

Die Vermessung der Welt – Modellexperimente zur Entfernungsbestimmung für den Klassenraum

In Bezug zum SuW-Beitrag Beitrag „Riesenkomet ist auf dem Weg zur Sonne“, Brennpunkt 2172 in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 5/2022, WIS-ID: 1571310, Zielgruppe: Oberstufe

Matthias Hesse, Johannes Schulz, Anne-Kathrin Westen

Nachdem lange Zeit gestritten wurde, ob Kometen überhaupt zum Sternhimmel gehören oder vielleicht doch nur atmosphärische Erscheinungen sind, konnte schon im Jahr 1577 durch Tycho Brahe gezeigt werden, dass ein damals weithin sichtbarer Komet sogar viel weiter entfernt sein musste als der Mond. Für Schüler kann die Frage durchaus spannend sein wie man auf die heute scheinbar selbstverständlichen Entfernungsangaben kommt, wie z. B. für den in SuW 5/2022 (Brennpunkt 2172) erwähnten Riesenkometen C/2014 UN271.

In diesem WIS-Beitrag sollen zwei Möglichkeiten präsentiert werden, für Schüler*innen ohne astronomische Vorkenntnisse die Entfernungsbestimmung von Objekten des Weltalls modellhaft an terrestrischen Objekten durchzuführen. Die beschriebenen Versuche werden im Schülerlabor UniLab der Didaktik der Physik der Humboldt-Universität zu Berlin als Tagesveranstaltung für Schülerinnen und Schüler ab Klasse 10 durchgeführt.*

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Positionsastronomie Geschichte der Astronomie	Geometrische und photometrische Entfernungsbestimmung, Parallaxenmethode , Standardkerze , Friedrich Wilhelm Bessel , erste Entfernungsbestimmung für einen Stern
Physik	Optik	Abstandsquadrat-Gesetz , elektrische Leistung , Strahlungsintensität , photometrische Messungen an Glühlampen , Thermosäule
Fächer- verknüpfung	Astronomie - Mathematik	Trigonometrie , Tangens , Winkelbeziehungen , Stufenwinkel , Winkelsumme im Dreieck , Kugeloberfläche
Lehre allgemein	Kompetenzen (Fachwissen, Erkenntnis), Lehr-/Sozialformen, Unterrichtsmittel	Ausgewählte Grundlagen astronomischer Entfernungsbestimmung Modellexperimente, Schüler praktizieren Parallaxenmessung bei einem terrestrischen Objekt , Gruppenarbeit (ca. 4,5 h) , Arbeitsblätter , Film

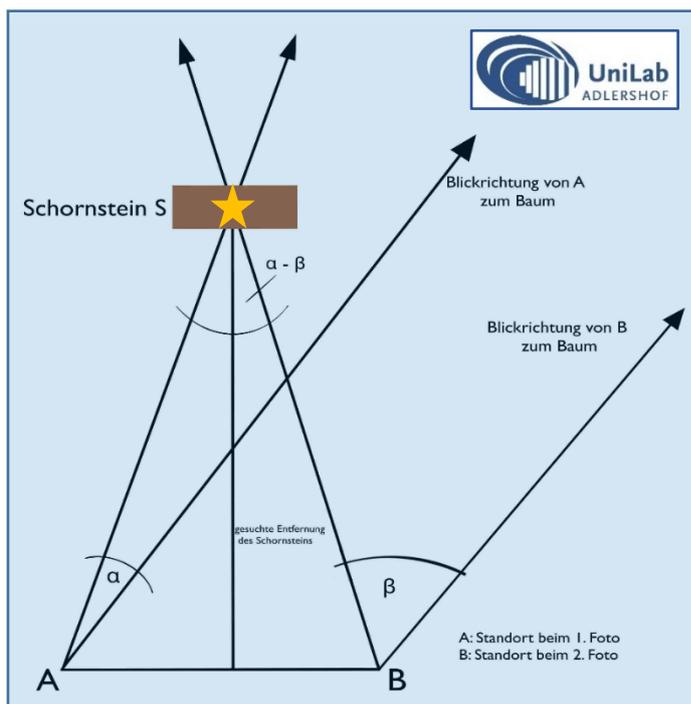


Abbildung 1: Gleichschenkliges Dreieck, gebildet vom Schornstein als Modellstern und den zwei Positionen, von denen aus fotografiert wurde. Die Sichtlinien zum möglichst weit entfernten Baum sind als Parallelen zu betrachten.
©: UniLab Adlershof.

* Die hier vorgestellten Inhalte sind auch in Heft 185 der Zeitschrift „Astronomie und Raumfahrt im Unterricht“ erschienen.

Parallaxenmethode

[zurück zum Anfang](#)

Wenn wir von der Erde aus einen Stern in unserer Nähe vor weit entfernten Hintergrundsternen betrachten, so ändert sich dessen Position relativ zu den weiter entfernten Hintergrundsternen mit der Position auf der Erdumlaufbahn. Dies macht man sich zur Entfernungsbestimmung mit Hilfe der Parallaxenmethode zunutze [1].

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen im Modellexperiment die Entfernung zu einem nahegelegenen (ca. 300 Meter) Schornstein. Hauptwerkzeug stellt dabei eine einfache Digitalkamera mit 5-fach Zoom dar¹.

Dazu muss zunächst etwas Vorarbeit geleistet werden. Die Schülerinnen und Schüler fotografieren dafür einen Gegenstand, z. B. ein Poster o. ä. so, dass auf der Digitalkamera die Breite des Bildes der Breite des Gegenstands entspricht. Der Abstand vom Objekt wird ebenfalls notiert. (vgl. Abb. 2).



Abbildung 2: Unsere einfache Digitalkamera hat bei 5-fach Zoom ein Sichtfeld von ungefähr 15° Breite, d. h. bei einer gerade noch abgebildeten Gegenstandsweite von 84 cm ist die Kamera etwa 320 cm vom Gegenstand entfernt. ©: UniLab Adlershof.

Aus diesen gemessenen Größen können sie den Winkel: Linkes Ende des Gegenstands – Kamera – rechtes Ende des Gegenstands durch Anwendung einfacher Winkelbeziehungen errechnen. Das Bild der Stellwand übertragen sie auf einen Laptop und berechnen nun mittels Dreisatz, welche Strecke auf dem Laptop einem Grad entspricht. Je nach Bildschirmgröße entsprechen im Beispiel der verwendeten Kameras und Laptops im Schülerlabor ein bis zwei Zentimeter einem Grad.

Da jeder Abstand auf den Fotos direkt mittels Lineal in einen Winkelabstand umgerechnet werden kann, ist die Digitalkamera nun zu einem Winkelmesser geworden.

¹ Alternativ kann auch die Kamera eines Smartphones verwendet werden. Die späteren Zwischenergebnisse können dann jedoch je nach Smartphone variieren. Im Schülerlabor verwenden wir Digitalkameras um allen Schüler*innen gleiche Möglichkeiten zur Verfügung zu stellen.

[zurück zum Anfang](#)

Die **Parallaxenmethode** wird angewendet, indem der Schornstein von zwei verschiedenen, etwa 2-3 Meter auseinanderliegenden Punkten aus fotografiert wird, sodass sich die Position des Schornsteins relativ zu einem weit entfernten Baum, analog wie bei Sternen durch unterschiedliche Erdpositionen, verändert. (vgl. Abb. 3 und 4)



Abbildung 3: Aufnahme von Punkt A aus.
©: UniLab Adlershof.



Abbildung 4: Aufnahme von Punkt B aus.
©: UniLab Adlershof.

Die Entfernung des Schornsteins im Vordergrund (mit Geländer) ist zu bestimmen; die Bäume im Hintergrund werden als „unendlich weit entfernt“ angenommen; die Entfernung der Punkte A und B beträgt bei diesen Aufnahmen 2,4 Meter; der Schornstein ist ca. 300 Meter entfernt. Dabei soll der Schornstein ungefähr in der Bildmitte aufgenommen werden, um die Annahme

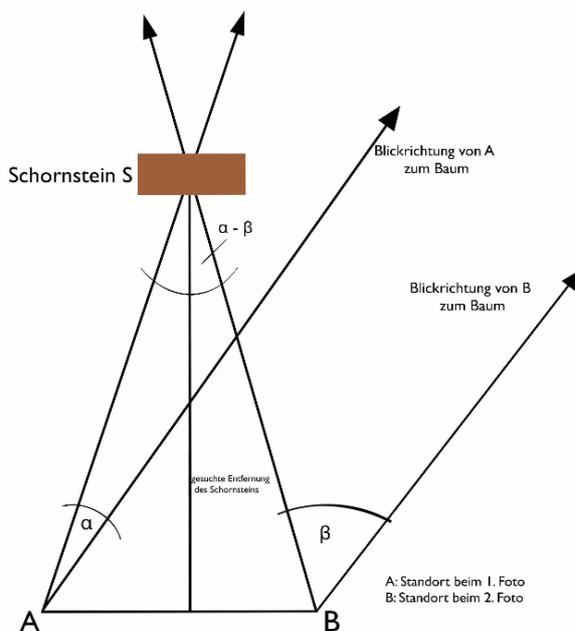


Abbildung 5: Gleichschenkliges Dreieck, gebildet vom Schornstein als Modellstern und den zwei Positionen, von denen aus fotografiert wurde. Die Sichtlinien zum möglichst weit entfernten Baum sind als Parallelen zu betrachten. ©: UniLab Adlershof.

eines gleichschenkligen Dreiecks aus den beiden Punkten A und B sowie dem Schornstein selbst plausibel erscheinen zu lassen.

Dass die Sichtlinien von den Punkten A und B aus zum Baum als Parallelen zu betrachten sind, muss zur Auswertung als Hilfestellung mitgeteilt werden, da dies den Schüler*innen nach unserer Erfahrung schwer vorstellbar erscheint.

Die Winkel zwischen den Richtungen zum Baum und zum Schornstein sind in Abb. 5 mit α und β bezeichnet. Da die Schülerinnen und Schüler den Abstand zwischen A und B, also zwischen den Punkten, von denen aus der Schornstein fotografiert wurde, kennen, und sie die Winkel α und β direkt mit dem Lineal und der zuvor ermittelten Verhältnissgleichung am Bildschirm bestimmen können, lässt sich nun eine Gleichung für die gesuchte Entfernung aufstellen.

[zurück zum Anfang](#)

Dazu müssen lediglich Winkelbeziehungen (Stufenwinkel, Winkelsumme im Dreieck) und Winkelfunktionen (Tangens) angewendet werden². Die gesuchte Entfernung lässt sich dann mit der folgenden Beziehung bestimmen:

$$\tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} \overline{AB}}{\text{Entfernung}}$$

Man erhält so einen Wert für die Entfernung des Schornsteins.

In einem zweiten Schritt lässt sich nun der Übergang zur Parallaxenmethode herstellen. Dazu eignet sich z.B. der Bezug zur ersten erfolgreichen Entfernungsbestimmung eines Sterns im Jahr 1838 [2].

Friedrich Wilhelm Bessel ermittelte eine Parallaxe für den Stern 61 Cyg im Sternbild Schwan. Sein Messwert von $0,0000871^\circ$ entspricht in Abb. 4 der Hälfte des Winkels A - Schornstein - B. Die Strecke \overline{AB} entspricht der doppelten Entfernung Erde - Sonne, also ca. 300 Millionen Kilometer.

Das Berechnen der Entfernung von 61 Cyg ist nun durch direkte Anwendung der gerade eingeführten Methode möglich geworden.

Zum Abschluss dieser Arbeiten werden die Ergebnisse dann verglichen und mögliche Unsicherheitseinflüsse erörtert. Hier wird klar, dass millimetergenau abgelesen werden muss, denn die Differenz $\alpha - \beta$ entspricht auf dem Bildschirm eines Laptops ungefähr einer Strecke von 7 mm. Ein einziger Millimeter Unterschied entspricht einer Differenz bei der berechneten Entfernung von etwa 50 Metern. Schüler*innen, die dieses Problem erfasst haben, können natürlich mittels Beamer die zu messende Strecke vergrößern und so die Genauigkeit des Ablesens verbessern.

Fotometrische Methode

[zurück zum Anfang](#)

Auch im zweiten Experiment soll modellhaft die Entfernung eines Sternes bestimmt werden. Dabei wird der Stern durch eine in einiger Entfernung von den Arbeitsplätzen aufgestellten Glühlampe mit einer Strahlungsleistung von $P = 1000 \text{ W}$ simuliert. Im Sinne einer **Standardkerze** wird die Strahlungsleistung als bekannt vorgegeben.

Auch für dieses Verfahren ist etwas experimentelle Vorarbeit notwendig. Dazu kommen eine Glühlampe mit regelbarer Leistung als Standardkerze und eine Thermosäule als Strahlungsempfänger zum Einsatz.

An der Thermosäule kann eine Spannung U_T im Bereich von höchstens einigen Millivolt gemessen werden, die direkt proportional zur einfallenden Lichtintensität, also der Strahlungsleistung pro Flächeneinheit, ist.

Die mit dem Dimmen der Glühlampe verbundene Änderung des Spektrums ist somit für den Modellversuch ohne Bedeutung; die Thermosäule ist „farbenblind“ und diesbezügliche Betrachtungen können unterbleiben.

Die Strahlungsleistung P des Modellsterns ist daher stets das Produkt aus Spannung U_G und Stromstärke I_G der Glühlampe.

² Beides ist nach den deutschen Rahmenlehrplänen in der Regel ab Klassenstufe 9/10 möglich.

[zurück zum Anfang](#)

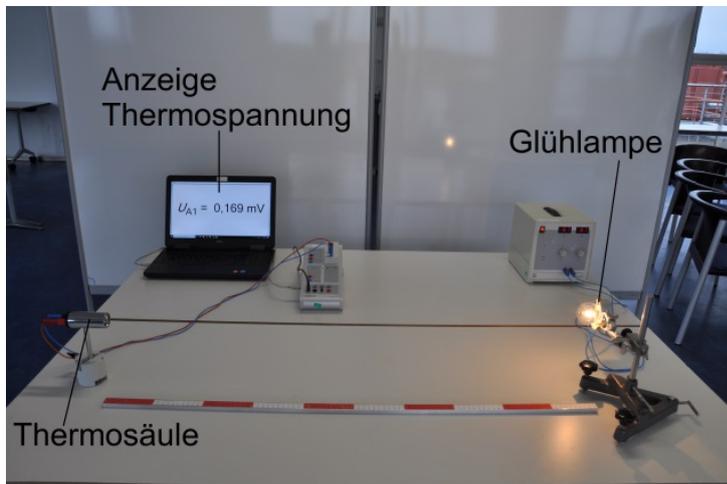


Abbildung 6: Arbeitsplatz zur Fotometrie. ©: UniLab Adlershof.

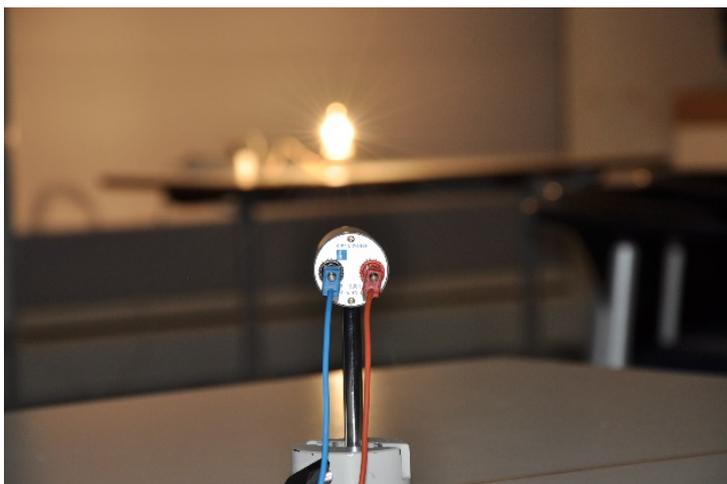


Abbildung 7: Aufstellung der 1000-Watt-Glühlampe und Messung der Thermospannung aus ca. 8 Meter Entfernung.
©: UniLab Adlershof.

Im Modellexperiment zur fotometrischen Methode sollen die Abhängigkeiten zwischen Strahlungsleistung P , Thermospannung U_T und Entfernung r bestimmt werden. Neben einer Glühlampe befinden sich am Arbeitsplatz eine regelbare Spannungsquelle zu deren Versorgung, mit Anzeigen für Spannung und Stromstärke, ein Maßband und eine Thermosäule mit einem hinreichend empfindlichen Voltmeter zur Messung der Thermospannung (Abb. 6 und 7). Zunächst wird der Abstand r bei konstanter Strahlungsleistung P der Glühlampe variiert. Anschließend wird bei konstantem Abstand r die Strahlungsleistung P der Glühlampe verändert.

Die Kombination beider Messreihen ergibt den Zusammenhang

$$U_T \sim \frac{P}{r^2}.$$

Dieser kann nun genutzt werden, die Entfernung der eingangs genannten Glühlampe (im Sinne einer Standardkerze mit einer bekannten Strahlungsleistung von $P = 1000 \text{ W}$) zu bestimmen.

Dazu müssen die Schülerinnen und Schüler aus mindestens einem Messwertetripel ($U_T ; r ; P$) den Proportionalitätsfaktor k aus

$$U_T = k \cdot \frac{P}{r^2} \text{ ermitteln.}$$

Die Entfernung der 1000-Watt-Glühlampe kann dann aus der Messung der Thermospannung U_T mithilfe des Proportionalitätsfaktors k bestimmt werden, wenn man die Thermosäule direkt auf die Lampe ausrichtet. Eine hinreichend große Thermospannung kann bei einer Entfernung von $r = 8 \text{ m}$ noch gut gemessen werden.

Im Anschluss an diese Betrachtungen wird eine Abschlussaufgabe bearbeitet, bei der die Strahlungsleistung von Supernovae vom Typ Ia, welche durch die fotometrische Methode bis in mehrere Milliarden Lichtjahre Entfernung nachgewiesen werden konnten [3], gegeben wird.

Es ist die Frage zu beantworten, in welcher Entfernung ein solches Ereignis stattfinden müsste, um am Ort der Thermosäule die gleiche Strahlungsintensität hervorzurufen wie die im Raum befindliche 1000-Watt-Glühlampe.

[zurück zum Anfang](#)

Über die Gleichsetzung der beiden Terme für U_T kann aus der bereits ermittelten Entfernung der 1000-Watt-Lampe bei Anwendung des Abstandsquadrat-Gesetzes die Entfernung zur Supernova ermittelt werden:

$$U_{T,Lampe} = U_{T,Supernova}$$

$$k \cdot \frac{P_{Lampe}}{r_{Lampe}^2} = k \cdot \frac{P_{Supernova}}{r_{Supernova}^2}$$

Setzt man beispielsweise $P_{Lampe} = 1000 \text{ W}$, $r_{Lampe} = 8 \text{ m}$ und $P_{Supernova} = 1,3 \cdot 10^{37} \text{ W}$ [4], so erhält man eine Entfernung von knapp 100 Lichtjahren.

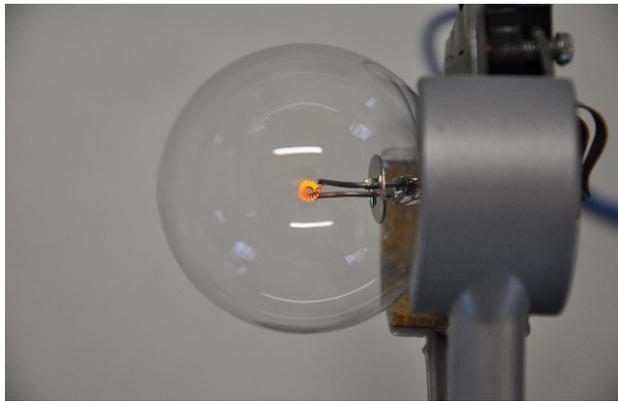


Abbildung 8: Nahezu kugelförmige Glühwendel.
©: UniLab Adlershof.

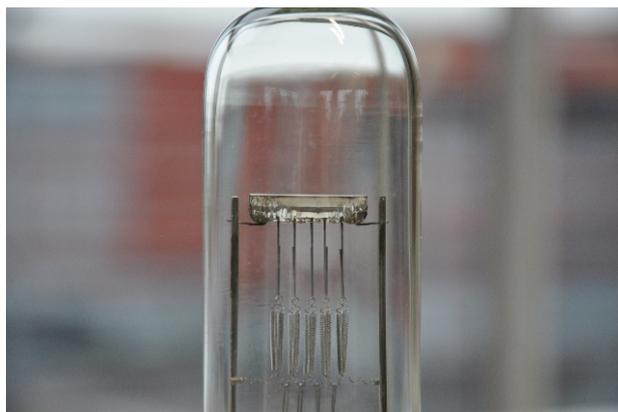


Abbildung 9: In einer Ebene aufgehängte Glühwendel.
©: UniLab Adlershof.

Eine Besonderheit stellt die folgende Situation dar (vgl. Abb. 8 und 9): Während die Lampe zur experimentellen Bestimmung des Zusammenhangs einen nahezu kugelförmig verdrillten Glühfaden besitzt, handelt es sich bei der 1000-Watt-Glühlampe um eine Lichtquelle für einen alten Filmprojektor, die entsprechend der Aufhängung der einzelnen Teile des Glühfadens nicht gleichmäßig in alle Richtungen strahlt. Die Schülerinnen und Schüler können dies qualitativ beurteilen und feststellen, dass die ermittelte Entfernung immer dann zu klein berechnet wird, wenn die Thermosäule senkrecht auf die Ebene gerichtet war, in der die Teilstücke des Glühfadens aufgehängt sind. Die daraus resultierende Abweichung führt dazu, dass bei einer Entfernung des Modellsterns von 8 Metern nur etwa 6,5 Meter als Entfernung ermittelt werden, was dann in der Abschlussaufgabe eine Entfernung der angenommenen Supernova von etwa 80 Lichtjahren zur Folge hat.

Dies kann man sich zunutze machen, indem in der Abschlussdiskussion auf Analogien aus der Astronomie, wie z. B. Pulsare oder Gammastrahlungsausbrüche hingewiesen werden kann, bei denen die Gesamtenergie ebenfalls nicht in alle Richtungen gleichermaßen abgegeben wird.

[zurück zum Anfang](#)

Zusammenfassung

Durch die beiden dargestellten **Modellexperimente**, die innerhalb des **4- bis 5-stündigen Schülerlaborbesuches in Gruppenarbeit** durchgeführt werden, lassen sich mit Hilfe von in der Schule bekannten Voraussetzungen Brücken zu astronomischen Verfahren schlagen. Diese werden im Rahmen des Exkursionstages durch Hinweise und Bezüge auf die aktuelle ESA-Mission Gaia als fliegende Kamera zur Parallaxenwinkelmessung sowie den Physik-Nobelpreis 2011, der u. a. für die Bestimmung sehr großer Entfernungen durch fotometrische Messungen an Supernovae vergeben wurde, ergänzt und runden so den Exkursionstag ab.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Zimmermann und J. Gürtler, ABC Astronomie, Auflage 9. 2008.
- [2] F. Bessel. Die Bestimmung der Entfernung des 61sten Sterns des Schwans, Astronomische Nachrichten, 365, 366: 65-96, 1838.
- [3] C. Wolf. Nobelpreis für die Dunkle Energie, Sterne und Weltraum, 12: 28-32, 12 2011.
- [4] H. Janka. Supernovae und kosmische Gammablitz, Auflage 1. A. Burkert, H. Lesch, N. Heckmann und H. Hetznecker, 2011.

Materialien zum Herunterladen

- „Parallaxe.pdf“ - Arbeitsmaterial für Schüler (mit Aufgaben)
- „Fotometrie.pdf“ - Arbeitsmaterial für Schüler (mit Aufgaben)
- „Parallaxe.mp4“ – Film zum Arbeitsmaterial „Parallaxe“ (Aufgabe 2)