butler vergleichen deswegen ein vergleichsweise einfaches Modell (näher beschrieben in Brown & Butler 2017) mit den Beobachtungen und erhalten so eine Abschätzung sowohl für die Größe des betreffenden Mondes als auch für seine Albedo (also für denjenigen Bruchteil der einfallenden Strahlungsleistung, den das Objekt reflektiert).

Dysnomia, der Mond von Eris, hat nach diesen Abschätzungen einen Durchmesser von 700 ± 115 km und eine Albedo von $0,04^{+0,02}_{-0,01}$. Vanth, der Mond von Orcus, hat einen Durchmesser von 475 ± 75 km und eine Albedo von $0,08 \pm 0,02$. Insbesondere besitzen beide Monde damit vergleichsweise dunkle Oberflächen. Zum Vergleich: der Erdmond hat eine Albedo von 0,1, während Plutos kleine Eismonde Nix und Hydra Albedos von rund 0,4 haben, also 40% der einfallenden Strahlung reflektieren.

Astronomie ist auf Beobachtungen angewiesen, um zu Erkenntnissen über das Weltall zu gelangen. Aber wie die Kuipergürtel-Monde zeigen, liefern Beobachtungen in vielen interessanten Fällen nur sehr unvollständige Informationen. Das Beispiel der Auswertung von Brown und Butler zeigt eine Methode, damit umzugehen: Beobachtungsdaten mit einem Modell des Beobachtungsobjekts zu vergleichen und auf diese Weise einfa-

che Eigenschaften des Objekts abzuleiten. Was solchen einfachen Modellierungen zugrundeliegt, wollen wir im Folgenden, ausgehend von Kuipergürtelobjekten und ihren Monden, an einem speziellen Beispiel näher betrachten.

Selten ausdrücklich erwähnt aber von fundamentaler Wichtigkeit ist schließlich der Umstand, dass ferne Himmelsobjekte denselben grundlegenden physikalischen Naturgesetzen folgen wie denjenigen, die wir in irdischen Labors erforschen können. Daraus lassen sich bereits einige grundlegende Aussagen über die Eigenschaften von Himmelsobjekten treffen, die als Grundlage für die Modellierung herangezogen werden können. Das Beispiel, das wir hier behandeln wollen, betrifft die grundlegende Form von Himmelsobjekten. Kleinere Objekte, etwa Asteroiden oder eben die Plutomonde Nix und Hydra, sind unregelmäßig geformt. Größere Objekte dagegen besitzen Kugelgestalt. Warum das so ist, lässt sich anhand einfacher Abschätzungen verstehen — und ist ein schönes Beispiel dafür, wie man sogar aus einfachen, schultauglichen Laborexperimenten Rückschlüsse auf Weltraumobjekte ziehen kann. Wir beginnen zunächst mit einer anderen Frage: Wie hoch kann ein Berg werden?¹

2. Wie hoch kann ein Berg werden?

Die Frage danach, unter welchen Umständen ein Objekt eine runde Form annimmt, ist anders herum gestellt eine Frage nach noch möglichen Unregelmäßigkeiten. Auf der Erde kennen wir solche Unregelmäßigkeiten in der Form als Berge und Täler. Um eine Antwort auf die Frage zu erhalten, wie hoch ein Berg werden kann, betrachten wir die Energieverhältnisse für einen einfachen quaderförmigen Modellberg, wie er in [Abbildung 4](#) zu sehen ist.

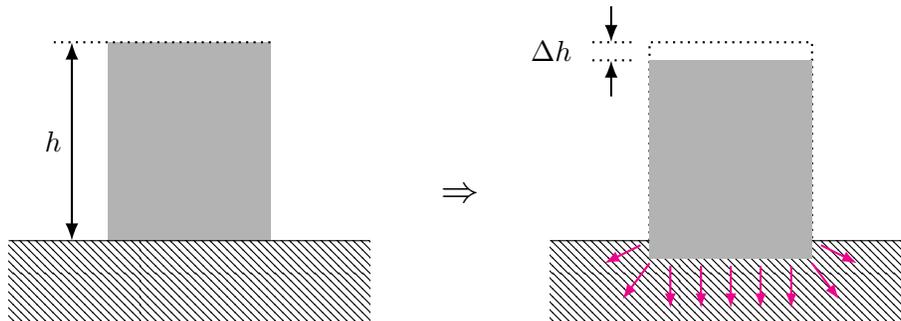


Abbildung 4: Quaderförmiger Modellberg der Höhe h . Ab welcher Maximalhöhe sinkt solch ein Berg um Δh in die Erdoberfläche ein? Bild: Markus Pössel.

Übersteigt ein Berg eine bestimmte Maximalhöhe — wir stellen uns dazu vereinfacht vor, dass wir die Höhe des Berges systematisch durch Hinzufügen von Material anwachsen lassen — dann ist die Masse des Berges irgendwann so groß, dass der Berg einsackt ([Abbildung 4](#) rechts) und seine Höhe dadurch wiederum vermindert.

Was den Berg daran hindert, als Ganzes nach unten zu sacken, ist die Unterstützung der darunterliegenden Gesteine. Dies gilt allerdings nur, solange jene Gesteine sich nicht verformen und zu den Seiten hin wegfließen, wie in [Abbildung 4](#) rechts durch die unteren Pfeile angedeutet. Damit sich das unterstützende Gestein verformen kann, muss allerdings Energie investiert werden: die Bindungen, die das Gestein als Festkörper zusammenhalten, müssen zumindest soweit gelockert werden, dass sich die Moleküle gegeneinander verschieben können.

¹ Meine Darstellung orientiert sich an dem bekannten Artikel von [Weisskopf \(1975\)](#). Allerdings geht es in diesem WIS-Beitrag nicht darum, wie bei Weisskopf grundlegende Quanteneigenschaften als Ausgangspunkt zu nehmen, sondern eben einfache Laborexperimente.

Untersuchen wir zunächst, wann eine solche Veränderung energetisch überhaupt möglich ist. Die potenzielle Energie eines Körpers der Masse m , der sich in der Höhe h über der Erdoberfläche befindet, ist

$$E_{pot} = mgh, \quad (1)$$

mit $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ der Gravitationsbeschleunigung der Erde. Wie in Abbildung 4 skizziert fehlt nach dem Einsacken oben am Berg eine Schicht der Dicke Δh . Damit ist die potenzielle Energie (Lageenergie) des Bergquaders nach dem Einsinken um

$$\Delta E_{pot} = \Delta m \cdot g \cdot h = \rho \cdot \Delta h \cdot F \cdot g \cdot h \quad (2)$$

niedriger als vor dem Einsinken, wobei F die Grundfläche des Bergquaders und ρ seine als konstant angenommene Dichte ist. Allerdings muss der Bergquader, um überhaupt einsinken zu können, ein darunterliegendes Volumen $\Delta V = \Delta h \cdot F$ von Gestein verdrängen und dazu das betreffende Gestein überhaupt erst einmal verformbar werden lassen. Die Energie, die zum Lockern der Bindungen nötig ist, dürfte in etwa dieselbe sein wie sie zum Brechen der Bindungen benötigt wird. Letzteres ist die *Schmelzenthalpie* oder *Schmelzwärme*, also

$$\Delta E_{form} = \Delta V \cdot \rho \cdot \eta_{schm}, \quad (3)$$

wobei η_{schm} die spezifische Schmelzwärme des Gesteins ist, also jene Energie pro Masseneinheit, die man dem festen Gestein bei konstantem Druck am Schmelzpunkt noch zuführen muss, um es zu verflüssigen. Kam es tatsächlich zu einem Einsinken, dann kühlt das Gestein anschließend wieder ab und verfestigt sich wieder. Die durch das Absenken gewonnene Lageenergie trägt letztlich als Wärmeenergie dazu bei, die Bergbasis und ihre Umgebung etwas aufzuheizen.

Mit diesen Überlegungen liegt nahe, ab welcher Höhe der Berg instabil ist und einsinkt, nämlich genau dann, wenn die beim Absinken um Δh gewonnene Lageenergie ΔE_{pot} größer wird als die für das Absenken notwendige Verformungsenergie ΔE_{form} . Die maximale Höhe erreicht ein Berg demnach, wenn gerade $\Delta E_{form} \stackrel{!}{=} \Delta E_{pot}$ gilt, entsprechend den Ausdrücken in Gleichungen (3) und (2) also

$$h_{max} = \frac{\eta_{schm}}{g}. \quad (4)$$

Um einen Zahlenwert für die maximale Höhe ausrechnen zu können, benötigen wir allerdings den Wert der Schmelzwärme η_{schm} . Diese können wir zumindest für einen Spezialfall experimentell ermitteln.

3. Schmelzwärme von Eis

Auf der Erde und auf erdähnlichen Planeten bestehen Berge und ihre Fundamente aus Gestein. Aber die Kuipergürtelobjekte, etwa die Monde des Plutos, zeigen noch eine weitere Möglichkeiten auf: Eis. Eis hat den Vorteil, dass wir seine Schmelzwärme direkt messen können. Beginnen wir unsere Erkundung von Berghöhen entsprechend mit einem eher ungewöhnlichen Fall, den wir allerdings mithilfe von Laborexperimenten selbst direkt erkunden können.

Das grundlegende Experiment ist einfach, und ist im Schulkontext vielfach beschrieben worden.² Wir benötigen dazu lediglich eine Menge an Wasser, ein Tiefkühlfach, sowie (vgl. Abbildung 5) eine Waage, ein elektronisches Thermometer und ein Thermosgefäß, dessen Inneres von der Außenwelt einigermaßen isoliert ist.

Wir füllen das Wasser in das Thermosgefäß, lassen es ins thermische Gleichgewicht kommen und bestimmen Masse m_W und Temperatur ϑ_W des Wassers. Für die Massenbestimmung bietet sich an, das gefüllte Gewicht und das Leergewicht des Thermosgefäßes voneinander abzuziehen.

²Z.B. der Versuch „Schmelzwärme von Eis“ auf dem Portal LEIFiPhysik, <https://www.leifiphysik.de/waermelehre/innere-energie-waermekapazitaet/versuche/schmelzwaerme-von-eis>



Abbildung 5: Zubehör für die Bestimmung der Schmelzwärme von Eis. Bilder: Markus Pössel.

Dann präparieren wir im Tiefkühlfach Eiswürfel, die wir anschließend außerhalb des Kühlfaches etwas antauen lassen. Wenn an der Oberfläche der Eiswürfel Schmelzwasser zu sehen ist, hat das Eis seinen Schmelzpunkt bei 0°C erreicht. Dann ist es an der Zeit, das Schmelzwasser abzutrocknen, die Masse m_E der Eiswürfel zu bestimmen und die Eiswürfel in das Wasser zu geben (siehe Abbildung 6 links).

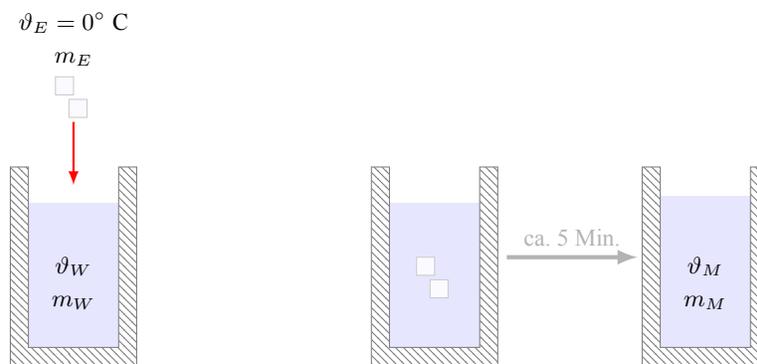


Abbildung 6: Versuchsablauf Messung der Schmelzwärme von Eis. Bilder: Markus Pössel.

Um das resultierende System noch weiter zu isolieren, wird das Thermosgefäß dann verschlossen. Nach typischerweise rund 5 Minuten sind die Eiswürfel komplett geschmolzen. Das Gefäß enthält nun Wasser mit der Temperatur ϑ_M und der Masse $m_M = m_W + m_E$.

Dabei hat das Wasser Wärmeenergie abgegeben und sich dabei von ϑ_W auf ϑ_M abgekühlt. Ein Teil dieser Energie war als Schmelzwärme nötig, um das Eis schmelzen zu lassen, während der Rest das Schmelzwasser von 0°C auf ϑ_M erwärmt hat.

Wieviel Energie ΔE Wasser zugeführt werden muss, um bei Wasser der Masse m eine Temperaturänderung $\Delta\vartheta$ zu bewirken, ergibt sich aus der (spezifischen) Wärmekapazität c_W von Wasser zu

$$\Delta E = c_W \cdot m \cdot \Delta\vartheta. \quad (5)$$

Energie bleibt erhalten: die Wärmeenergie, die dem ursprünglichen Wasser bei der Abkühlung entzogen wurde, muss gleich der benötigten Schmelzwärme plus jener Energiemenge sein, mit der das Schmelzwasser auf die Mischtemperatur aufgewärmt wurde, als Formel geschrieben:

$$c_W \cdot m_W (\vartheta_W - \vartheta_M) = \eta_{schm,Eis} \cdot m_E + c_W \cdot m_E (\vartheta_M - 0^{\circ}\text{C}). \quad (6)$$

Nach $\eta_{schm,Eis}$ aufgelöst haben wir

$$\eta_{schm,Eis} = c_W \left[\frac{m_W}{m_E} (\vartheta_W - \vartheta_M) - \vartheta_M \right]. \quad (7)$$

In einem entsprechenden Versuch habe ich die folgenden Messwerte erhalten:

$$m_W = 512 \text{ g} \quad (8)$$

$$m_E = 35 \text{ g} \quad (9)$$

$$\vartheta_W = 20,6^\circ\text{C} \quad (10)$$

$$\vartheta_M = 14,7^\circ\text{C}. \quad (11)$$

Damit ergibt sich

$$\eta_{schm,Eis} = c_W \cdot 71,6 \text{ K}, \quad (12)$$

wobei wir die Temperaturdifferenz jetzt in Kelvin ausgedrückt haben (eine Differenz von einem Grad Celsius entspricht einer Temperaturunterschied von einem Kelvin).

Akzeptieren für c_W den Literaturwert, c_W (für Wasser bei 20°C) von

$$c_W = 4,182 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (13)$$

dann erhalten wir

$$\eta_{schm,Eis} = 299 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}. \quad (14)$$

Das weicht vom Literaturwert $\eta_{schm,Eis} = 334 \text{ kJ/kg}$ um 10,5% ab.

An dieser Stelle kann man fragen: Wenn wir offenbar bereit sind, einen Literaturwert zu akzeptieren, warum dann nicht gleich den für die Schmelzwärme von Eis? Vor diesem Hintergrund bietet sich an, auch die Wärmekapazität von Wasser selbst zu bestimmen. Dann hat man zwar nach wie vor vorgefertigte Messinstrumente verwendet (Thermometer und Leistungsmesser), aber immerhin alle gesuchten Materialeigenschaften selbst gemessen.

4. Wärmekapazität

Die gesuchte Wärmekapazität von Wasser bestimmen wir mit einem Tauchsieder und einem elektrischen Leistungsmessgerät, wie in Abbildung 7 dargestellt.

In der einfachsten Version wird Wasser in das Thermosgefäß gefüllt und die Wassertemperatur θ_1 bestimmt. Anschließend wird der Tauchsieder für eine bestimmte Zeitdauer angeschaltet. Die Heizleistung wird am elektrischen Leistungsmessgerät abgelesen (Mittelwert der angezeigten Leistung unter Vernachlässigung einer kurzen Aufheizphase) und im Anschluss wieder die Wassertemperatur bestimmt.

Diese Messung wird anschließend wiederholt, und zwar für unterschiedlich lange Dauern der Aufheizphase. Die Ergebnisse können in ein Diagramm eingetragen werden wie das in Abbildung 8. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden ergibt sich die Wärmekapazität, in diesem Falle

$$C = 2490 \frac{\text{J}}{\text{K}}. \quad (15)$$

Die Masse m_W des Wassers betrug hier 571 g, so dass wir unter der Annahme, dass der Wirkungsgrad 100% beträgt, auf den Wert

$$c_W = \frac{C}{m_W} = 4,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (16)$$



Abbildung 7: Versuchsaufbau für die Messung der Wärmekapazität von Wasser. Von links nach rechts: elektronisches Thermometer, Löffel zum Umrühren, Thermosgefäß mit Tauchsieder, elektrisches Leistungsmessgerät. Bild: Markus Pössel.

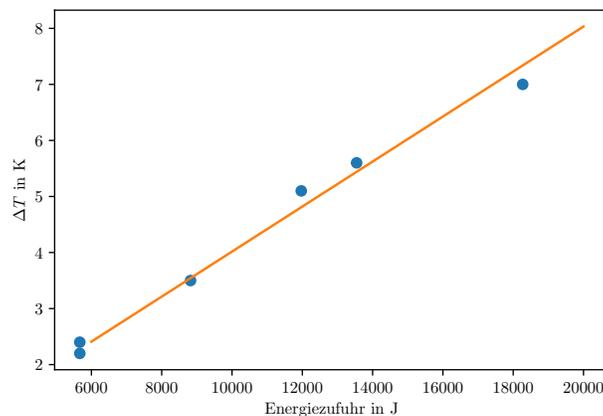


Abbildung 8: Verhältnis von Temperaturdifferenz und zugeführter Energie für den Tauchsieder-Versuch

für die spezifische Wärmekapazität kommen, rund 5% höher als der Literaturwert.

Die hier beschriebene einfache Auswertung vernachlässigt, dass auch der Tauchsieder selbst erwärmt werden muss. Führt man mehrere Messungen mit demselben Tauchsieder, aber unterschiedlichen Wassermengen durch, kann man diesen Effekt berücksichtigen. Auch was die vereinfachte Annahme konstanter Leistung angeht, kann die Messung verbessert werden — indem ein Messgerät eingesetzt wird, das den zeitlichen Verlauf der Leistung erfasst und damit eine genauere Bestimmung der Gesamt-Energiemenge erlaubt.

Mit diesem selbst gemessenen Wert für die spezifische Wärmekapazität und dem Ergebnis unseres ersten Experiments erhalten wir aus (12) die Schmelzwärme für Eis

$$\eta_{schm,Eis} = 315 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad (17)$$

nach wie vor 6 % niedriger als der Literaturwert. Die Verbesserung der Genauigkeit relativ zum Literaturwert ist hier allerdings nur eingetreten, weil unsere Messfehler in den beiden Experimenten das Endresultat offenbar in unterschiedliche Richtungen beeinflusst haben.

Material	η_{schm} [kJ/kg]	h_{max} [km]
Eis	334	34
Eisen	247	25
Aluminium	397	40
Granit, Basalt	420	43

Tabelle 1: Schmelzwärme und maximale irdische Berghöhe für ausgewählte Materialien

5. Berghöhen auf der Erde und anderswo

Mit diesen Werten können wir zur Frage der Bestimmung von Berghöhen zurückkehren. Setzen wir den durch eigene Messungen bzw. den Literaturwert für die Schmelzwärme von Eis in unsere Formel (4) ein, dann erhalten wir

$$h_{max} = \frac{\eta_{schm,Eis}}{g} = \begin{cases} 32 \text{ km} & \text{(eigene Messungen)} \\ 34 \text{ km} & \text{(Literaturwert)} \end{cases} \quad (18)$$

Das ist in der Tat dieselbe Größenordnung wie die höchsten Berge der Erde: der Mount Everest mit 9 Kilometern Höhe über dem Meeresspiegel und der Mauna Kea mit 10 Kilometern Höhe über dem Niveau des umliegenden Meeresbodens. Mehr als eine Abschätzung der Größenordnung sollten wir von vereinfachten Rechnungen dieser Art auch nicht erwarten.

Die Schmelzwärme von Metallen und Gestein ist in derselben Größenordnung wie die von Eis. Tabelle 1 gibt einige Werte sowie die daraus resultierende Abschätzung für die Maximalhöhe entsprechender Berge:³

In die Abschätzung der Maximalhöhe gehen nicht nur Eigenschaften des Bergmaterials, sondern auch die Gravitationsbeschleunigung auf der Erdoberfläche ein. Indem wir sie durch die Gravitationsbeschleunigung auf der Oberfläche anderer Planeten ersetzen, können wir auch für deren Berge Maximalhöhen bestimmen. Die Gravitationsbeschleunigung an der Oberfläche eines Planeten der Masse M_P mit Radius R_P ist

$$g_P = \frac{GM_P}{R_P^2}. \quad (19)$$

Bei angenommener mittlere Dichte ρ_P können wir die Masse umschreiben als

$$M_P = \frac{4}{3}\pi R_P^3 \cdot \rho_P \quad (20)$$

Damit kommen wir auf die Maximalhöhe

$$h_{max,P} = \frac{\eta_{schm}}{g_P} = \frac{\eta_{schm} R_P}{G M_P} = \left(\frac{\rho_{\oplus}}{\rho}\right) \left(\frac{R_{\oplus}}{R}\right) \cdot 30 \text{ km}, \quad (21)$$

mit ρ_{\oplus} und R_{\oplus} Dichte und Radius der Erde, und wobei wir im letzten Schritt wieder den (Literatur-)Wert für die Schmelzwärme von Eis eingesetzt haben.

Für Mars mit $\rho_{Mars} = 0,71 \rho_{\oplus}$ und $R_{Mars} = 0,53 R_{\oplus}$ erhalten wir so eine maximale Bergöhe von 80 km, also tendenziell größer als auf der Erde. Tatsächlich ist der höchste Berg auf dem Mars, der Olympus Mons (vgl. Abbildung 9) mit 22 Kilometern mehr als doppelt so hoch wie der Mount Everest.

Für die Venus mit $\rho_{Venus} = 0,95 \rho_{\oplus}$, $R_{Venus} = 0,95 R_{\oplus}$ erhalten wir entsprechend so gut wie den gleichen Wert für die maximale Berghöhe wie für die Erde. Tatsächlich ist die höchste Bergkette auf der Venus, Maxwell Montes, rund 11 Kilometer hoch.

³Angaben für Metalle nach CRC (2018), Granit und Basalt aus Tabelle 6.12 in Clauser (2016).

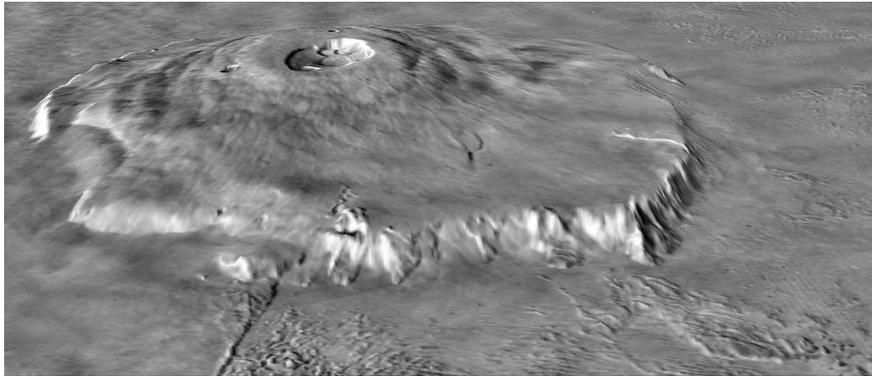


Abbildung 9: 3D-Rekonstruktion des Olympus Mons auf der Grundlage von Reliefmessungen des Mars Global Surveyor und Bildmaterial der Viking-Sonden. Bild: NASA/MOLA Science Team

Natürlich wäre es ein Fehlschluss, von der maximal möglichen Berghöhe auf tatsächlich vorhandene Berge zu schließen. Ob und in welcher Höhe Berge vorhanden sind, hängt entscheidend von den Entstehungsmechanismen ab. Diese wiederum sind sehr unterschiedlich: der Mount Everest ist ein Ergebnis von Plattentektonik, während der Olympus Mons ein Schildvulkan ist.

Ein entsprechendes Beispiel bietet der Merkur: mit $\rho_{\text{Merkur}} = 0,99 \rho_{\oplus}$, $R_{\text{Merkur}} = 0,38 R_{\oplus}$ kommen wir unserer Abschätzungs-Formel nach auf eine mögliche Maximalhöhe von 80 Kilometern. Der höchste Berg auf dem Merkur, der Caloris Montes, ist aber nur drei Kilometer hoch. Weder gibt es auf dem Merkur Plattentektonik noch lang anhaltenden Vulkanismus, der entsprechend hohe Vulkane erzeugen könnte.

6. Ab wann ein Körper rund ist

Nach diesen Vorbereitungen kommen wir zur Frage nach der Form von Kleinkörpern zurück. Diese Frage können wir umformulieren. Ein runder Körper ist einer, dessen Oberflächen-Unregelmäßigkeiten — Berge und Schluchten — im Vergleich zum Radius eine sehr geringe Höhe bzw. Tiefe besitzen. Bei der Erde beispielsweise macht die Höhe des Mount Everest nur rund 1 Promille des Erdradius aus. Wir können so etwas wie einen „Unregelmäßigkeitskoeffizienten“ definieren als

$$\kappa = \frac{H_{\text{max},P}}{R_P}, \quad (22)$$

wobei $H_{\text{max},P}$ die maximale Höhe einer Bergstruktur (oder Tiefe einer Talstruktur) ist und R_P der Radius des Objekts. Bei $\kappa \ll 1$ haben wir es mit einem weitgehend runden Objekt zu tun — Berghöhen und Talhöhen sind klein im Vergleich zur Größenskala der zugrundeliegenden Kugelform, also kleinere Unregelmäßigkeiten auf einer gut erkennbaren zugrundeliegenden Kugel. Bei $\kappa \sim 1$ dagegen haben wir es mit einem unregelmäßig geformten Objekt zu tun. Dann nämlich sind die Abweichungen von gleicher Größenordnung wie die Grundform, und eine mögliche zugrundeliegende Kugel ist von etwaigen Berg-Auswüchsen gar nicht mehr klar zu unterscheiden.

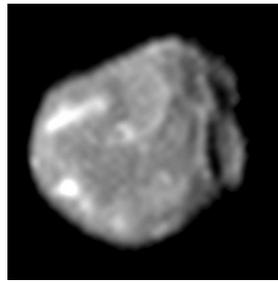
Damit können wir ausrechnen, ab welchem Radius wir bei gegebener Dichte erwarten, dass ein Objekt unregelmäßig oder dass es rund sei. Unsere Abschätzung für die maximale Berghöhe (21) liefert ja gerade die höchste zu erwartende Abweichung von der Rundform. Berechnen wir das entsprechende κ , dann finden wir, dass $\kappa \sim 1$ dem Grenzradius

$$R_{\text{rund}} = \sqrt{\frac{\rho_{\oplus}}{\rho}} \cdot 440 \text{ km} \quad (23)$$

entspricht. Wiederum dürfen wir nicht zuviel auf den exakten Zahlenwert geben, denn wiederum gilt: Derartige Abschätzungen liefern nur Informationen über die ungefähre Größenordnung.



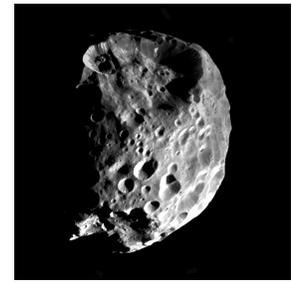
Plutomonat Nix, $R = 40$ km
Bild: NASA/JHU APL/SWRI



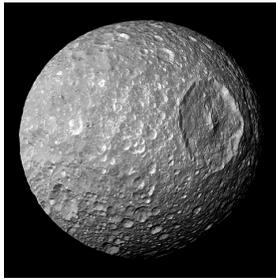
Jupitermonat Amalthea, $R = 84$ km
Bild: NASA/JPL/Cornell University



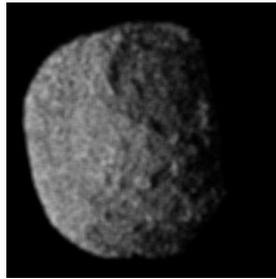
Saturnmonat Janus, $R = 90$ km
Bild: NASA/JPL/Space Science Institute



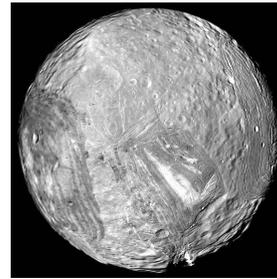
Saturnmonat Phoebe, $R = 120$ km
Bild: NASA/JPL/Space Science Institute



Saturnmonat Mimas, $R = 200$ km
Bild: NASA/JPL/Space Science Institute



Neptunmonat Proteus, $R = 210$ km
Bild: NASA/JPL



Uranusmonat Miranda, $R = 236$ km
Bild: NASA/JPL-Caltech



Saturnm. Enceladus, $R = 250$ km
Bild: NASA/JPL/Space Science Institute

Abbildung 10: Unregelmäßig geformte und runde Monde verschiedener Größe in unserem Sonnensystem.

Abbildung 10 zeigt eine Auswahl von Objekten mit Radien zwischen einigen Dutzend und einigen hundert Kilometern. In der Tat liegt der Übergang von unregelmäßiger Form hin zu runder Form bei einigen hundert Kilometern. Allenfalls der Neptunmond Proteus tanzt ein wenig aus der Reihe — er ist merklich weniger rund als die vergleichbaren Monde Mimas und Miranda. Doch auch dafür bietet Gleichung (23) zumindest eine qualitative Erklärung: Proteus dürfte ein weitgehend aus Eis bestehendes Objekt sein, und bei einer entsprechenden geringeren Dichte $\rho_P \sim 1,5 \text{ g/cm}^3 = 0,27 \rho_{\oplus}$ ist die Grenzgröße nach Gleichung (23) demnach doppelt so groß wie für ein Objekt mit der mittleren Dichte der Erde. Alleine solche Dichteunterschiede reichen bereits aus, um die Streuung zu erklären (für eine genauere Betrachtung, siehe [Thomas & Veverka 1991](#)).

Was heißt das für die Kuipergürtelobjekte, die wir kennengelernt haben? Mit Radien von 350 km (Dysnomia) beziehungsweise 240 km (Vanth) sollten beide Zwergplanetenmonde weitgehend rund sein.

7. Fazit

Inspiziert durch die Monde von Kuipergürtelobjekten und durch die Grenzen der Beobachtungsdaten, die für solche Objekte zur Verfügung stehen, haben wir erkundet, welche Grenzen der Form kleinerer Objekte bereits durch die grundlegenden Gesetze der Physik gesetzt sind, genauer: bis zu welcher Grenzgröße Objekte unregelmäßig geformt sein können und ab welcher Größe wir erwarten, dass diese Objekte rund sind.

Bei den Abschätzungen haben wir einfache Energiebetrachtungen vorgenommen und die dabei benötigte Materialgröße, nämlich die Schmelzwärme von Eis, per Experiment selbst bestimmt. Dass die dabei abgeleitete Grenzgröße von der Größenordnung her gut die Eigenschaften verschiedener kleinerer Objekte des Sonnensystems beschreibt, zeigt die Aussagekraft derartiger einfacher Abschätzungen. Der Querbezug der einfachen Experimente, die wir hier auf der Erde vorgenommen haben, zu grundlegenden Eigenschaften von Himmelsobjekten demonstriert eine der großen Stärken der Physik, nämlich die Allgemeingültigkeit ih-

rer grundlegenden Gesetze, die es Astronomen erlaubt, physikalische Systeme weit jenseits unserer eigenen kosmischen Heimat zu modellieren.

Literatur

- Agnor, C. B. und D. P. Hamilton (2006): „Neptune’s capture of its moon Triton in a binary-planet gravitational encounter“ in *Nature* 441, pp. 192–194. doi: [10.1038/nature04792](https://doi.org/10.1038/nature04792) ADS BibCode: [2006Natur.441..192A](https://ui.adsabs.org/abs/2006Natur.441..192A)
- Brown, M. E. und B. J. Butler (2018): „Medium-sized Satellites of Large Kuiper Belt Objects“ in *Astronomical Journal* 156, article id 164. doi: [10.3847/1538-3881/aad9f2](https://doi.org/10.3847/1538-3881/aad9f2) ADS BibCode: [2018AJ....156..164B](https://ui.adsabs.org/abs/2018AJ....156..164B)
- Brown, M. E. und B. J. Butler (2017): „The Density of Mid-sized Kuiper Belt Objects from ALMA Thermal Observations“ in *Astronomical Journal* 154, article id. 19. doi: [10.3847/1538-3881/aa6346](https://doi.org/10.3847/1538-3881/aa6346) ADS BibCode: [2017AJ....154...19B](https://ui.adsabs.org/abs/2017AJ....154...19B)
- Clauser, C. (2016): *Einführung in die Geophysik*. Springer. doi: [10.1007/978-3-662-46884-5](https://doi.org/10.1007/978-3-662-46884-5)
- CRC (2018): Tabelle „Thermal and Physical Properties of Pure Metals“ in *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 99th Edition (Internet Version 2018), John R. Rumble (Hrsg.), CRC Press/Taylor & Francis, Boca Raton, FL.
- Fischer, O. (2013a): „Das Projekt ALMA Mater Teil 1: Rendezvous mit einem der ALMA-Radioteleskope“ in *Wissenschaft in die Schulen* MS 03/2013. URL: <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/das-projekt-alma-mater/1156171>
- Fischer, O. (2013b): „Das Projekt ALMA Mater Teil 2: ALMA — ein Interferometer“ in *Wissenschaft in die Schulen* OS 12/2013. URL: <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/das-projekt-alma-mater/1156164>
- Kretzer, O. (2015): „Pluto — vom kleinsten (Planeten) zum fast größten (Zwergplaneten)“ in *Wissenschaft in die Schulen* OS 4/2015. <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/zentrales-wis-dokument-os-4-2015/1338134>
- Thomas, P. und J. Veverka (1991): „Icy Satellites, Neptune Satellites, Planetology, Voyager 2 Spacecraft, Albedo, Satellite Rotation, Satellite Surfaces, Shapes, Size (Dimensions)“ in *Icarus* 96, S. 19261–19268. doi: [10.1029/91JA01461](https://doi.org/10.1029/91JA01461) ADS BibCode: [1991JGR....9619261T](https://ui.adsabs.org/abs/1991JGR....9619261T)
- Weisskopf, V. F. (1975): „Of Mountains, Atoms, and Stars: A Study in Qualitative Physics“ in *Science* 187, S. 605–612. doi: [10.1126/science.187.4177.605](https://doi.org/10.1126/science.187.4177.605)