

Exoplaneten und die Titius-Bode-Reihe

In Bezug auf verschiedene Meldungen zu Exoplaneten in »Sterne und Weltraum« 4/2019,
WIS-ID: 1421023, Zielgruppe: Mittelstufe - Oberstufe

Joachim Michael Wallasch

Seit 1995 können Exoplaneten unter Anwendung modernster Teleskope, Empfänger und leistungsfähiger Computersoft- und -hardware eindeutig identifiziert und ihre individuellen Eigenschaften (Radius, Masse, Atmosphäre, Temperatur usw.) teilweise bereits im Detail untersucht werden. Die dabei gewonnenen Daten werfen ein neues Licht auf die mögliche Bedeutung der Titius-Bode-Reihe (TBR). Die als TBR bezeichnete Zahlenfolge 4, 7, 10, 16, 28, 52, 100, 196, 388, ... beschreibt mit unterschiedlicher Genauigkeit näherungsweise die relativen Abstände der Planeten des Sonnensystems. Die wissenschaftliche Bedeutung dieser Regel ist von Anfang an umstritten gewesen. Ist diese „Regel“ Ausdruck einer tieferliegenden Gesetzmäßigkeit oder ein reiner Zufall? Die Ergebnisse aktueller Entdeckungen von Exoplanetensystemen eröffnen neue Möglichkeiten, die Gültigkeit der rein empirisch ermittelten TBR zu überprüfen.

Der folgende Beitrag gliedert sich wie folgt:

1. Einleitung: Exoplaneten und die Titius-Bode-Reihe
2. Drei besondere Mehrfachsysteme
3. Weitere ausgewählte Beispiele
4. Gegenbeispiele
5. Quellen
6. Arbeitsaufträge

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Planeten	Exoplaneten, Titius-Bode-Reihen, Drittes Keplersches Gesetz
Fächer- verknüpfung	Astronomie-Mathematik Astronomie-Physikgeschichte Astronomie-Philosophie	Folgen Empirische Regel contra Naturgesetz
Lehre Allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis), Unterrichtsmittel	Lesekompetenz, Bilder und Daten auswerten, Arbeitsblätter

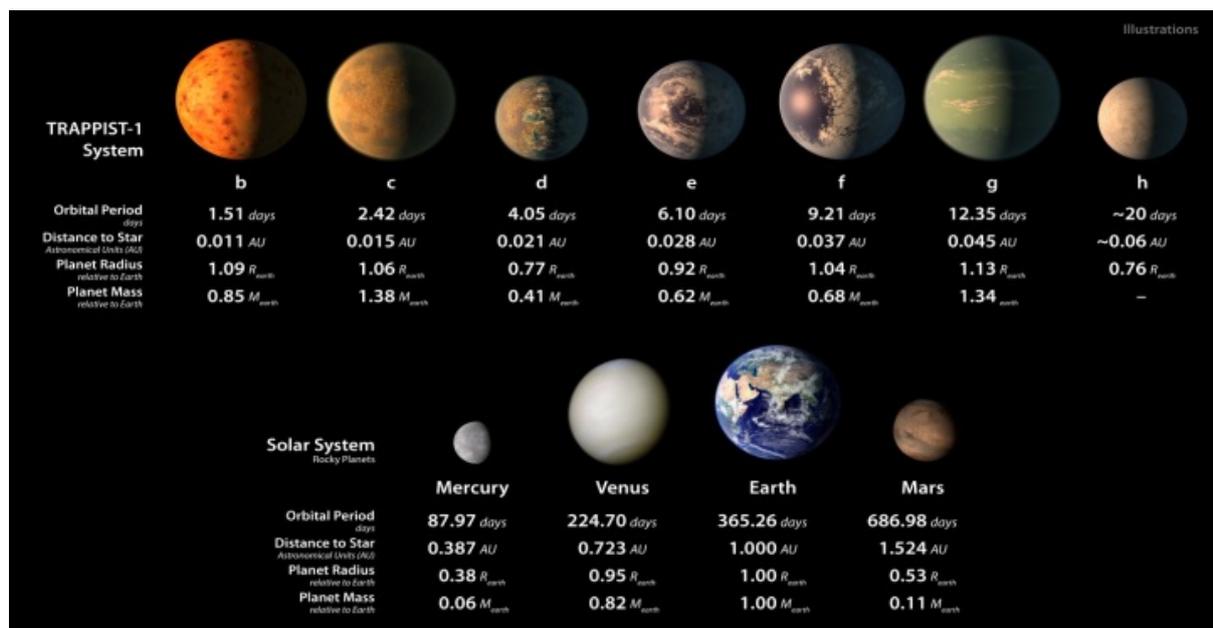


Abbildung 1: Vergleich zwischen dem Exoplanetensystem beim Stern Trappist 1 und dem inneren Teil des solaren Planetensystems. © NASA/JPL-Caltech/R. Hurt, T. Pyle (IPAC)

1. Einleitung: Exoplaneten und die Titius-Bode-Reihe

Die empirisch gewonnene Titius-Bode-Reihe (TBR, mathematisch eine Folge) beschreibt näherungsweise die relativen Abstände der Planeten von der Sonne. In der Literatur werden unterschiedliche Formen angegeben. Hier wird aus Gründen der Übersichtlichkeit die Variante verwendet, die einfache natürliche Zahlen liefert. Diese beruht auf der Regel:

Der relative Abstand r_i des i -ten Planeten ergibt sich aus $r_1 = 4$ und $r_i = 2^{i-2} \cdot 3 + 4$ für $i > 1$.

Mathematisch unbefriedigend ist grundsätzlich der Term für r_1 ; physikalisch äußerst unangenehm ist die Tatsache, dass der Abstand des Planeten Neptun durch die TBR nicht erfasst wird. Und die wahren relativen Abstände der Planeten von der Sonne weichen unterschiedlich stark von den jeweiligen TBR-Werten ab.

Sonne	Merkur 3,9 4 = 0+4	Venus 7,2 7 = 3+4	Erde 10 10 = 6+4	Mars 15,2 16 = 12+4	Ceres 27,7 28 = 24+4	Jupiter 52 52 = 48+4	Saturn 95,4 100 = 96+4	Uranus 191,9 196 = 192+4	Pluto 394,8 388 = 384+4
-------	--------------------------	-------------------------	------------------------	---------------------------	----------------------------	----------------------------	------------------------------	--------------------------------	-------------------------------

Die Frage, ob die TBR als Ausdruck einer für die Planetenentstehung allgemeingültigeren Gesetzmäßigkeit aufgefasst werden kann oder ob es sich dabei um einen für unser Sonnensystem nur zufällig zutreffenden Zusammenhang handelt, wird von der Fachwissenschaft unterschiedlich beantwortet [7].

„Gesetz oder Willkür der Natur?“ - so die Überschrift von Wolfram Knapps Ausführungen zur Titius-Bode-Regel (TBR) im Mai 1984 [6]. Er vergleicht diese Regel mit Keplers Versuch, das Gesetz der Planetenabstände durch ineinander geschachtelte Polyeder zu erklären, und schließt mit den Worten: „Die Zahlenreihe für die ersten sechs Planeten stimmt ebenso gut und schlecht mit den tatsächlichen Planetenabständen überein. Bis jetzt haben wir nur unser eigenes Planetensystem zum Nachmessen. Wenn es sich nicht nur um reinen Zahlen-Zufall handelt, wenn ein Gesetz dahinter steckt, das die Entstehung von Planeten- und Mondsystemen regiert, dann müssten wir diese Kepler-Titius-Bode-Regel auch anderswo im Weltall bestätigt finden.“ Bemerkenswert ist die Erwähnung des Namens „Kepler“ hinsichtlich der empirischen Methode, mit der sowohl Keplers Drittes Gesetz und die TBR entdeckt wurden.

„Als Astronomen um Tim Bovaird an der Australian National University in Canberra 27 extrasolare Planetensysteme analysierten [18], fiel auf, dass diese der Titius-Bode-Formel zumeist genauer folgen als Himmelskörper in unserem Planetensystem – zu fast 96 %. Von 27 untersuchten Systemen sind bei 22 die Planeten gemäß der Titius-Bode-Regel aufgereiht. In drei Fällen passt die Titius-Bode-Regel nicht. Das Sonnensystem ist sehr ausgedehnt. Dagegen sind jene 27 Systeme viel kompakter. Darin umrunden mitunter vier oder fünf Planeten den Zentralstern innerhalb der Merkurbahn. Da aus der Titius-Bode-Reihe aus der Umlaufbahn die Umlaufdauer und die maximale Größe möglicher Nachbarplaneten folgt, sagten die Astronomen die Umlaufbahn eines unbekanntes Planeten im Sternensystem KOI 2722 voraus. Zwei Monate später fand man diesen Exoplaneten mit dem Weltraumteleskop „Kepler“ [19] (zitiert nach [8]).

Modernen Ergebnisse der Erforschung extrasolarer Planetensysteme lassen es sinnvoll und motivierend erscheinen, das Thema in den regulären Physik-, Mathematik-, Biologie und Astronomieunterricht nicht allein unter rein fachlichen Aspekten in den Unterricht einzubringen. Zusätzlich eröffnet der wissenschaftshistorische Aspekt des Themas eine hervorragende Möglichkeit, wissenschaftstheoretische Fragen anzusprechen und zu problematisieren. Dieser Aspekt kommt nach Meinung des Verfassers meistens zu kurz, ein zwar aus den vorgegebenen zeitlichen Beschränkungen des im üblichen Unterricht Möglichen nachvollziehbarer, aber dennoch bedauerlicher Umstand.

Die hier vorgetragenen Betrachtungen können im allgemeinbildenden naturwissenschaftlichen Unterricht trotz nachvollziehbarer Skepsis durchaus Anlass geben, die wissenschaftshistorische und wissenschaftstheoretische Bedeutung von Methoden zu reflektieren, wie aus wenigen empirischen Daten auf allgemeine Zahlenregeln geschlossen werden kann. Wann kann man sicher sein, dass wenige konkrete Messwerte auf ein tieferliegendes allgemeines Naturgesetz schließen lassen oder wann muss man sie als zufällig entstandene „mathematische Laune“ der Natur auffassen? Was ist die wissenschaftlich notwendige Funktion einer empirisch gefundenen Regel? Sie muss Vorhersagen auf neue, bisher nicht erkannte Phänomene liefern und Hinweise auf andere physikalische Zusammenhänge liefern.

Für die Erde steht die Zahl „10“ für eine Astronomische Einheit (AE); für Planet TRAPPIST-1d steht die „9,5“ \approx „10“ für 0,021 AE.

Falls man das System TRAPPIST-1 als ein um den Faktor „47,6“ verkleinertes Sonnensystem auffassen kann, welche Ursachen bewirken dann die großen Unterschiede der absoluten Größen der Planetenbahnen? Könnten die unterschiedlichen Massen der Zentralkörper eine Rolle spielen? TRAPPIST-1 besitzt nur etwa ein Zwölftel der Masse der Sonne [5].

Welche weiteren Ideen für weitergehende Untersuchungen ergeben sich aus spekulativen Zahlenmanipulationen? Man muss andere Mehr-Planeten-Systeme und / oder Planetensysteme untersuchen, die in der Entstehungsphase beobachtet werden können (ALMA!). Diskutiert werden muss die Frage, ob in den bisher beobachteten Systemen möglicherweise noch weitere, bisher unentdeckte Planeten existieren könnten, für die man dann eine theoretische Vorhersage bezüglich ihrer Umlaufbahnen bzw. ihrer Umlaufzeiten machen könnte.

Auf die Frage, ob die TBR nur eine zufällige Laune der Natur ist, antworteten verschiedene Wissenschaftler wie folgt:

Mitton, S.	(1978)	ja:	„höchstwahrscheinlich“
Özaras, M.	(1984)	nein:	gilt auch für viele Planetenmonde
KNAPP, W.	(1984)	ja:	Keplers „Weltgeheimnis“
TREITZ, N.	(2006)	ja:	Beziehung ohne Gesetzeskraft
BOVAIRD, T.	(2013)	nein:	TBR gilt für 97 % aller Exoplanetensysteme!

2. Drei besondere Mehrfachsysteme

2.1 Trappist 1

Unter den bisher entdeckten Exoplaneten nehmen die vor wenigen Monaten im Trappist 1- System entdeckten (zurzeit noch) eine Sonderstellung ein. Erstmals wurden in diesem System gleichzeitig sieben Planeten gefunden und über die reine Zahl hinaus werden alle in Bezug auf ihre Radien und Massen als erdähnlich eingestuft (siehe Abb. 1).

Zusätzlich hat die Aussage, dass sich drei Planeten dieses Systems innerhalb der sog. habitablen Zone ihres Zentralsterns bewegen, in manchen Fällen zu einer Art Medienhype geführt hinsichtlich der Frage, ob denn auf einem oder sogar mehreren dieser Planeten Leben möglich sein könnte.

Weniger Beachtung fand die Tatsache, dass im Trappist 1-System einige Planetenabstände in erster Näherung in einfachen Verhältnissen zueinander stehen:

$$\begin{aligned}d_h : d_g &\approx d_e : d_d \approx 4:3 \approx d_{\text{Jupiter}} : d_{\text{Mars}}; \\d_g : d_b &\approx 4:1 \approx d_{\text{Ceres}} : d_{\text{Venus}} \approx d_{\text{Mars}} : d_{\text{Merkur}}; \\d_c : d_b &\approx 3:2 \approx d_{\text{Mars}} : d_{\text{Erde}}.\end{aligned}$$

Die gleichen vereinfachenden Zahlenverhältnisse ergeben sich aus der solaren TBR. Es ist nicht notwendig, auf komplizierte Theorien zur Entstehung von Planetensystemen eingehen zu müssen, um angesichts der offensichtlichen Gemeinsamkeiten einiger Abstandsverhältnisse der Planeten des Sonnensystems und des Systems Trappist 1 die Frage legitim erscheinen zu lassen, ob vielleicht auch dieses System näherungsweise durch die TBR beschrieben werden kann. Dazu genügt es, die in Astronomischen Einheiten bekannten absoluten Abstände mit einem geeignet gewählten Faktor zu multiplizieren, mit dem Ziel, möglichst viele TBR-Werte zu reproduzieren. Die Eintragungen in den Feldern der folgenden Tabellen sind wie folgt zu verstehen:

Name / Bezeichnung des Planeten Absoluter Abstand / in Astronomischen Einheiten Relativer Abstand == mit einem empirisch gewählten Faktor multiplizierter absoluter Abstand)

Zum Vergleich sind in jeder ersten Zeile die solaren Werte angegeben; die in **rot** wiedergegebenen Daten markieren die Fälle, die nicht in die gewählte TBR eingepasst werden können.

Sonne	Merkur 3,9 4 = 0+4		Venus 7,2 7 = 3+4	Erde 10 10 = 6+4		Mars 15,2 16 = 12+4		Ceres 27,7 28 = 24+4	
TRAPPIST-1	b 0.011 4	c 0.0152 5,5	d 0.0214 7,8	e 0.0288 10,5	f 0.037 13,5	g 0.045 16,4		h 0.063 23,4	
			b 0.011 6,6	c 0.0152 9,1	d 0.021 12,6	e 0.0288 17,4	f 0.037 22,2	g 0.045 27	h 0.063 37,8

Zwei mögliche TBR für TRAPPIST-1? Das erste Beispiel wohl als das günstigere angesehen werden, da hier nur zwei, im zweiten Fall aber drei „Ausreißer“ auftreten.

2.2 Kepler 90

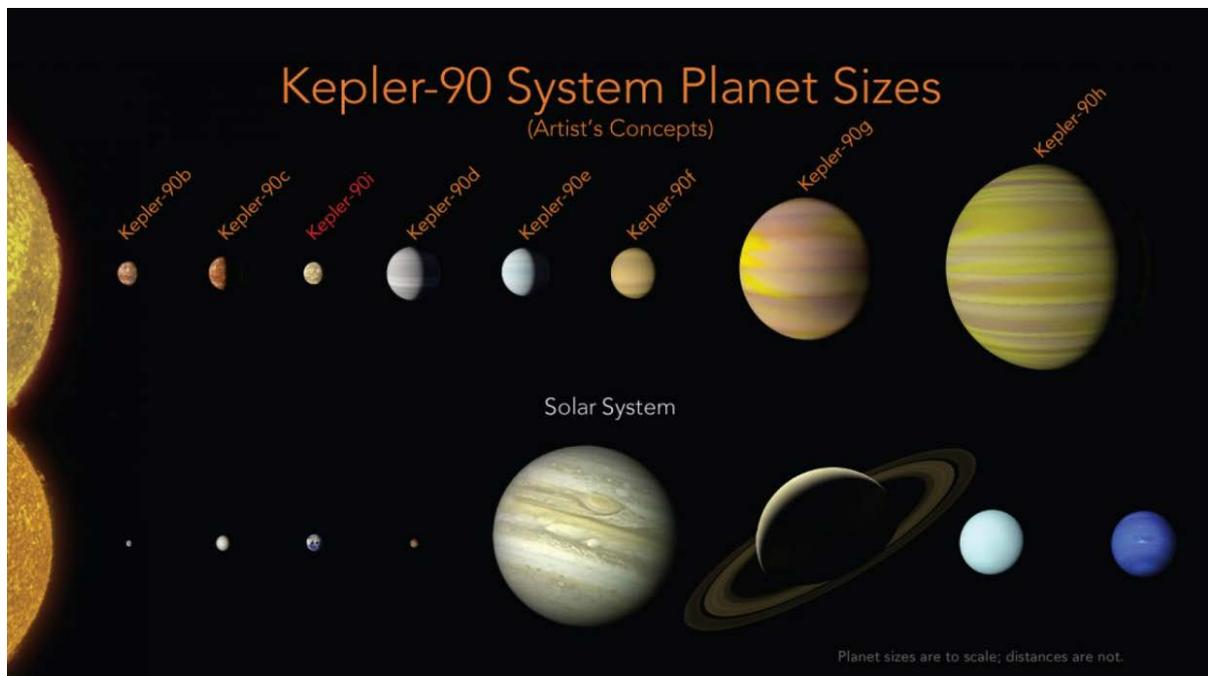


Abbildung 2: Vergleich zwischen dem Exoplanetensystem beim Stern Kepler 90 und dem solaren Planetensystems.
© Wendy Stenzel/NASA, Ames Research Center

Kepler 90	b 0,074 7	c 0,089 10	i 0,12 16	d 0.32 28	e 0,42 42	f 0,48 50	g 0,71 71	h 1,01 100
-----------	-----------------	-------------------------	------------------------	-----------------	-------------------------------	-----------------	-------------------------------	------------------

Kepler 90 ist offenbar kein überzeugendes Beispiel für die Gültigkeit einer TBR.

2.3 HD 10180

HD 10180	0.022 2,4	0.0641 7	0.0904 9,9	0.128 14	0.270 29,5	0.33 36	0.494 53,9	1.415 155	3.49 381
----------	----------------------------	-------------	---------------	-------------	---------------	--------------------------	---------------	----------------------------	-------------

Dieser Fall könnte trotz der drei „Ausreißer“ als akzeptabler Fall angesehen werden.

3. Weitere ausgewählte Beispiele

55 Cancri	Janssen 0,016 1,06 ?		Galileo 0,115 7,6 7	Brahe 0,24 16 16		Harriot 0,781 52,1 52		Lipperhey 5,77 384,6 388
	Janssen 0,016 ?????	Galileo 0,115 3,5 4	Brahe 0,24 7,5 7		Harriot 0,781 25 28		Lipperhey 5,77 185 196	

Beide TBR könnten als gleichwertig erscheinen, jeweils mit Janssen als Ausreißer. Die Frage stellt sich, als wie sinnvoll derartige Zahlenmanipulationen angesehen werden können. Eine gewisse Bestätigung für die Sinnhaftigkeit könnten Fälle liefern, in denen **alle** bekannten Planeten eines Systems die TBR ohne Ausreißer erfüllen; und in der Tat gibt es mindestens zwei solche Fälle, Kepler-82 und Gliese GJ 3293, für die dies zuzutreffen scheint. Allerdings sind in beiden Systemen nur je vier Planeten bekannt.

Sonne	Merkur 3,9 4	Venus 7,2 7	Erde 10 10	Mars 15,2 16	Ceres 27,7 28
Kepler-82	d 0,034 3,7	e 0,063 6,9		b 0,169 18,6	c 0,264 29
Gliese GJ 3293	e 0,082 4,1	b 0,143 7,15	d 0,194 9,7	c 0,362 17,6	
HD 219134	0,0385 4	0,068 7		0,1457 15,1	0,235 24,4

Sonne	Merkur 3,9 4 = 0+4	Venus 7,2 7 = 3+4	Erde 10 10 = 6+4	Mars 15,2 16 = 12+4	Ceres 27,7 28 = 24+4	Jupiter 52 52 = 48+4	Saturn 95,4 100 = 96+4
Kepler-62		b 0,0553 7	c 0,0929 11,8	d 0,1200 15,2		e 0,427 54	f 0,718 91
Kepler-150	b 0,044 4,2	c 0,073 6,97	d 0,104 9,9	e 0,189 18			f 1,24 118

Kepler-150 entspricht (mit Ausnahme des fünften Ausreißers) fast der gleichen TBR wie Gliese GJ 3293

HD 10180	b 0,022 4,4					d 0,13 26	e 0,27 54	i(?) 0,9 180	c 0,64 128 199
Kepler-176		b 0,058 6	c 0,102 10	d 0,163 16	b 0,208 21		e 0,334 33		

Kepler-20	b 0,046 5	e 0,064 7	c 0,095 10	f 0,14 14	g 0,206 20	d 0,351 35 28
-----------	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	------------------	------------------------

Kepler-11	b 0,0910 9,1	c 0,1070 10,7	d 0,1550 15,5	e 0,1950 19,5	f 0,250 25	g 0,466 46,6	
Gliese GJ 667 C [1], [2], [3]	b 0,0505 5	h 0,089	c 0,125 12	f 0,156 15,6	e 0,213 21	d 0,276 27,6	g 0,549 54,9
Kepler-90 [1], [3]	b 3,85 0,074	c 6,48 0,089	f 14,57 0,48	d 23,51 0,32	g 37,5 0,71	e 256 0,42	h 311 1,01

4. Gegenbeispiele

Fälle, in denen es nicht möglich ist, die TBR zu erzeugen, dürfen nicht unterschlagen werden:

Kepler-444		b	c	d	e	f
[1], [2], [3]		0,042	0,049	0,6	0,7	0,81
		42	49	600	700	810
		7	8	100	120	135
GLIESE	d			c		
GJ 876	0,0208			0,1296		
[1]	3,9			24,3		
	4			28		

5. Quellen

- [1] Exoplanet.eu
- [2] http://www.univie.ac.at/adg/schwarz/bincat_multi_planet.html
- [3] <http://www.openexoplanetcatalogue.com/systems/>
- [4] <https://www.universetoday.com/135436/10-light-years-away-theres-baby-version-solar-system/>
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Trappist-1> ; (07.04.2017)
- [6] KNAPP, W.: „Gesetz oder Willkür der Natur?“, Bild der Wissenschaft 5-1984, S. 157
- [7] TREITZ, N. „Kepler III bringt alles auf die Reihen“, Spektrum der Wissenschaft, November 2006, S. 104 ff.
- [8] <https://de.wikipedia.org/wiki/Titius-Bode-Reihe> (10. 07. 2017)

- [18] Timothy Bovaird, Charles Lineweaver, Exoplanet predictions based on the generalized Titius–Bode relation, Monthly Notices Royal Astron. Soc., Band 435, 2013, S. 1126-1139, Arxiv
- [19] Guido Meyer: Planetenformel – irrer Zufall oder Naturgesetz? (abgerufen am 22. Juli 2014)

Weitere Internetseiten

- <http://www.eso.org/public/germany/images/eso1436a/>
- <https://cdn.eso.org/images/screen/potw1652a.jpg>
- <https://cdn.eso.org/images/screen/eso1611a.jpg>
- <http://www.eso.org/public/germany/images/eso1626b/>

6. Arbeitsvorschläge / Arbeitsaufträge

1.) Diskutiere den folgenden Auszug der wikipedia-Seite <https://de.wikipedia.org/wiki/Titius-Bode-Reihe>

„Als Astronomen um Tim Bovaird an der Australian National University in Canberra 27 extrasolare Planetensysteme analysierten [18], fiel auf, dass diese der Titius-Bode-Formel zumeist genauer folgen als Himmelskörper in unserem Planetensystem – zu fast 96 %. Von 27 untersuchten Systemen sind bei 22 die Planeten gemäß der Titius-Bode-Regel aufgereiht. In drei Fällen passt die Titius-Bode-Regel nicht. Das Sonnensystem ist sehr ausgedehnt. Dagegen sind jene 27 Systeme viel kompakter. Darin umrunden mitunter vier oder fünf Planeten den Zentralstern innerhalb der Merkurbahn. Da aus der Titius-Bode-Reihe aus der Umlaufbahn die Umlaufdauer und die maximale Größe möglicher Nachbarplaneten folgt, sagten die Astronomen die Umlaufbahn eines unbekanntes Planeten im Sternensystem KOI 2722 voraus. Zwei Monate später fand man diesen Exoplaneten mit dem Weltraumteleskop „Kepler“.“

2.) Untersuche die angegebenen Exoplanetensysteme daraufhin, in welchem Umfang sie der TBR unterliegen!

Sonne		Merkur 4 4+0	Venus 7 4+3	Erde 10 4+6		Mars 16 4+12		Ceres 28 4+24		Jupiter 52 4+48	Saturn 100 4+96	Uranus 196 4+192	Pluto 400 388
Kepler-32													
HD 40307													
Kepler-48													
Kepler-282													
Kepler-224													
Kepler-122													
Kepler-55													
Kepler-80													
Kepler-299													
Kepler-304													
Kepler-235													
Kepler-37													
Kepler-1388													
Kepler-220													
Kepler-296													
Kepler-341													
Kepler-758													
Kepler-106													
Kepler-1542													
Upsilon Andromedae A													
Kepler-79													
Gliese 581													
Kepler-33													
Mue Arae													
WASP-47													
Gliese 676 A													
Kepler-26													
KOI-1860													
Kepler-169													
Kepler-132													
Kepler-215													
Kepler-84													
Kepler-223													
Kepler-221													
Kepler-338													
Kepler-402													

Alle Systeme nach [3]

- 3.) **Untersuche weitere Planetensysteme, für die nur die Umlaufzeiten der Planeten angegeben sind, in welchem Umgang ihre relativen Abstände der TBR unterliegen! Hinweis: Wende das Dritte Keplersche Gesetz in geeigneter Weise an!**

Beispiel: HIP 41378

Companion (in order from star)	<u>Orbital period</u> (<u>days</u>)
<u>b</u>	5.71493
<u>c</u>	31.6978
<u>e</u>	131
<u>d</u>	157
<u>f</u>	324