

## Mit der Astro-App „Bahnelemente“ der Vorstellung helfen

In Ergänzung zum Kurzbericht „Die Hülle eines S-Sterns“ von Florian Peißker in der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ 6/2021, S. 20, WIS-ID: 1571286, Zielgruppe: Oberstufe bis Mittelstufe

Olaf Fischer und Thomas Müller

Die **räumliche Vorstellung** von Himmelskörperbahnen ist für das Verständnis himmelsmechanischer Vorgänge im Speziellen und des Aufbaus des Universums im Allgemeinen sehr wichtig. Die App „Bahnelemente“ (<https://www.haus-der-astronomie.de/vis/astroapps>) ermöglicht eine **Visualisierung** der Himmelskörperbahnen.

Der folgende WIS-Beitrag führt ein in die App und stellt Aufgaben zu deren Nutzung vor. Im ersten Schritt kann die App dabei als Visualisierungshilfe zum 1. und 2. keplerschen Gesetz eingesetzt werden. Im Weiteren geht es um die räumliche Vorstellung der Bahnen von Himmelskörpersystemen mit interessanten Partnern. Dazu gehört die Bahn eines Sterns um ein unsichtbares superkompaktes Objekt im Zentrum der Galaxis auf der „Nobelpreisellipse“, der Blick auf die Bahn des Weißen Zwergs um den Stern Sirius A und der Blick „auf die Kante“ der Umlaufbahn des leichtesten bisher gefundenen Sterns.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Himmelsmechanik, Positionsastronomie, Sterne	<a href="#">Zwei-Körper-System</a> , <a href="#">Bahnelemente</a> , <a href="#">astrometrischer Doppelstern</a> , <a href="#">Sirius A/B</a> , <a href="#">Bedeckungsdoppelstern</a> , <a href="#">wahre und scheinbare Bahnellipse</a> , <a href="#">absolute und relative Bahnen in Zwei-Körper-Systemen</a> , <a href="#">Periastron</a> , <a href="#">Knotenlinie</a> , <a href="#">aufsteigender Knoten</a> , <a href="#">Weißer Zwerg</a> , <a href="#">roter Zwergstern</a> , <a href="#">Sternbahn um galaktisches Zentrum</a>
Physik	Mechanik	<a href="#">Erstes und zweites keplersches Gesetz</a>
Fächer- verknüpfung	Astro-Informatik Astro-Ma	App, Visualisierungsprogramm Ellipsen
Lehre allgemein	Kompetenzen (Erkenntnisgewinnung), Lernpsychologie, Unterrichtsmittel	Visualisierung als wichtiges Hilfsmittel der Vorstellungsentwicklung, räumliche Vorstellung, Visualisierung, Astro-App als Lehrmittel, <a href="#">Aufgaben zur Astro-App „Bahnelemente“</a> , <a href="#">gegenständliches Modell zur Demonstration der 7 Bahnelemente eines Zwei-Körper-Systems</a>

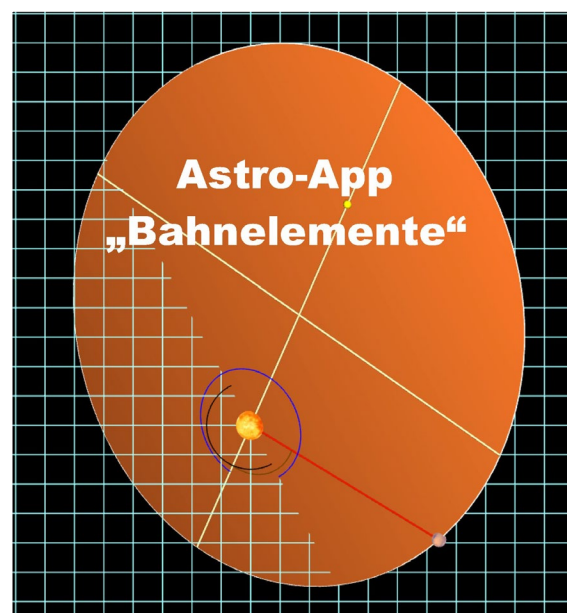
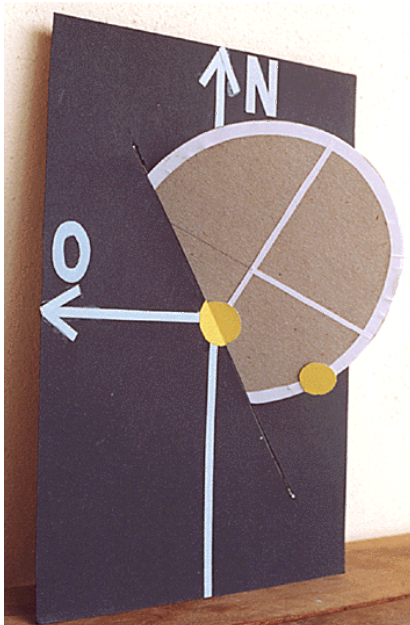


Abbildung 1: Links: Gegenständliches Modell (aus Pappe) zur Visualisierung der geometrisch darstellbaren Bahnelemente. ©: Olaf Fischer. Rechts: Die App „Bahnelemente“ (Teilbild links unten) ermöglicht die exakte Einstellung beliebiger Werte für die Bahnelemente. ©: Thomas Müller.

## Einführung in die Astro-App „Bahnelemente“ - Grundlegendes

<https://www.haus-der-astronomie.de/vis/astroapps>

**Zwei-Körper-Systeme:** Die Stabilität verschiedener Systeme des Weltalls basiert auf deren Bewegung. Zwei-Körper-Systeme bilden dabei eine wesentliche Idealisierung. Sie bestehen aus zwei Massen, die sich um einen gemeinsamen Schwerpunkt bewegen (z. B. Stern – Planet, Planet – Mond, Stern – Stern, ...). Betrachtet man die Bewegung des masseärmeren Objekts um das massivere Objekt (was meist gemacht wird), so erhält man die relative Bahnellipse. (In diesem Sinne lässt sich sagen, dass sich die Erde um die Sonne bewegt.)

**Bahnelemente:** Zur genauen Beschreibung des Aussehens und der Lage der wahren Bahnellipse sowie des Bewegungsverhaltens von Zwei-Körper-Systemen braucht man 7 Angaben, die als Bahnelemente bezeichnet werden.

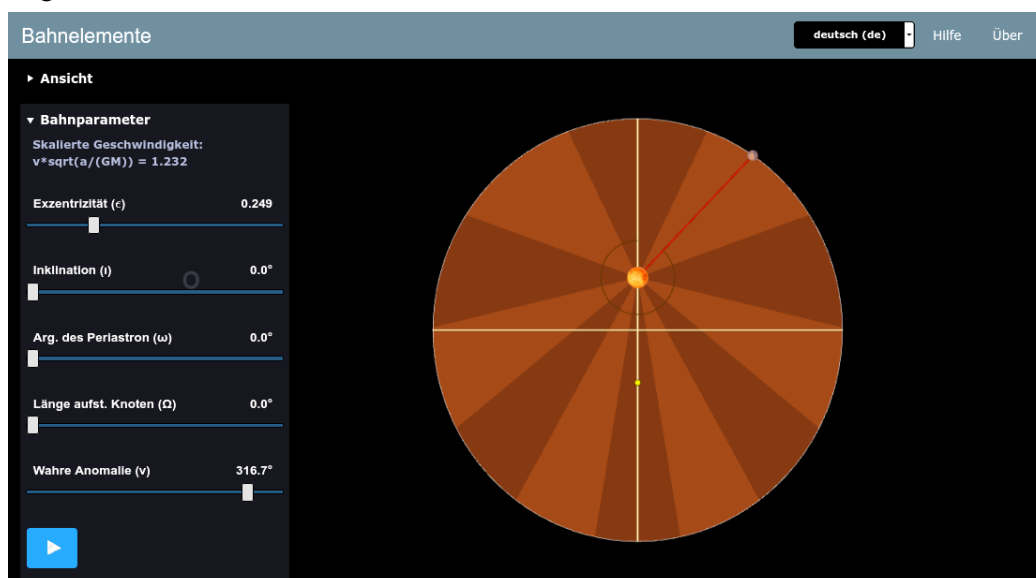
**$a, \varepsilon$ :** Die Länge der großen Halbachse  $a$  und die numerische Exzentrizität  $\varepsilon$  der wahren Bahnellipse beschreiben Größe und Form der Bahnellipse.

**$i, \omega$ :** Die Neigung der wahren Bahnebene in Bezug auf die Himmelsebene (Inklination)  $i$  sowie die Periastronlänge  $\omega$  (die „Verdrehung“ des Periastrons<sup>1</sup> der wahren Bahnellipse in der Bahnebene in Bezug zum aufsteigenden Knoten) bestimmen, inwieweit die wahre Bahnellipse zur scheinbaren (beobachtbaren) Bahnellipse projektiv verzerrt wird.

**$\Omega$ :** Der Positionswinkel des aufsteigenden Knotens (gemessen ausgehend von der Nordrichtung entgegen der Uhrzeigerrichtung)  $\Omega$  beschreibt die Verdrehung der scheinbaren Bahnellipse in der Himmelsebene<sup>2</sup>.

**$T, \nu$ :** Die Umlaufzeit  $T$  und die wahre Anomalie  $\nu$  beschreiben das Bewegungsverhalten für den Gesamtumlauf und die aktuelle Position des umlaufenden Himmelskörpers (ein zeitabhängiger Winkel, der den zeitlichen Abstand zum Periastrondurchgang angibt).

Eine anschauliche Einführung in die Bahnelemente anhand eines **gegenständlichen Modells** findet man im Anhang.



**Astro-App „Bahnelemente“:** Die Astro-App „Bahnelemente“ ermöglicht die Visualisierung (► Ansicht) einer Bahnellipse in drei aufsteigenden Modi von ihrer wahren Form bis hin zum scheinbaren Erscheinungsbild in der Himmelsebene.

- Modus „wahre Bahn ( $\varepsilon, \nu$ )“
- Modus „scheinbare Bahn ( $\varepsilon, i, \omega, \nu$ )“
- Modus „scheinbare Bahn ( $\varepsilon, i, \omega, \Omega, \nu$ )“

Die physikalisch relevanten Bahnelemente  $T$  und  $a$  sind für die räumliche Vorstellung unerheblich.

1 **Periastron** ... Punkt der Bahn des Objekts auf der Bahnellipse, der dem umlaufenen Objekt am nächsten liegt.  
 2 im Falle des Sonnensystems beschreibt  $\Omega$  die Verdrehung in der Ekliptikebene bezogen auf den Frühlingspunkt.

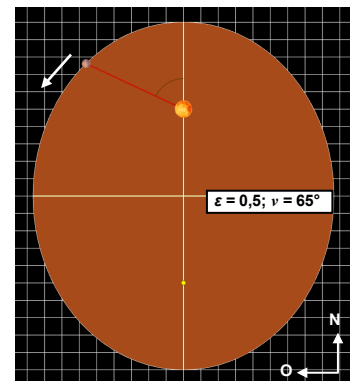
[zurück zum Anfang](#)

## Einführung in die Astro-App „Bahnelemente“ – etwas „Fahrtraining“ Mache dich vertraut mit der App!

- **Modus „wahre Bahn ( $\epsilon, \nu$ )“:**

Stelle eine wahre Bahnellipse mit der numerischen Exzentrizität  $\epsilon = 0,5$  dar! Zeige dabei auch die Achsen, den zweiten Brennpunkt und das Koordinatengitter des Himmelshintergrunds!

Stelle nun die Ansicht ein, bei der die wahre Anomalie  $\nu = 65^\circ$  beträgt! Animiere nun die Bahnbewegung und betrachte, wie der Winkel im mathematisch positiven Sinne zunimmt.

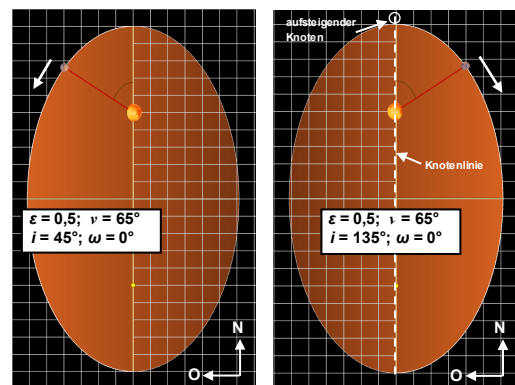


- **Modus „scheinbare Bahn ( $\epsilon, i, \omega, \nu$ )“:**

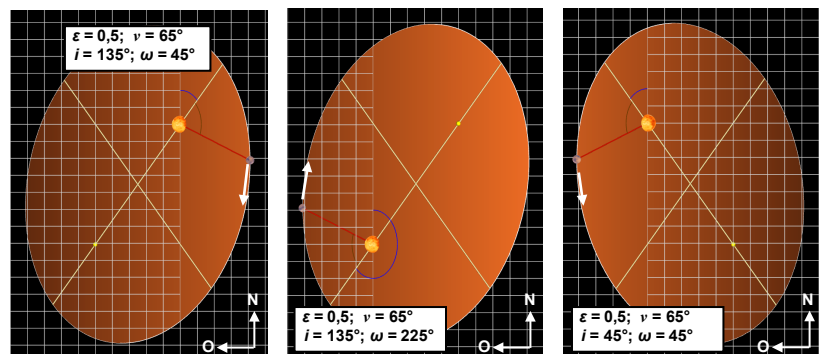
Verändere nun die Ansicht der zuvor eingestellten wahren Bahnellipse, indem du sie in Bezug zur Himmelsebene erst um  $i = 45^\circ$  und dann um  $135^\circ$  verkippst.

Für Inklinationen  $i > 90^\circ$  schaut man praktisch „von hinten“ auf die Bahnebene und sieht den Verlauf der Bahnbewegung in umgekehrter Richtung.

**Übrigens:** Die Schnittlinie von Bahnebene und Himmelsebene (quasi die Drehachse) bezeichnet man als Knotenlinie. Den Punkt dieser Linie, an dem die wahre Bahn die Himmelsebene Richtung Beobachter durchstößt, nennt man aufsteigenden Knoten.

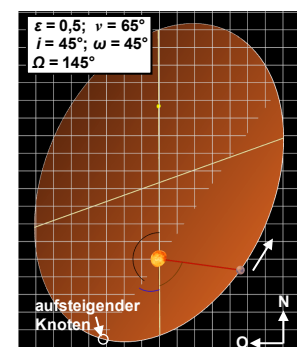


Verändere wieder ausgehend von der letzten Einstellung nun auch die Periastronlänge  $\omega$  erst zu  $\omega = 45^\circ$  und dann zu  $225^\circ$  (blaue Winkelbögen) und verfolge, wie sich die Form der scheinbaren (beobachtbaren) Ellipse ändert. Betrachte schließlich noch die Periastronlänge  $\omega = 45^\circ$  bei einer anderen Inklination ( $i = 45^\circ$ ).



- **Modus „scheinbare Bahn ( $\epsilon, i, \omega, \Omega, \nu$ )“:**

Im letzten Schritt wird nun noch das Bahnelement  $\Omega = 145^\circ$  gesetzt (schwarzer Winkelbogen). Dabei ändert sich die Form der Ellipse nicht, sondern nur ihre Lage bzgl. der Nordrichtung am Himmel.



Da es sich bei der Darstellung um eine orthographische Projektion handelt, haben wir die Bahnellipse mit einem leichten Helligkeitsverlauf von hell(nah) zu dunkler(fern) eingefärbt. Dies soll eine gewisse räumliche Tiefe vermitteln.

[zurück zum Anfang](#)

## Aufgaben zur Astro-App „Bahnelemente“

<https://www.haus-der-astronomie.de/vis/astroapps>

### 1.) Wahre Bahnen verschiedener Planeten, eines Zwergplaneten und eines Kometen (1. und 2. keplersches Gesetz)

Gegeben sind die folgenden numerischen Exzentrizitäten  $\epsilon$  der Bahnellipsen von Erde:  $\epsilon = 0,0167$ , Jupiter:  $\epsilon = 0,0489$ , Mars:  $\epsilon = 0,0934$ , Pluto:  $\epsilon = 0,2488$  und des Kometen Halley:  $\epsilon = 0,967$  [1].

#### Aufgabe a

Betrachte im Modus „wahre Bahn ( $\epsilon$ ,  $\nu$ )“ die Bahnformen von **Jupiter und Mars** (zunächst ohne Sichtbarkeit des Himmelshintergrundgitters, der Bahnachsen und des zweiten Brennpunkts) mit der Frage, ob du in der Lage bist, die Abweichung von der Kreisform zu erkennen! Hintergrund der Frage ist die großartige Leistung von Johannes Kepler, der auf Grundlage der Daten von Tycho Brahe die Exzentrizität der Marsbahn feststellen konnte und schließlich den Schritt wagte, der Sonne ihre kirchlich doktrinierte Mittelpunktsstellung zu nehmen und die Marsbahn als Ellipse mit der Sonne in einem ihrer Brennpunkte zu identifizieren (1. keplersches Gesetz, 1609).



Abbildung 2: Johannes Kepler, 1610 (1571 - 1630). © Unbekannter Maler - Ursprung unbekannt, Gemeinfrei. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=470711>.

Bahnelemente

► Ansicht

▼ Bahnparameter

Skalierte Geschwindigkeit:  
 $v \cdot \sqrt{a / (GM)} = 0.443$

Exzentrizität ( $\epsilon$ ) 0.968

Wahre Anomalie ( $\nu$ ) 173.8°

Komet Halley  
 $\epsilon = 0,967$ ;  $\nu = 173,8^\circ$

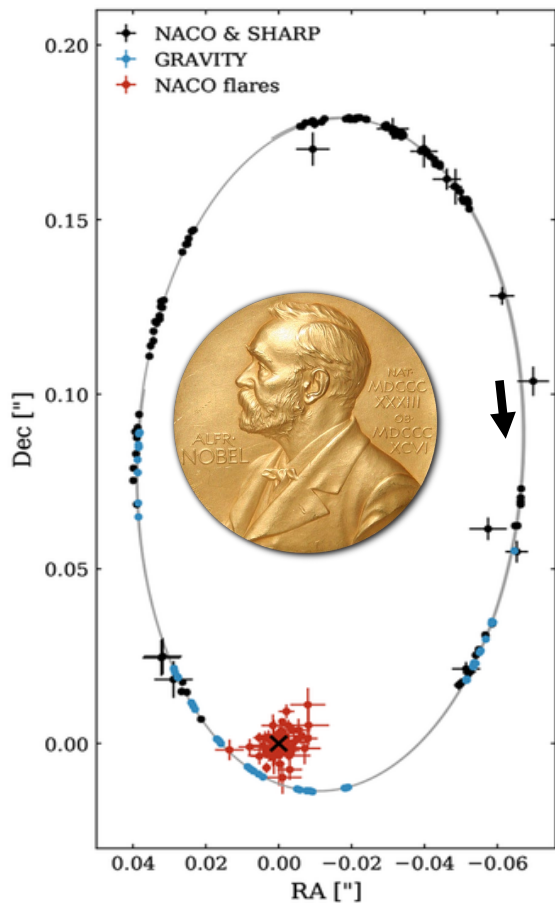
#### Aufgabe b

Vergleiche nun die Bahnellipsen von **Erde und Pluto** (und schalte dazu auch die Sichtbarkeit der Bahnachsen und der gleich großen Teilflächen ein)! Die starke Exzentrizität (und Neigung) der Bahn von Pluto war lange schon ein Hinweis, die Stellung Plutos im Reigen der Himmelskörpertypen des Sonnensystems zu überdenken. Animiere die Bahnbewegung von Pluto und miss (z. B. mittels der Anzahl von Pulsschlägen) die Zeiten für die beiden Bahnhälften auf der Perihel- und Aphelseite der Plutobahn!

#### Aufgabe c

Noch besser lässt sich die Bewegung der Himmelskörper nach dem 2. keplerschen Gesetz (auch von 1609) beim **Kometen Halley** erkennen. Bestimme auch hier die Zeiten für die beiden Bahnhälften auf der Perihel- und Aphelseite der Bahn!

**2.) Wahre und scheinbare Bahn des Sterns S2 um das galaktische Zentrum**



2020 erhielten der deutsche Astronom Reinhard Genzel und die US-amerikanische Astronomin Andrea Ghez den Physik-Nobelpreis für „die Entdeckung eines supermassiven kompakten Objekts im Zentrum unserer Galaxie“ [9] durch Beobachtungen von Sternen sehr nahe dem galaktischen Zentrum.

Bei Betrachtung der Bahn eines der Sterne (hier: S2), die das supermassive kompakte Objekt umlaufen (siehe Bild), fällt auf, dass der indirekt gefundene Ort dieses Objekts nicht im Brennpunkt der beobachtbaren Ellipse liegt. Dies ist so, weil wir die wahre Bahnellipse (die ja beliebig verdreht und verkippt im Raum steht) nur in Projektion an die Himmelskugel als scheinbare Bahn sehen können.

Abbildung 3: Auf Grundlage von Positionsdaten des Sterns S2, die innerhalb von 27 Jahren mit verschiedenen Instrumenten am Very Large Telescope aufgenommen wurde, kann die scheinbare (!) Bahnellipse von S2 um das supermassive Schwarze Loch im Zentrum der Galaxis gefittet werden. Das schwarze Kreuz zeigt den radioastronomisch detektierten Ort von Sagittarius A\* (ein Objekt, das den Ort des Schwarzen Lochs zeigt). Der schwarze Pfeil zeigt die Bewegungsrichtung von S2 an. © MPE, [https://www.max-wissen.de/326495/news\\_publication\\_14675019?print=yes](https://www.max-wissen.de/326495/news_publication_14675019?print=yes), Photograph: JonathunderMedal: Erik Lindberg (1873-1966) - Derivative of File: NobelPrize.JPG, <https://en.wikipedia.org/w/index.php?curid=58432969>.

Mit Hilfe weiterer Daten konnten die Astronomen die im Folgenden aufgeführten Bahnelemente der Bahnellipse von S2 [2]:

- numerische Exzentrizität  $\epsilon \approx 0,885$ ,
- Neigung der wahren Bahnebene in Bezug auf die Himmelsebene (Inklination)  $i = 133,818 \pm 0,093^\circ$ ,
- Positionswinkel des aufsteigenden Knotens (gemessen ausgehend von der Nordrichtung entgegen der Uhrzeigerrichtung)  $\Omega = 227,85 \pm 0,19^\circ$ ,
- Periastronlänge, d. h. der in der wahren Bahnebene gemessene Winkelabstand des aufsteigenden Knotens zum Periastron (Punkt der Sternbahn, die dem Brennpunkt am nächsten ist) in Richtung der Umlaufbewegung  $\omega = 66,13 \pm 0,12^\circ$ .

**Aufgabe**

Nutze die App „Bahnelemente“ im Modus „scheinbare Bahn ( $\epsilon, i, \omega, \Omega, \nu$ )“, um die beobachtete (scheinbare) Bahnellipse zu simulieren! Visualisiere anschließend auch die wahre Bahnellipse (die Grundlage ist, um die Masse des umlaufenen supermassereichen Schwarzen Lochs zu bestimmen)! Zeige die Lage der Knotenlinie und den Ort des aufsteigenden Knotens!

[zurück zum Anfang](#)

### 3.) Wahre und scheinbare Bahn von Doppelsternen

#### Astrometrischer Doppelstern Sirius A / B

Doppelsterne sind für Astronomen äußerst wichtig, weil sie einen Zugang zur Bestimmung von Sternmassen bieten (siehe [4]). Auch der scheinbar hellste Stern des Himmels Sirius A, hat einen Begleiter, Sirius B (ein **Weißer Zwerg**) genannt.

Die Bahnparameter von Sirius B sind (aus [7]): numerische Exzentrizität  $\epsilon = 0,5923$ , Inklinationswinkel  $i = 136,62^\circ$ , Periastronlänge  $\omega = 148,07^\circ$  und Positionswinkel des aufsteigenden Knotens  $\Omega = 44,86^\circ$ . (Die große Halbachse beträgt  $a = 7,501''$  und die Umlaufzeit hat einen Wert von  $T = 50,052$  Tage.)

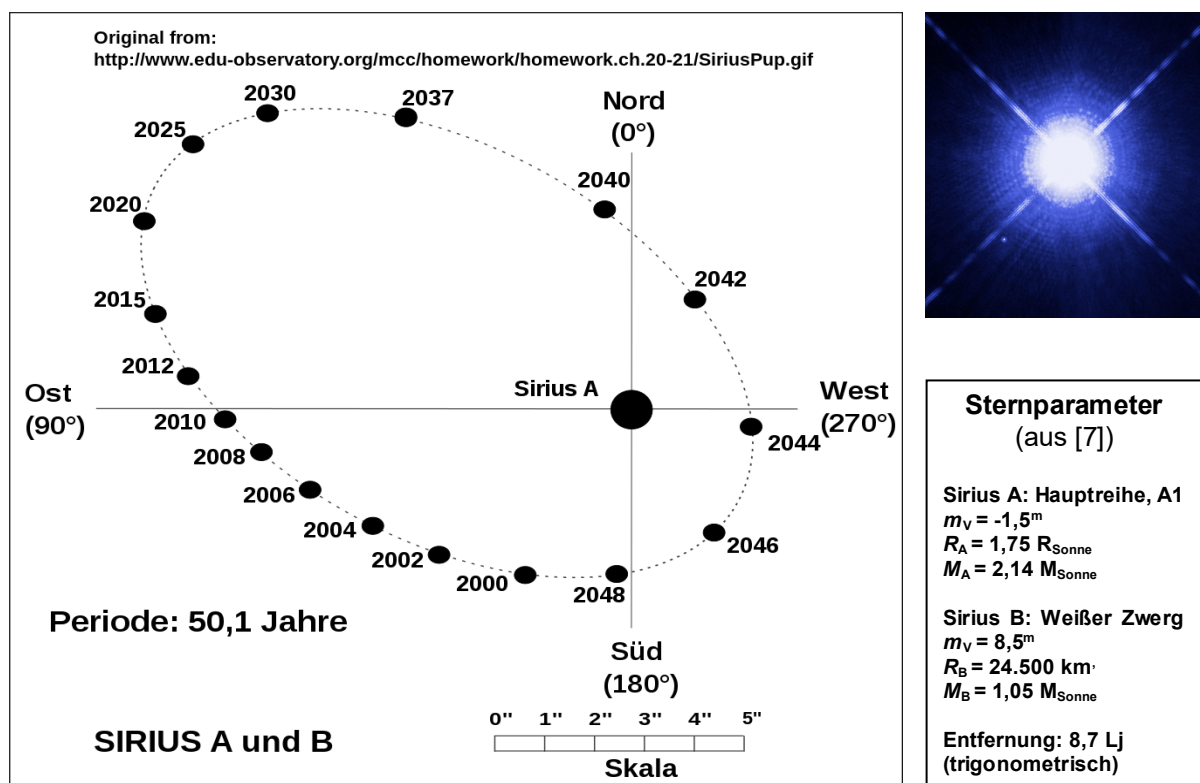


Abbildung 4: Links: Scheinbare (beobachtete) relative Umlaufbahn des Sterns Sirius B um den Stern Sirius A. ©: FrancescoA - Eigenes Werk, Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2871193>. Rechts: Hubble-Weltraumteleskop-Aufnahme des Doppelsterns Sirius A / B vom 15. 10. 2003. ©: By NASA, ESA, H. Bond (STScI), and M. Barstow (University of Leicester) - <http://www.spacetelescope.org/images/heic0516a/>, CC BY 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=477445>.

#### Aufgabe

Nutze die App „Bahnelemente“ im Modus „scheinbare Bahn ( $\epsilon, i, \omega, \Omega, v$ )“, um die beobachtete (scheinbare) Bahnellipse zu simulieren und dir ein Bild von der räumlichen Lage der relativen Umlaufbahn von Sirius B zu machen! Werde dir dabei auch über die Lage der Knotenlinie und des aufsteigenden Knotens klar! Visualisiere anschließend auch die wahre Umlaufbahn von Sirius B relativ zu Sirius A!

## Bedeckungs-Doppelstern OGLE-TR-122

[zurück zum Anfang](#)

Mit Hilfe eines optischen Gravitationslinsen-Experiments (OGLE) wurde der bedeckungsveränderliche Doppelstern OGLE-TR-122 entdeckt (Lichtkurve). Sein Bewegungsverhalten wurde anschließend am Very Large Telescope (VLT) untersucht (Radialgeschwindigkeitsmessungen).

Die kleinere Doppelsternkomponente, der **Rote Zwergstern** OGLE-TR-122 B, ist der **bisher kleinste bekannte direkt vermessene** (Bedeckungslichtkurve, siehe Bild unten) **Hauptreihenstern**. Sein Radius liegt nahe am theoretischen noch möglichen minimalen Radius.

Die aus den Messungen abgeleiteten Bahnparameter von OGLE-TR-122 B sind (aus [8]): numerische Exzentrizität  $\varepsilon = 0,205 \pm 0,008$ , Inklinationswinkel  $i = 88-90^\circ$  und Periastronlänge  $\omega = 99,2^\circ \pm 0,8$ .

Das Doppelsternsystem OGLE-TR-122 konnte bisher nicht abgebildet werden.

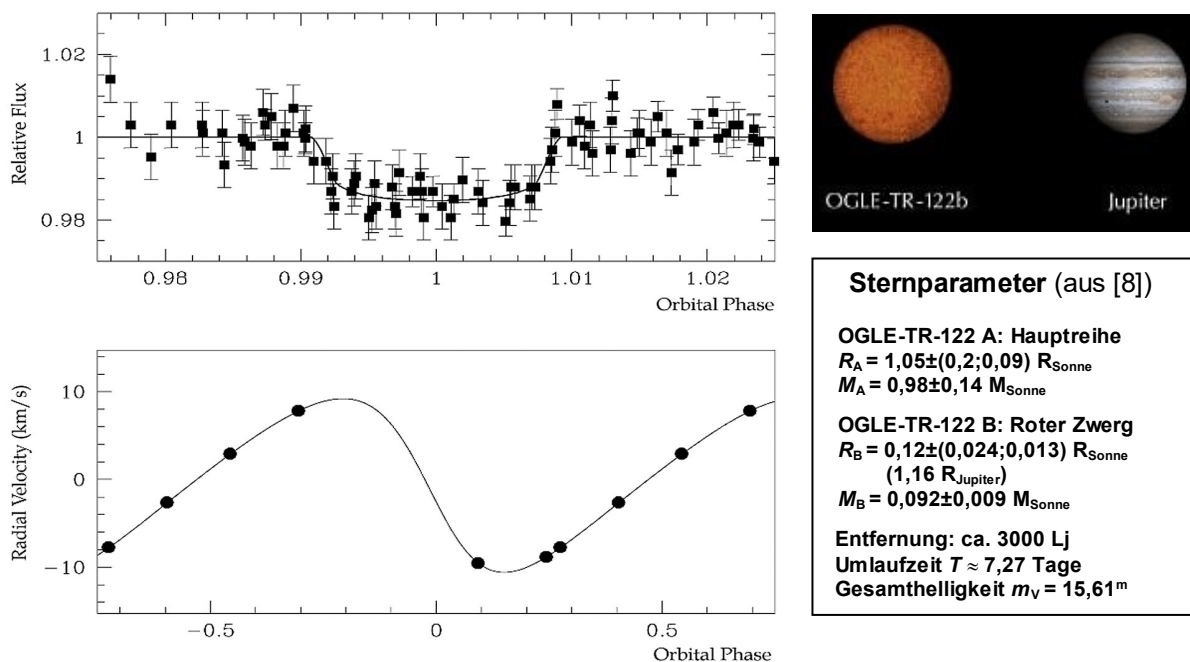


Abbildung 5: Links: Transitlichtkurve und Radialgeschwindigkeitskurve des Bedeckungs-Doppelsterns OGLE-TR-122. ©: ESO, <https://www.eso.org/public/images/eso0507a/>. Rechts: Der Stern OGLE-TR-122 B ist nur wenig größer aber 96-Mal so massereich wie Jupiter. © ESA / NASA, SOHO / Cassini / NASA, JPL / University of Arizona (Ausschnitt). <https://www.eso.org/public/images/eso0507c/>.

### Aufgabe:

Nutze die App „Bahnelemente“ im Modus „scheinbare Bahn ( $\varepsilon, i, \omega, \Omega, v$ )“, um die auf der Folgeseite (Abb. 6) abgebildete scheinbare und die wahre Bahnellipse von OGLE-TR-122 B zu simulieren!

### Zusatzaufgabe:

Ordne nun die in der wahren Bahnellipse markierten Bahnpunkte 1 – 6 den ausgewählten Werten von Radialgeschwindigkeiten (senkrechte Markierungen mit Kästchen für Zahleintragung) der dazugehörigen ebenfalls dargestellten Kurve (Abb. 7) zu und notiere diese bei Möglichkeit! Beachte dabei, dass die Radialgeschwindigkeit für die das Licht dominierende Komponente OGLE-TR-122 A gilt, während die Bahnpunkte 1 – 6 für die Komponente OGLE-TR-122 B gelten.

Die Bewegung von OGLE-TR-122 A läuft derjenigen von OGLE-TR-122 B entgegen. Informiere dich dazu in Abb. 9 (im Anhang)!

### Bedeckungs-Doppelstern OGLE-TR-122

[zurück zum Anfang](#)

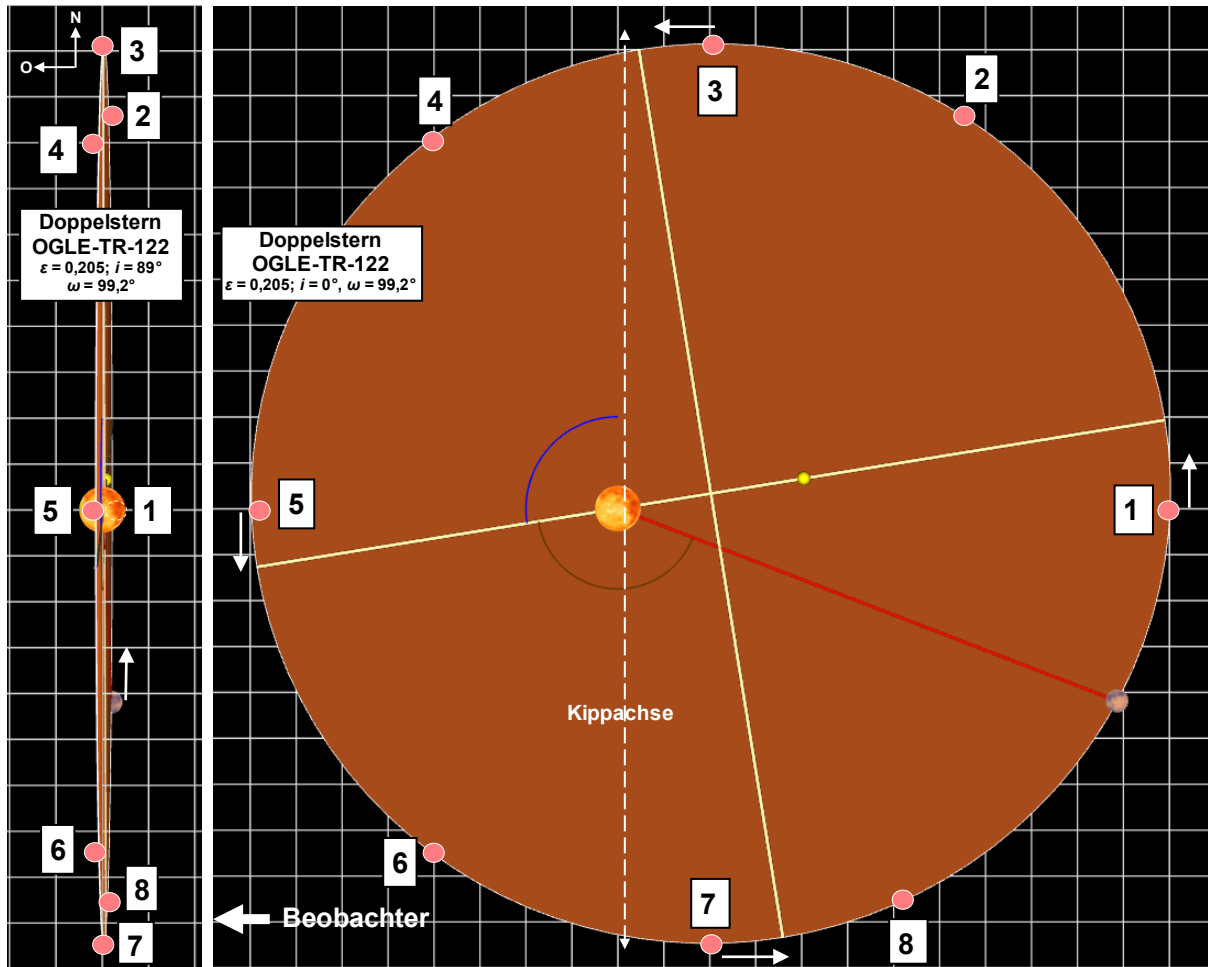


Abbildung 6: Links: Scheinbare (beobachtbare) und rechts wahre relative Umlaufbahn des Sterns OGLE-TR-122 B in Bezug zum Hauptstern OGLE-TR-122 A. Während der Anblick der scheinbaren Bahn links dem (möglichen) Himmelsanblick entspricht, blickt man rechts aus der angedeuteten Richtung von links in die Ebene der wahren Umlaufbahn.

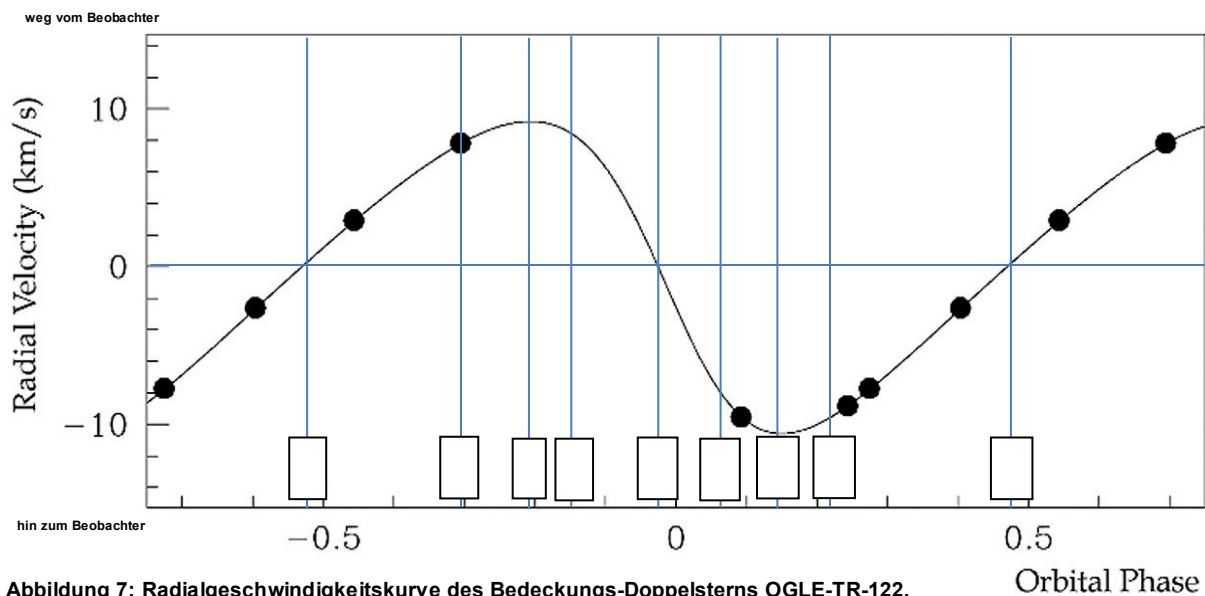


Abbildung 7: Radialgeschwindigkeitskurve des Bedeckungs-Doppelsterns OGLE-TR-122.  
 © ESO, <https://www.eso.org/public/images/eso0507a/>.



[zurück zum Anfang](#)

## Quellen

- [1] Daten zu Planeten und anderen Sonnensystemobjekten: <https://de.wikipedia.org/wiki/Erdbahn>, [https://de.wikipedia.org/wiki/Jupiter\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Jupiter_(Planet)), [https://de.wikipedia.org/wiki/Mars\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Mars_(Planet)), <https://de.wikipedia.org/wiki/Pluto>, [https://de.wikipedia.org/wiki/Halleyscher\\_Komet](https://de.wikipedia.org/wiki/Halleyscher_Komet), [https://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx\\_pos\\_planets.pdf](https://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx_pos_planets.pdf)
- [2] Eisenhauer, F.; et al. (2003). "A Geometric Determination of the Distance to the Galactic Center". The Astrophysical Journal. 597 (2): L121–L124, <https://doi.org/10.1086/380188>.
- [3] Fischer, O.: Modelle und Experimente - Brücken zu Vorstellungen und Erkenntnissen der Astronomie, Habilitationsschrift, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2005
- [4] Fischer, Olaf: „Doppelsterne – Versuchsobjekte für das Auge, die Optik, das Weltbild und die Schwere“, WIS 7/2006, <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/zentrales-wis-dokument-suw-7-2006/1049719>.
- [5] Fischer, Olaf: „Kepler für Kids“, WIS 12/2009, <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/zentrales-wis-dokument-ms-12-2009/1049380>.
- [6] Fischer, Olaf: „In den Galaxienkernen - „Von Raubtieren und ihrer Fütterung““, WIS 11/2006, <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/zentraler-wis-beitrag-suw-11-2006/1049701>.
- [7] Benest, D., Duvent, J. L.: Is Sirius a triple star?, Astronomy and Astrophysics 299 (1995), 621-628, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1995A&A...299..621B>.
- [8] Pont, F. et al.: „A planet-sized transiting star around OGLE-TR-122. Accurate mass and radius near the hydrogen-burning limit“, Astronomy and Astrophysics, Volume 433, Issue 2, April II 2005, pp.L21-L24, <https://doi.org/10.1051/0004-6361:200500025>.
- [9] <https://www.lindau-nobel.org/de/blog-nobelpreis-fur-physik-2020-schwarze-locher-die-kosmische-kronung-der-schwerkraft/>.

[zurück zum Anfang](#)

## ANHANG

### Einführung in die Bahnelemente mit einem Anschauungsmodell (aus [3]) (wahre und scheinbare Bahnebene)

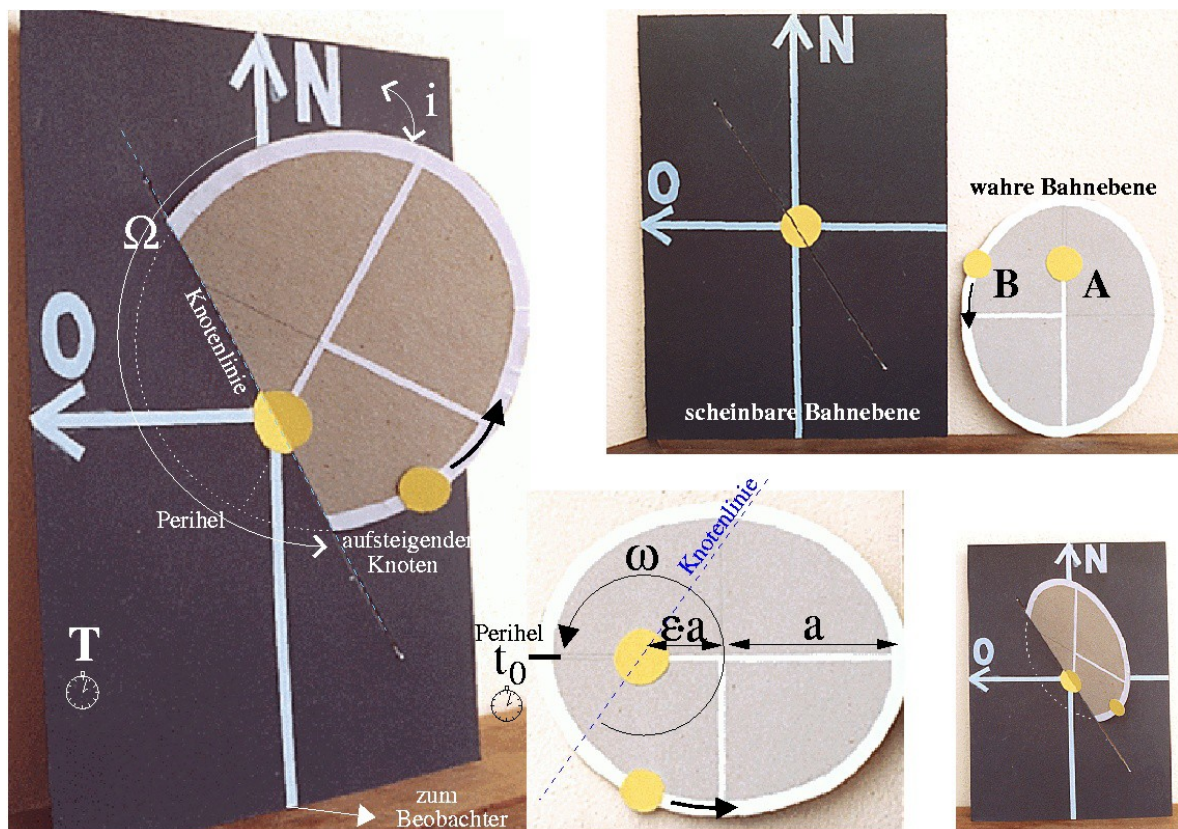
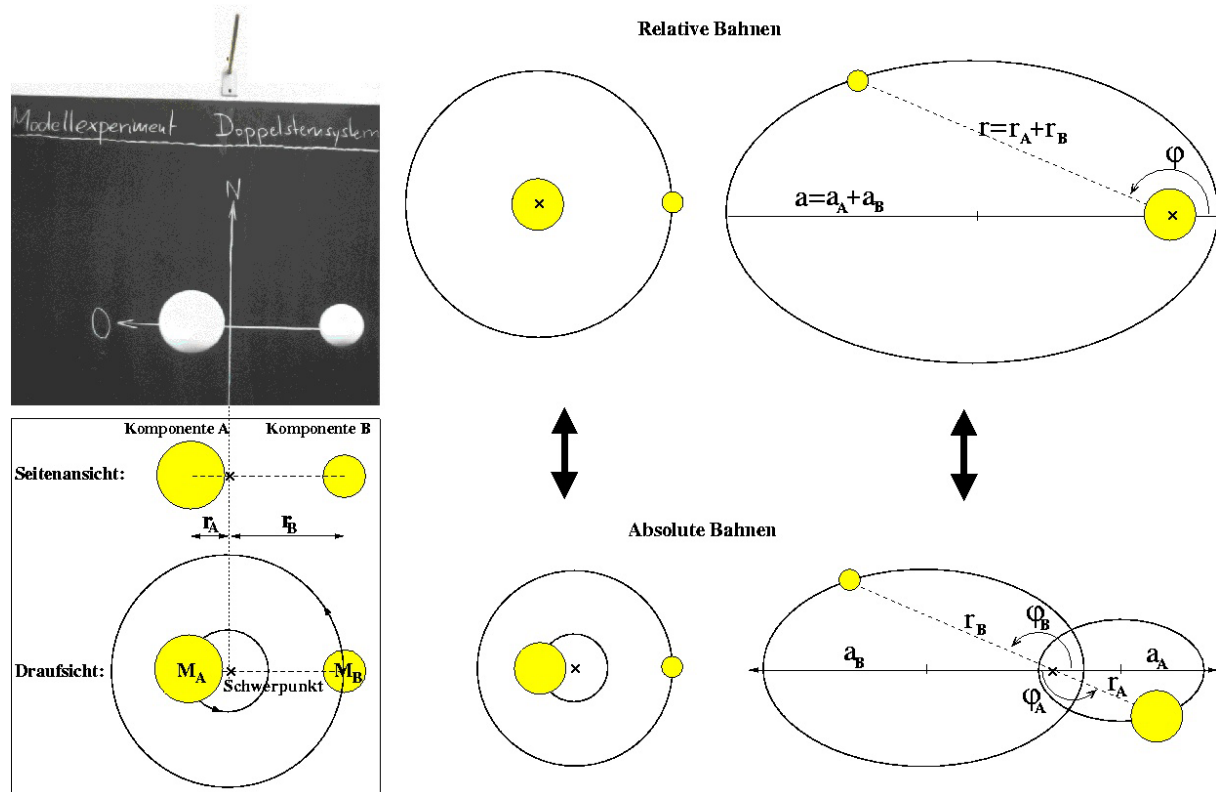


Abbildung 8: Modell zur Demonstration der 7 Bahnelemente eines Doppelsternsystems. Die schwarze rechteckige Pappscheibe stellt die Tangentialebene an die Himmelskugel (= Projektionsebene) dar, in der sich das System scheinbar bewegt. In der scheinbaren Bahnebene werden die Umlaufzeit  $T$  und der Positionswinkel  $\Omega$  des aufsteigenden Knotens (dort, wo die wahre Bahn die scheinbare Bahnebene in Richtung zum Beobachter durchstößt) gemessen. Der Neigungswinkel  $i$  definiert die Verkippung der wahren Bahnebene zur Tangentialebene (Neigungsachse = Knotenlinie). Für eine Bahnbewegung entgegen dem Uhrzeigersinn betragen die Neigungswinkel  $i \leq 90^\circ$ , für einen retrograden Umlauf (im Uhrzeigersinn) gilt für die Neigungswinkel  $90^\circ \leq i \leq 180^\circ$ . In einen Schlitz in der rechteckigen Pappscheibe wird die elliptische Pappscheibe gesteckt. Diese stellt die wahre Bahnebene dar. In der wahren Bahnebene misst man die große Halbachse  $a$ , die numerische Exzentrizität  $\varepsilon$  ( $\varepsilon a$ : Strecke Mittelpunkt-Brennpunkt), den Winkelabstand  $\omega$  des aufsteigenden Knotens zum Periastron (in Richtung der Umlaufbewegung, auch Periastronlänge genannt) und die Zeit  $t_0$  für den Durchgang des Begleiters durch das Periastron. Für das dargestellte Beispiel sind:  $a = 8,5\text{cm}$ ,  $b = 7,4\text{cm}$ ,  $\varepsilon = 0,49$  ( $\varepsilon = \sqrt{(1 - b^2)/a^2}$ ),  $\omega = 325^\circ$ ,  $\Omega = 200^\circ$ ,  $i = 45^\circ$ . Ganz rechts im Bild stehen sich die wahre Bahnellipse (oben) und ihr projizierter Anblick (scheinbare Bahnellipse, unten) gegenüber. Aus [3].

[zurück zum Anfang](#)

## Grundlegendes zu relativen und absoluten Bahnen von Doppelsternen (aus [3])



**Abbildung 9:**

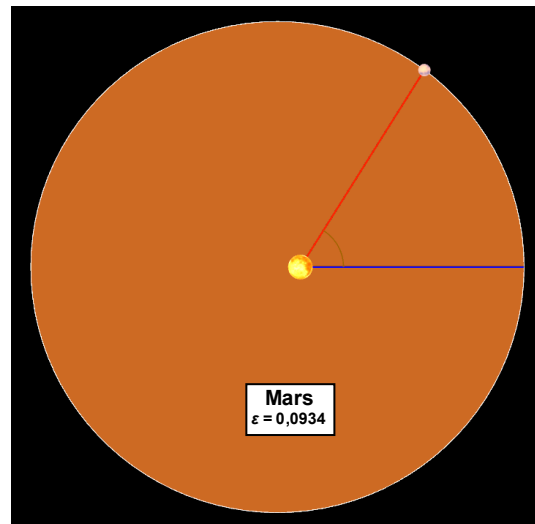
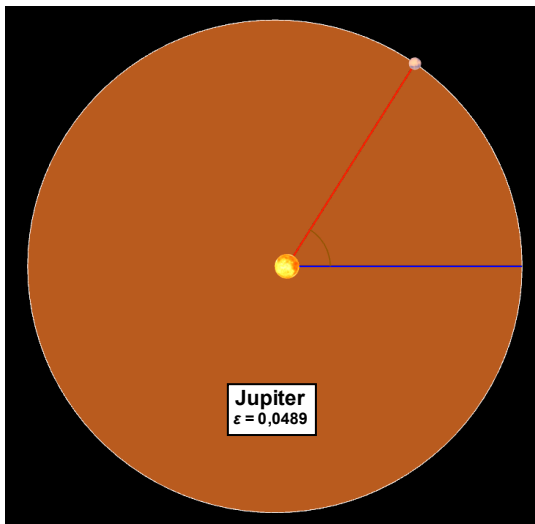
Links: Demonstrationsmodell in Verbindung mit dem Tafelbild(modell). Die Darstellung der absoluten Bahnen der Sterne eines Doppelsternsystems wird in Verbindung mit dem Demonstrationsmodell plausibel. Die zur Massenberechnung benötigten Abstände  $r_A$  und  $r_B$  der Doppelsternkomponenten zum Schwerpunkt werden sofort ersichtlich.

Rechts: In Verallgemeinerung des Modells sollte man zeigen, dass absolute Bahnen bei größeren Exzentrizitäten sich überschneiden können. Auch die Erkenntnis, dass die wahren Bahnellipsen (zwei absolute, eine relative) einander ähnliche Ellipsen sind, gilt es herauszuarbeiten. Dreht man die Ellipse A gedanklich um  $180^\circ$ , so wird ihre Ähnlichkeit mit Ellipse B einfacher ersichtlich. Wesentlich dafür ist das konstante Abstandsverhältnis  $r_A / r_B$  bezüglich der gleichen Bahnposition ( $\varphi_A = \varphi_B$ ). Aus [3].

## Ergebnisse zu den Aufgaben mit der Astro-App „Bahnelemente“

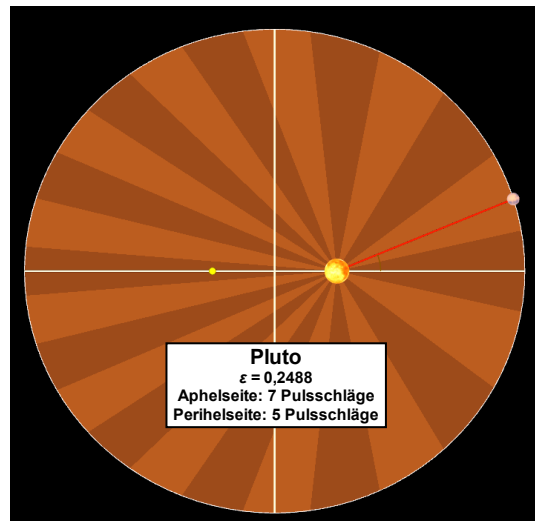
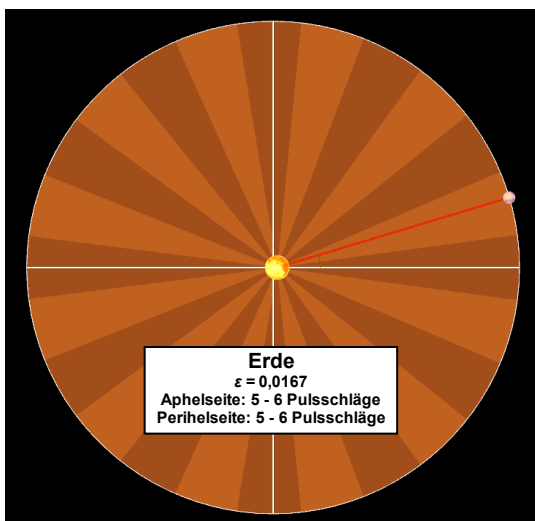
### 1.) Wahre Bahnen verschiedener Planeten, eines Zwergplaneten und eines Kometen (1. und 2. keplersches Gesetz)

#### Aufgabe a: Jupiter und Mars



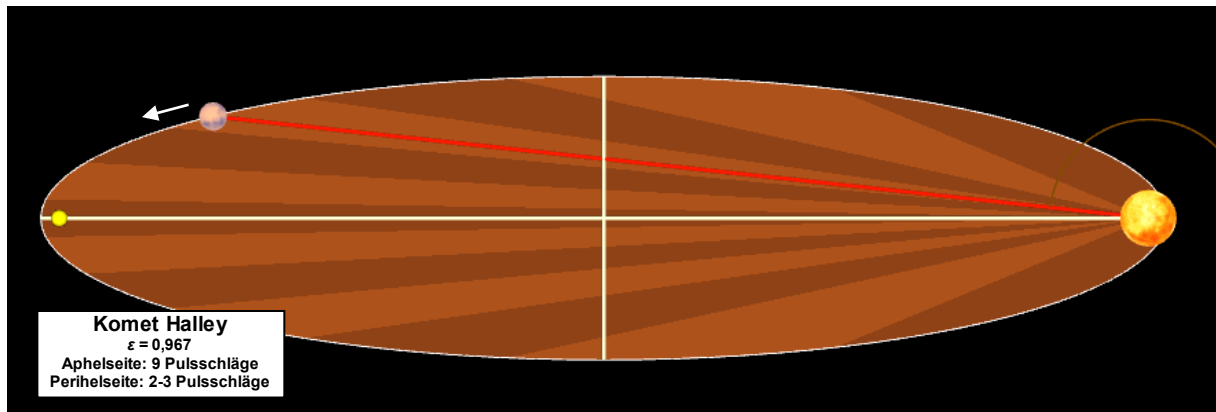
Die Exzentrizität der Marsbahn ist deutlich besser zu erkennen als diejenige der Jupiterbahn.

#### Aufgabe b: Erde und Pluto (mit Sichtbarkeit der Bahnachsen und der gleich großen Teilflächen)



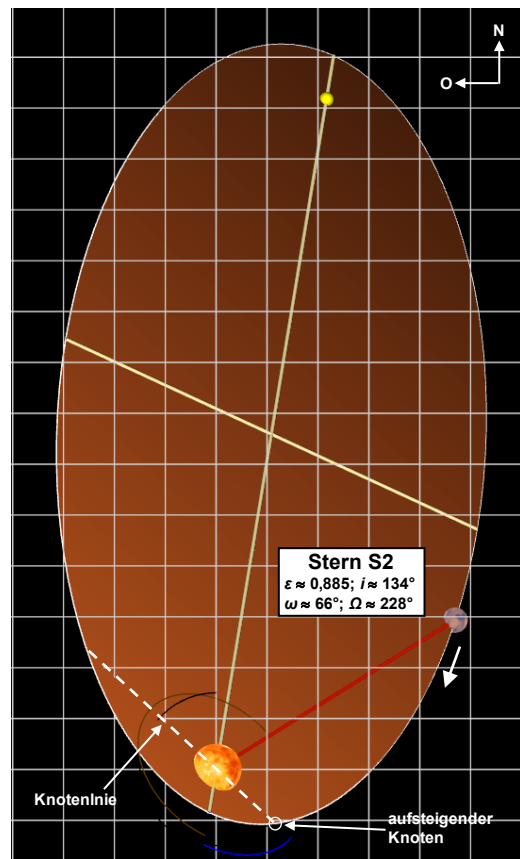
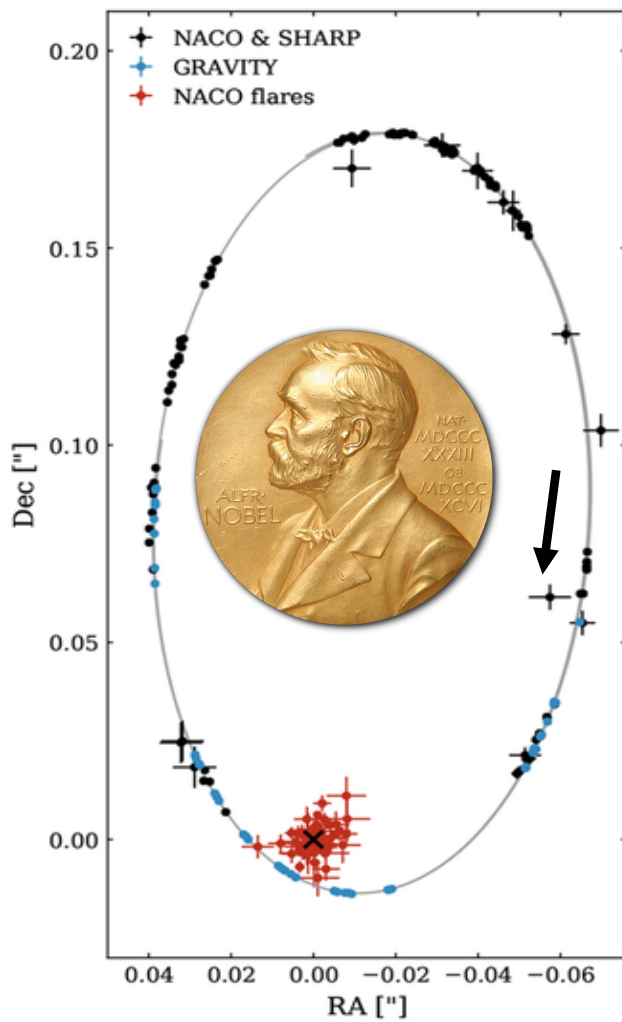
Die starke Exzentrizität der Bahn von Pluto ist sowohl an der Bahnform als auch an der Geschwindigkeitsvariation beim Plutoumlauf zu erkennen.

**Aufgabe c: Komet Halley**



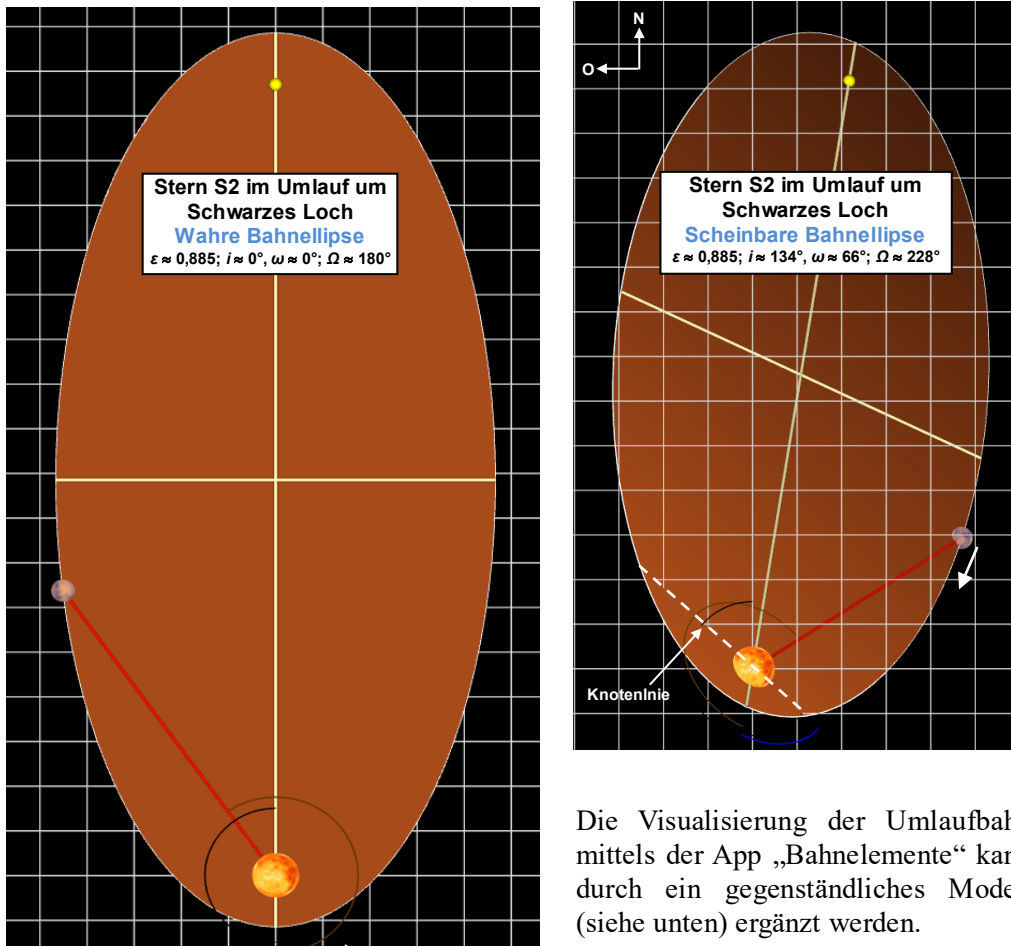
**2.) Wahre und scheinbare Bahn des Sterns S2 um das galaktische Zentrum**

Beobachtete (scheinbare) Bahnellipse im Vergleich zur visualisierten scheinbaren Bahnellipse

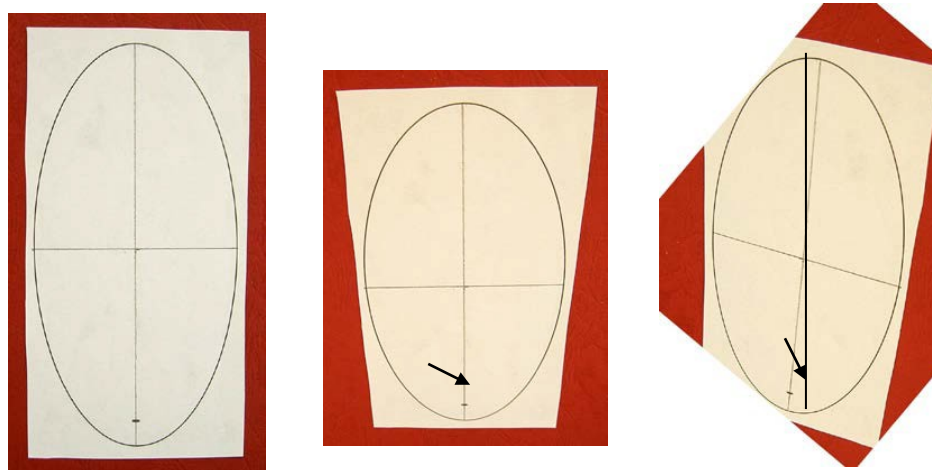


[zurück zum Anfang](#)

Visualisierte wahre Bahnellipse im Vergleich zur visualisierten scheinbaren Bahnellipse von S2



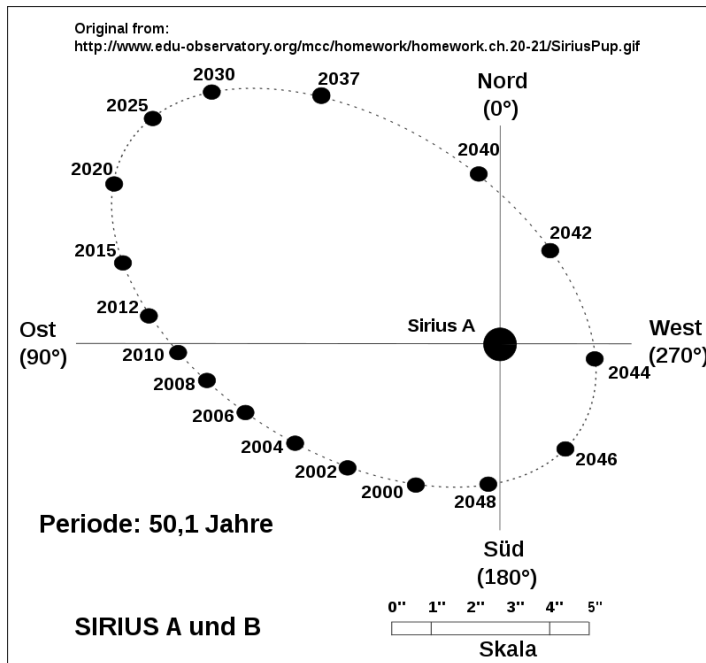
Die Visualisierung der Umlaufbahn mittels der App „Bahnelemente“ kann durch ein gegenständliches Modell (siehe unten) ergänzt werden.



Die Bahnellipse von S2 im gegenständlichen Modell. Links: Die wahre Bahnellipse des Sterns S2 um das galaktische Zentrum. Mitte: Kippt man die wahre Bahnellipse gegen die Tangentialebene, so ändert sich die Exzentrizität der nun in Projektion sichtbaren Ellipse (scheinbare Bahnellipse, Pfeil weist auf deren Brennpunkt). Rechts: Verdreht man die wahre Ellipse noch etwas in ihrer verkippten Lage, so erscheinen ihre Achsen windschief und der Brennpunkt der wahren Bahnellipse rutscht von der eingezeichneten Längsachse der scheinbaren Bahnellipse weg (was zu Irritationen führen kann). Aus [6].

### 3.) Wahre und scheinbare Bahn von Doppelsternen

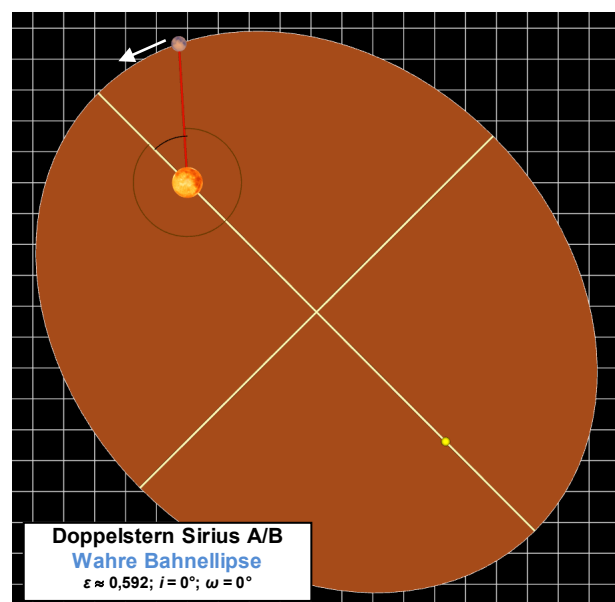
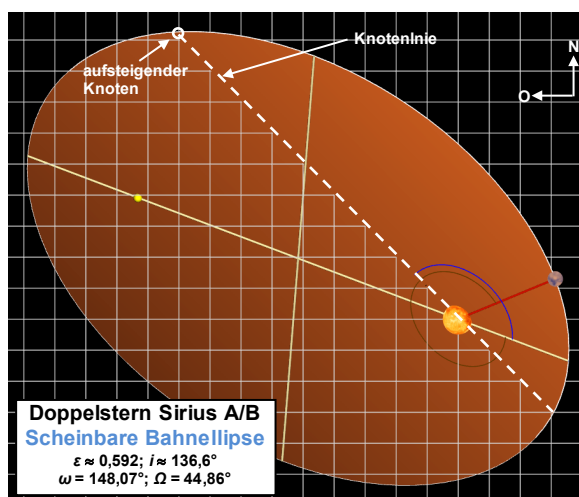
#### Astrometrischer Doppelstern Sirius A / B



Beobachtete (scheinbare) relative Umlaufbahn des Sterns Sirius B um den Stern Sirius A. © FrancescoA - Eigenes Werk, Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2871193>.

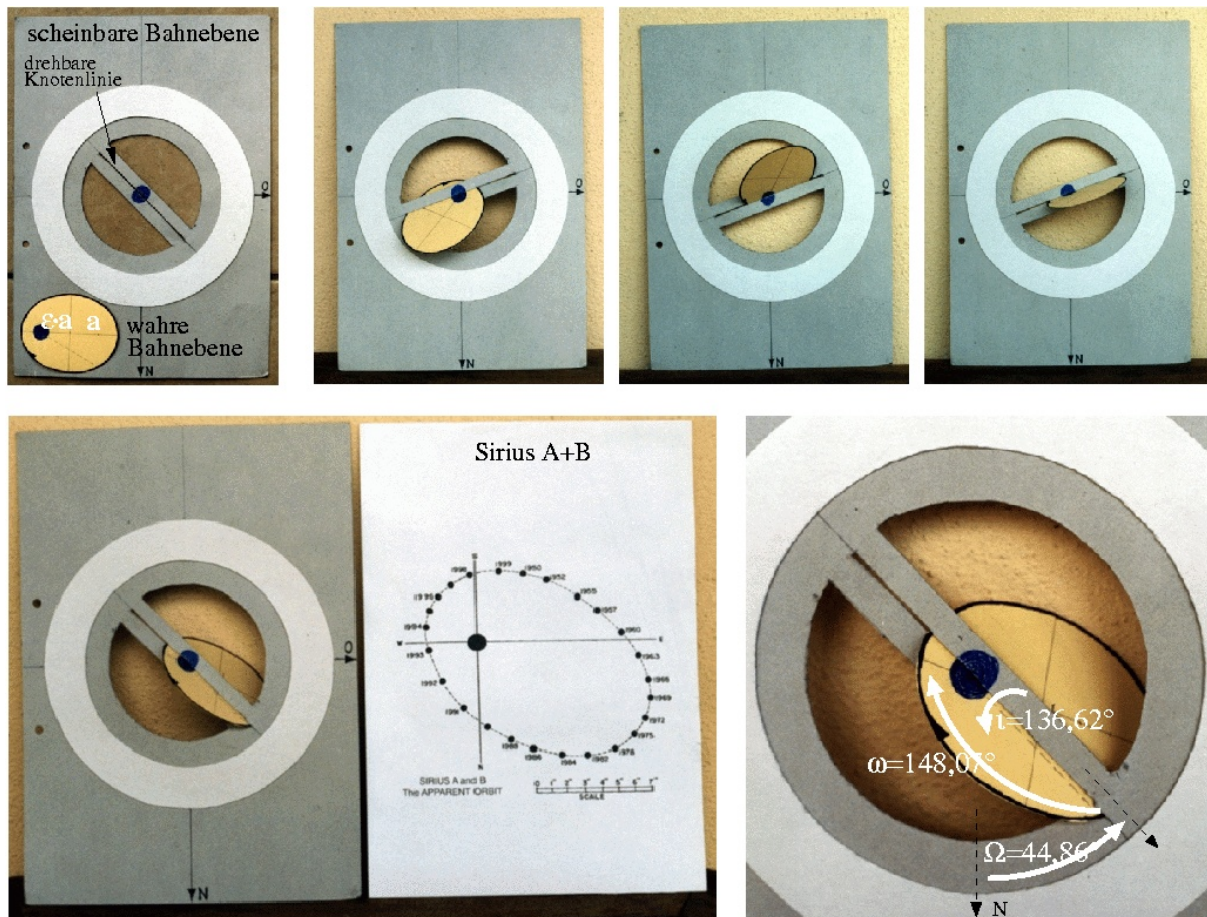
Die Visualisierung der scheinbaren und wahren Umlaufbahn von Sirius B kann mittels der App „Bahnelemente“ (siehe unten) durch ein gegenständliches Modell (siehe Folgeseite) ergänzt werden.

#### Visualisierte wahre Bahnellipse im Vergleich zur visualisierten scheinbaren Bahnellipse von Sirius B um Sirius A



[zurück zum Anfang](#)

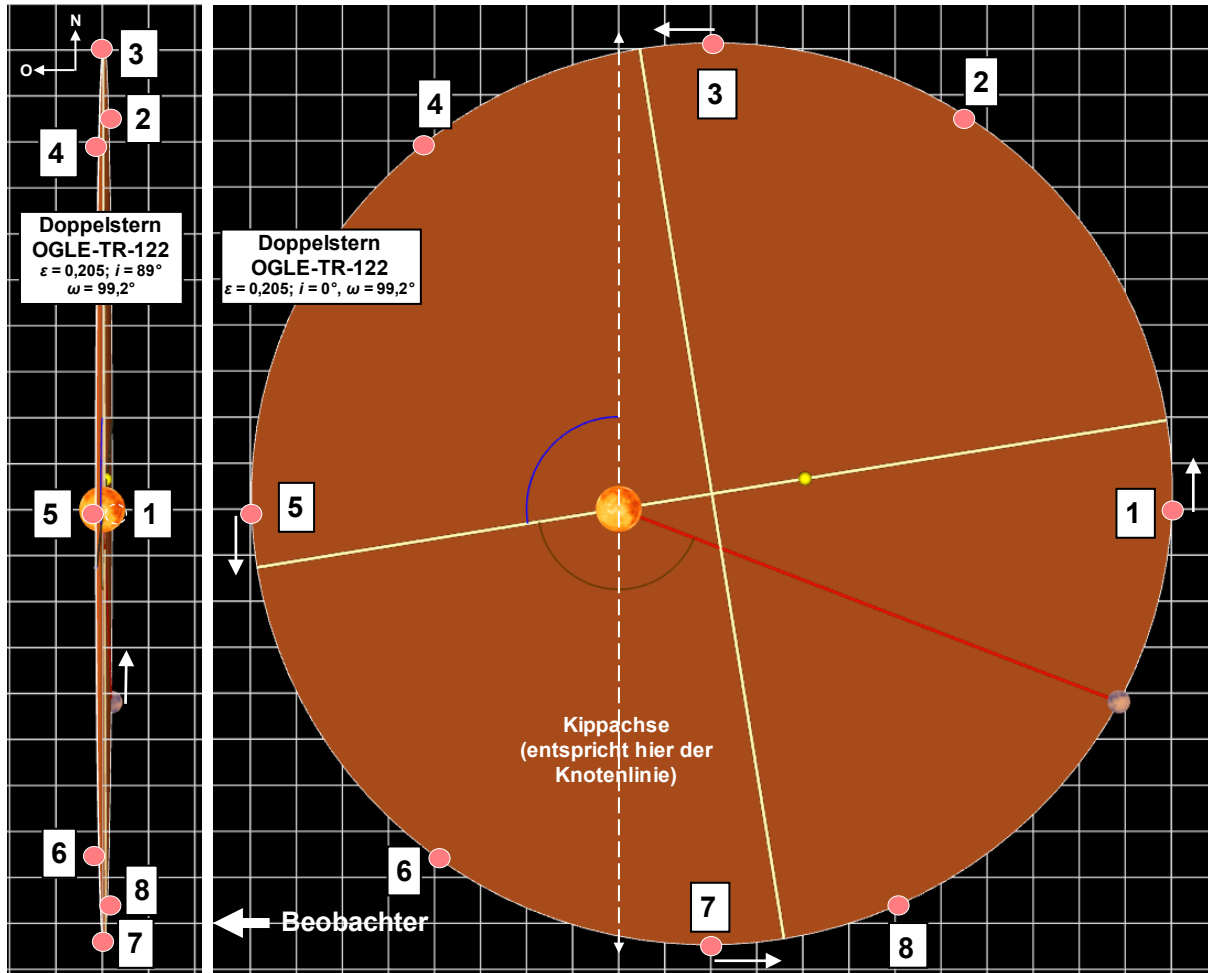
## Gegenständliches Bahnlagemodell für den Doppelstern Sirius A / B (aus [3])



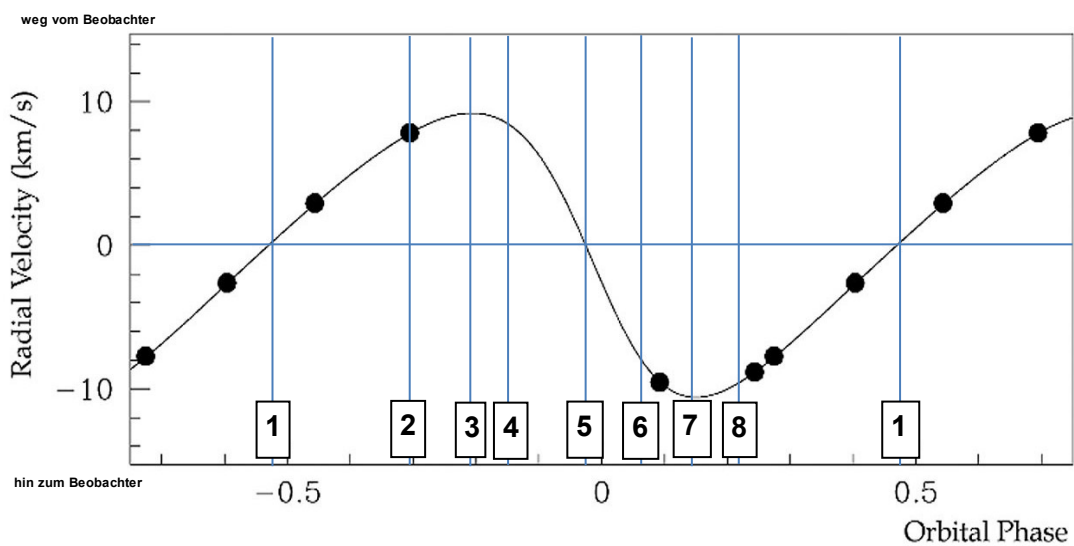
Abheftbares Pappmodell zur räumlichen Darstellung der Bahnparameter von Doppelsternen. Das Modell besteht aus einer A4-Pappe, die die scheinbare Bahnebene (Tangentialebene an die scheinbare Himmelskugel) darstellt und einer kleineren Pappscheibe, die die wahre Bahnebene repräsentiert. Die A4-Pappe ist mittig kreisrund ausgeschnitten und mit einem drehbaren Einsatz zur Einstellung des Positionswinkels  $\Omega$  des aufsteigenden Knotens versehen. Der Einsatz ist offen gestaltet, so dass auch der durchgesteckte Teil der wahren Bahnebene sichtbar ist. Die wahre Bahnebene kann um die Knotenlinie gekippt ( $i$ ) und in Bezug auf die Knotenlinie verdreht ( $\omega$ ) werden. Die Ausrichtung des Koordinatensystems entspricht dem Anblick im Fernrohr (Norden unten, Osten rechts). Die wahre Bahnellipse wurde entsprechend maßstäblich zu der des Siriuissystems proportioniert ( $a = 4 \text{ cm}$ ,  $\varepsilon = 0,5923 \rightarrow b = 3,2 \text{ cm}$ ) und für verschiedene räumliche Lagen (Variation von  $i$  und  $\omega$ ) eingestellt. Dabei wird das unterschiedliche Aussehen (die unterschiedlichen scheinbaren Bahnellipsen) deutlich. Im Bild unten wurde die Einstellung entsprechend den Bahnelementen des Siriuissystems vorgenommen. Der sich ergebende Modellanblick (die scheinbare Bahnellipse beim Modell) entspricht gut dem Beobachtungsergebnis (Mitte). Man erkennt auch, dass die Komponente A nicht im Brennpunkt der scheinbaren Bahnellipse steht (aus [3]).



**Bedeckungs-Doppelstern OGLE-TR-122**



Links: Scheinbare (beobachtbare) und rechts wahre Umlaufbahn des Sterns OGLE-TR-122 B.

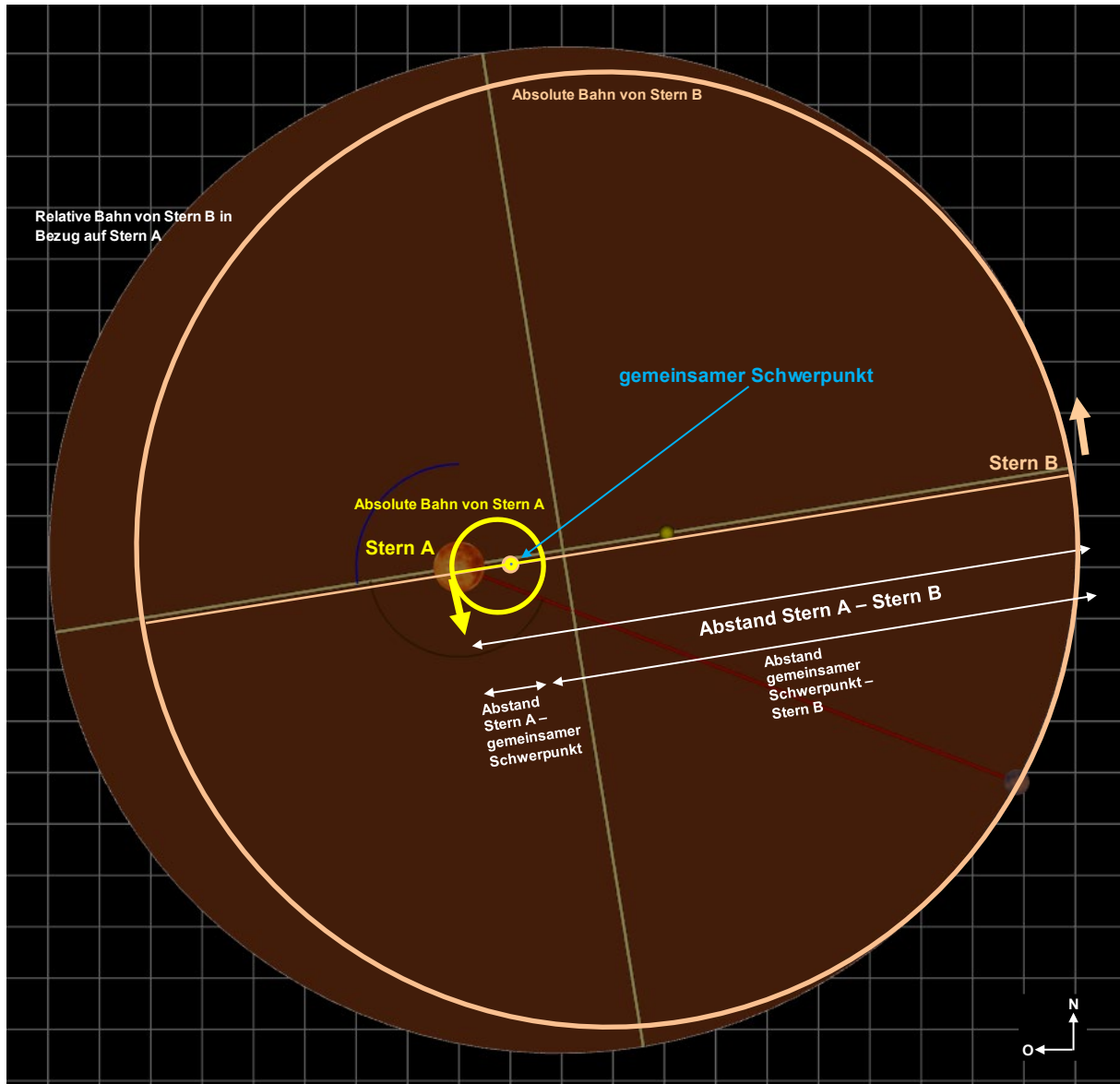


Radialgeschwindigkeitskurve des Bedeckungs-Doppelsterns OGLE-TR-122.

© ESO, <https://www.eso.org/public/images/eso0507a/>.

Die Lösung der Zusatzaufgabe kann mit Hilfe der beiden folgenden zwei Darstellungen erläutert werden.

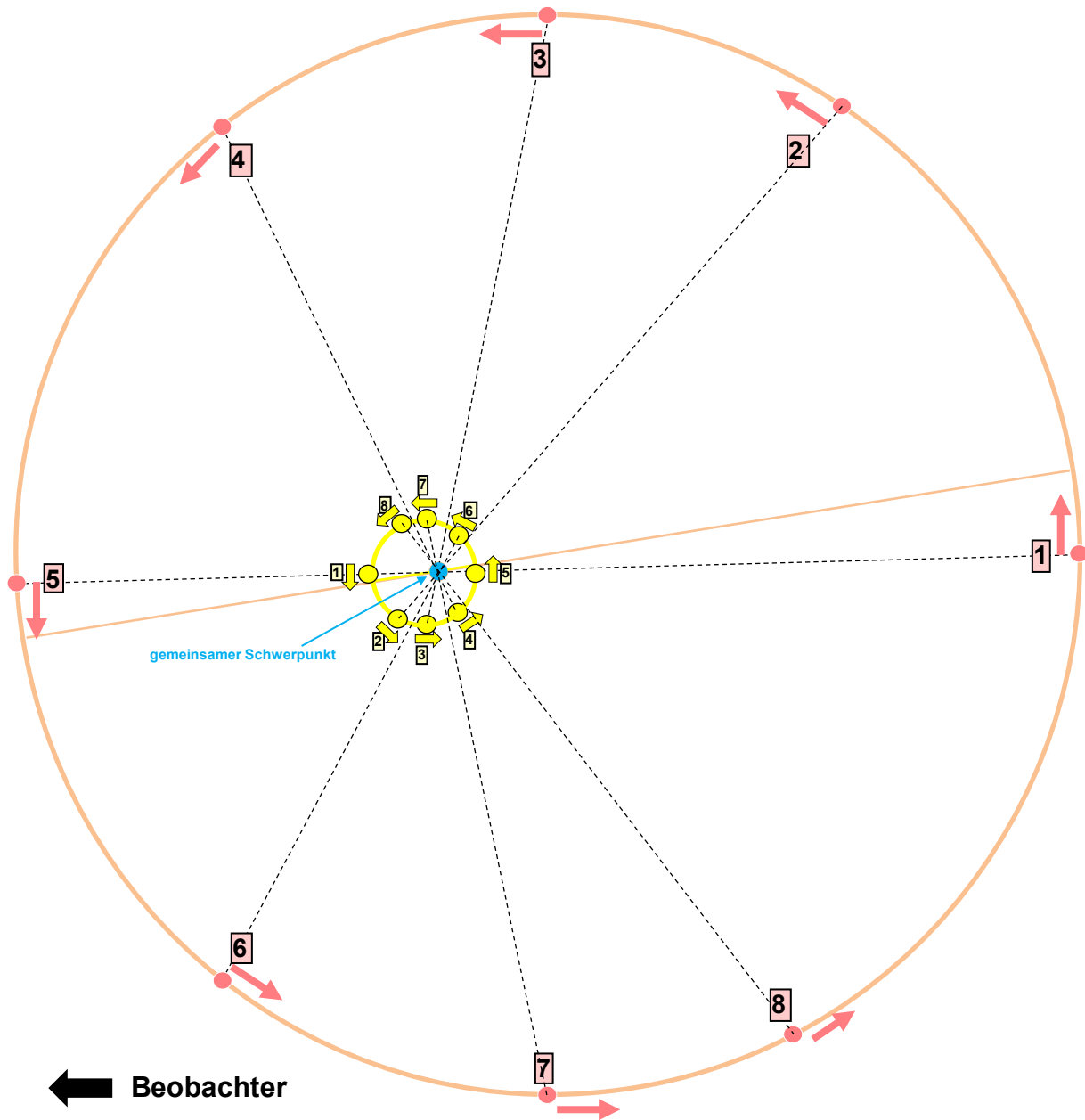
## Relative Bahn und absolute Bahnen von OGLE-TR-122 A / B



Die wahre relative Bahn des Sterns OGLE-TR-122 B in Bezug auf den Stern OGLE-TR-122 A (im Brennpunkt der relativen Bahnellipse) kann in die wahren absoluten Bahnen der Sterne OGLE-TR-122 B und OGLE-TR-122 A zerlegt werden, die beide den gemeinsamen Schwerpunkt in einem der Brennpunkte ihrer jeweiligen Bahnellipsen haben.

[zurück zum Anfang](#)

## Bewegung von OGLE-TR-122 A und OGLE-TR-122 B auf ihren absoluten Umlaufbahnen



Die Radialgeschwindigkeitsmessungen erfassen vor allem das Licht der viel heller strahlenden Doppeltsternkomponente OGLE-TR-122 A. Bei der Interpretation der Radialgeschwindigkeitskurve muss man deshalb die absolute Bahn des Stern OGLE-TR-122 A betrachten. Diese erweist sich als immer gegenläufig zur Bewegung von OGLE-TR-122 B. Z. B. in Punkt 7 bewegt sich OGLE-TR-122 B (rosa) weg vom Beobachter, was bedeutet, dass sich OGLE-TR-122 A (gelb) hin zum Beobachter bewegt (was definitionsgemäß negativ angegeben wird).