

Rendezvous im Orbit – Tücken und Techniken

In Bezug zum Beitrag „Prichal-Modul erreicht ISS“ in SuW 2/2022, Rubrik "Kurz & bündig", S. 12, WIS-ID: 1571136, Zielgruppe: Oberstufe

Dr. Daniel Ahrens

Am 24. November 2021 startete der russische Kopplungsadapter ‚Prichal‘ (zu Deutsch: Anlegestelle) in Richtung Internationale Raumstation (ISS) und dockte nach etwa 50 Stunden am Nauka-Modul an. Wenn man bedenkt, dass die Sojus-Rakete nach dem Start das Modul innerhalb von nur 10 Minuten auf die gleiche Geschwindigkeit wie die ISS beschleunigen und auch in eine entsprechende Höhe bringen kann, muss man sich fragen, warum zwischen Start und Andocken so viel Zeit vergeht. Auch der jüngst für ein halbes Jahr zur ISS aufgebrochene deutsche Astronaut Matthias Maurer benötigte für seine Reise zur ISS mehr als 22 Stunden. In dieser Zeitspanne hätte man die 400 km zur ISS auch bequem mit dem Fahrrad zurücklegen können. Ganz offensichtlich hält das Manövrieren im Orbit die eine oder andere Schwierigkeit bereit.

Der vorliegende WIS-Artikel legt eine Stationenarbeit für die Sekundarstufe II vor, innerhalb der sich die SuS Wissen zu Problemen und Verfahrensweisen bei Rendezvous- bzw. Docking-Manövern im Orbit weitestgehend selbstständig erarbeiten.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Physik	Mechanik	Himmelsmechanik, Bewegungen im Gravitationsfeld
Astronomie	Raumfahrt	Orbitalmechanik, Internationale Raumstation, Hohmann-Transfer , Phasen von Rendezvous- und Docking-Manövern im All
Fächer- verknüpfung	Astro - Informatik Astro - Englisch	Simulation , Excel englischsprachige Quellen
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen, Erkenntnis), Lehrformen, Unterrichtsmittel	Wiederholung von Begriffen bei Umlaufellipsen , Herleitung von Formeln Stationenarbeit , Projekttag , Arbeitsblätter, Hausaufgabe , Unterrichtsphasen, Simulationssoftware , Excel-Sheet , Erklärvideo , Video vom Start des russischen Kopplungsadapters Prichal

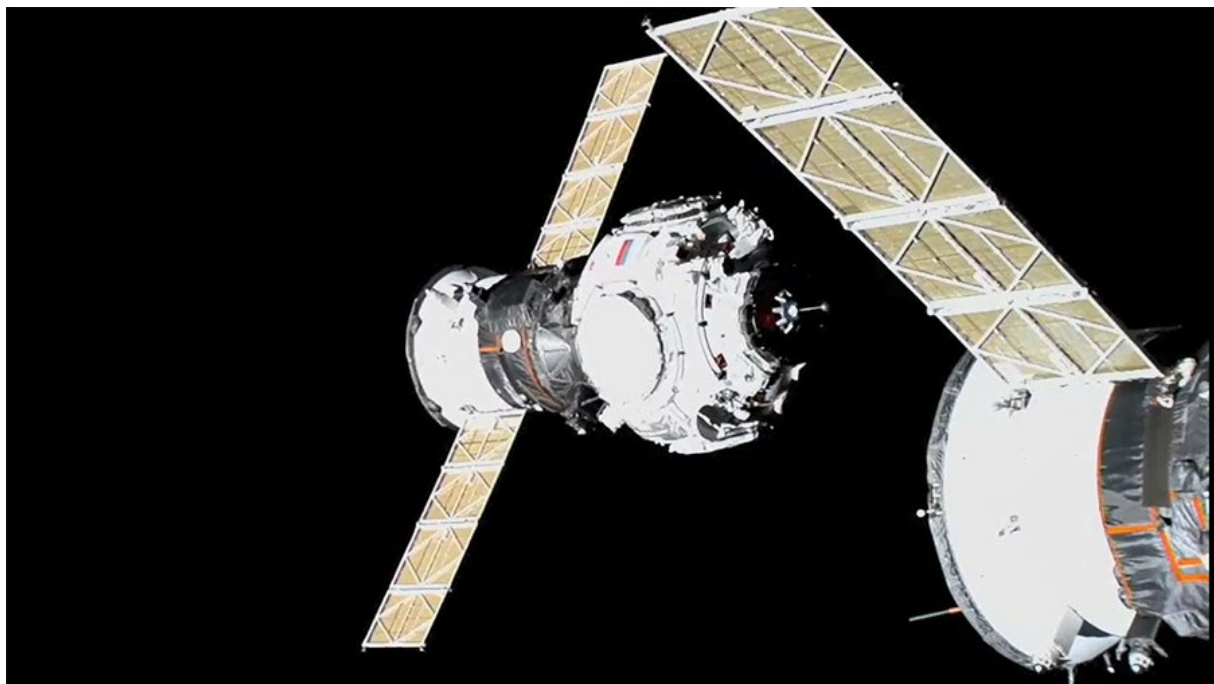


Abbildung 1: Der russische Kopplungsadapter *Prichal* dockt nach etwa 50 Stunden am Nauka-Modul der ISS an
©: NASA, https://blogs.nasa.gov/spacestation/wp-content/uploads/sites/240/2021/11/prichal_dock.jpg

I. Vorbemerkungen / Unterrichtliche Voraussetzungen

[zurück zum Anfang](#)

Die vorliegende Stationenarbeit wurde für den Physikunterricht der Oberstufe entwickelt. Dabei ist die Durchführung sowohl in einem Grund- wie auch in einem Leistungskurs denkbar. Je nach Bundesland kommen u.U. unterschiedliche Jahrgangsstufen und/oder Halbjahre in Frage. Die Thematik ist im Bereich der Mechanik, insbesondere der Bewegungen im Gravitationsfeld angesiedelt.

Vorausgesetzt (wiederholt) wird die Behandlung des Gravitationsgesetzes, der Energieformen im Gravitationsfeld und der drei Keplerschen Gesetze. Zu letzterem zählen auch Begrifflichkeiten rund um die Ellipse, also: Brennpunkt, Perihel (hier: Perigäum), Aphel (hier: Apogäum), Mittelpunkt, große und kleine Halbachse, Exzentrizität.

Die Stationenarbeit ist zweigeteilt. Es gibt zum einen Pflichtstationen, in denen sehr Wesentliches und/oder Grundlagen erarbeitet werden und die deswegen von allen SuS zu bearbeiten sind. Zum anderen wurden Wahlpflichtstationen entwickelt, in denen Wissen vertieft oder Randbereiche angesprochen werden. Insgesamt wurde versucht, die Stationen hinsichtlich Methodik abwechslungsreich zu gestalten. Es wird u.a. mit einer Simulationssoftware „experimentiert“, ein Excel-Sheet entwickelt, es werden Formeln hergeleitet oder die Herleitung von Formeln nachvollzogen und es wird in einem englisch sprachigen Lehrbuch studiert. Immer wieder werden Links zu Erklär-Videos als Hilfe angeboten.

Der Umfang und das Niveau der Aufgaben ist natürlich dem Niveau des Kurses und den zeitlichen Möglichkeiten anzupassen. Auf die Formulierung ausführlicher Lösungen wurde verzichtet. Für uns Physik-Lehrkräfte tauchen bei den Aufgaben keine größeren Schwierigkeiten auf. Ansonsten hilft die unten angegebene Literatur oder auch Wikipedia weiter.

Hinweis: Im Rahmen einiger Stationen sollen die SuS mit einer Simulationssoftware bzw. einem Kalkulationsprogramm arbeiten. Dazu sind Rechner mit Windows-Betriebssystem (wegen der Simulationssoftware) bereit zu halten oder von den SuS mitzubringen.

II. Ablauf der Stationenarbeit im Überblick

Die Stationenarbeit benötigt eine Bearbeitungsdauer von mehreren Schulstunden. Sie ist am Stück z.B. im Rahmen eines Projekttages realisierbar (womöglich mit leichten Kürzungen), mit weiterführenden Ideen auf eine ganze Projektwoche ausdehnbar, ebenso aber auch im Rahmen mehrerer Unterrichtsstunden durchführbar. Im Einzelnen ist folgender Ablauf vorgesehen:

1. **Vorbereitung (Hausaufgabe)**
2. **Plenum: Einstieg in die Thematik**
3. **Stationenarbeit I: Drei Pflichtstationen**
4. **Zwischenphase**
 - a) **Plenum: Alles klar bislang? Zwischenstand sichern**
 - b) **Stillarbeit zum konkreten Ablauf der ISS-Rendezvous-Manöver**
 - c) **Sicherung und Hinführung zu den Wahlpflichtstationen**
5. **Stationenarbeit II: Drei Wahlpflichtstationen**
6. **Plenum: Abschluss der Thematik – Berichte von den Wahlpflichtstationen und Bündelung**

III. Vorbereitung der Thematik im Rahmen einer Hausaufgabe

[zurück zum Anfang](#)

Sinnvollerweise bereiten die SuS die Stationenarbeit zu Hause vor. Die von mir vorgeschlagene [Hausaufgabe](#) (Anhang 1, auch als Extradatei) dient u.a. dazu, die Bewegung von Objekten (Planeten, Raumstationen etc.) um Zentralkörper anschaulich zu machen. Dabei soll darauf verzichtet werden, diese unter Zuhilfenahme von Scheinkräften (Zentrifugalkraft) zu beschreiben. Vielmehr sollen die Kreis- bzw. Ellipsenbewegung im Gravitationsfeld im Sinne eines bereits von Newton vorgeschlagenen Gedankenexperiments als aus Würfeln hervorgegangene Fallbewegungen verstanden werden. Hier taucht ausschließlich die Gravitation als Kraft auf. Meiner unterrichtlichen Erfahrung nach vermeidet dieser Angang Missverständnisse und hilft u.a. dabei, die erstaunliche Tatsache zu verstehen, dass die Astronaut(inn)en auf der ISS schweben, obwohl in 400 km Höhe die Gravitationskraft noch nicht einmal um 10% abgefallen ist.

IV. Gemeinsamer Einstieg in die Stationenarbeit

Im Rahmen des Einstiegs könnte z.B. ein Video vom Start des russischen Kopplungsadapters Prichal in Richtung ISS gezeigt werden: <https://youtu.be/wFYFFtQ3euw>. Dabei fällt auf, dass das Modul nach nicht einmal 10 Minuten einen Orbit erreicht, trotzdem aber erst mehr als zwei Tage später an die ISS andocken wird. Diese erstaunlich lange Reisezeit sollte bei den SuS Verwunderung auslösen.

Um diese Merkwürdigkeit zu verstärken bzw. zu ergänzen, lohnt es sich auf die Probleme beim Flug von Gemini-4 im Jahre 1965 hinzuweisen, bei dem die höchst erfahrenen Jetpiloten Jim McDivitt und Ed White überraschende Probleme hatten. Sie umrundeten vier Tage lang die Erde und hatten dabei vor allem zwei Missionsziele: Im Verlauf des Fluges sollte zum ersten Mal ein US-amerikanischer Astronaut das Raumschiff verlassen, was von Erfolg gekrönt war. Außerdem sollte (in Vorbereitung von nötigen Andockmanövern beim geplanten Flug zum Mond) der erste Versuch unternommen werden, einem anderen Flugobjekt, das sich auf einer eigenen Umlaufbahn befindet, so nahe wie nur möglich zu kommen (seinerzeit der ausgebrannten oberen Stufe einer Titan-II-Startrakete). Dies misslang zum Erstaunen aller Beteiligten, obwohl die beiden Astronauten sehr viel Erfahrung im Manövrieren von Flugzeugen mitbrachten (vgl. Donovan 213 f.). Sie hatten aber eben keine Erfahrung mit Andockmanövern im All, bei denen offenbar andere und zudem kontraintuitive Regeln gelten.

Womöglich ist es auch sinnvoll, im Rahmen der Hausaufgabenbesprechung das für die Stationenarbeit nötige Vorwissen noch einmal zu aktivieren (s.o.)

V. Pflichtstationen

[zurück zum Anfang](#)

Die Stationenarbeit beginnt mit drei Pflichtstationen. Die [Aufgabenstellungen und Materialien zu den Pflichtstationen](#) befinden sich im Anhang 2 und stehen auch gesondert zum Download zur Verfügung. Es handelt sich um folgende Themen:

- a) **Vertiefte Auseinandersetzung mit Orbits**
- b) **Hohmann-Transfers**
- c) **Die verlorene Werkzeugtasche**

Hierbei handelt es sich womöglich um die schwierigste Aufgabe, weswegen im Folgenden einige figürliche Hilfen (Abbn. 2 bis 4) angeboten werden.

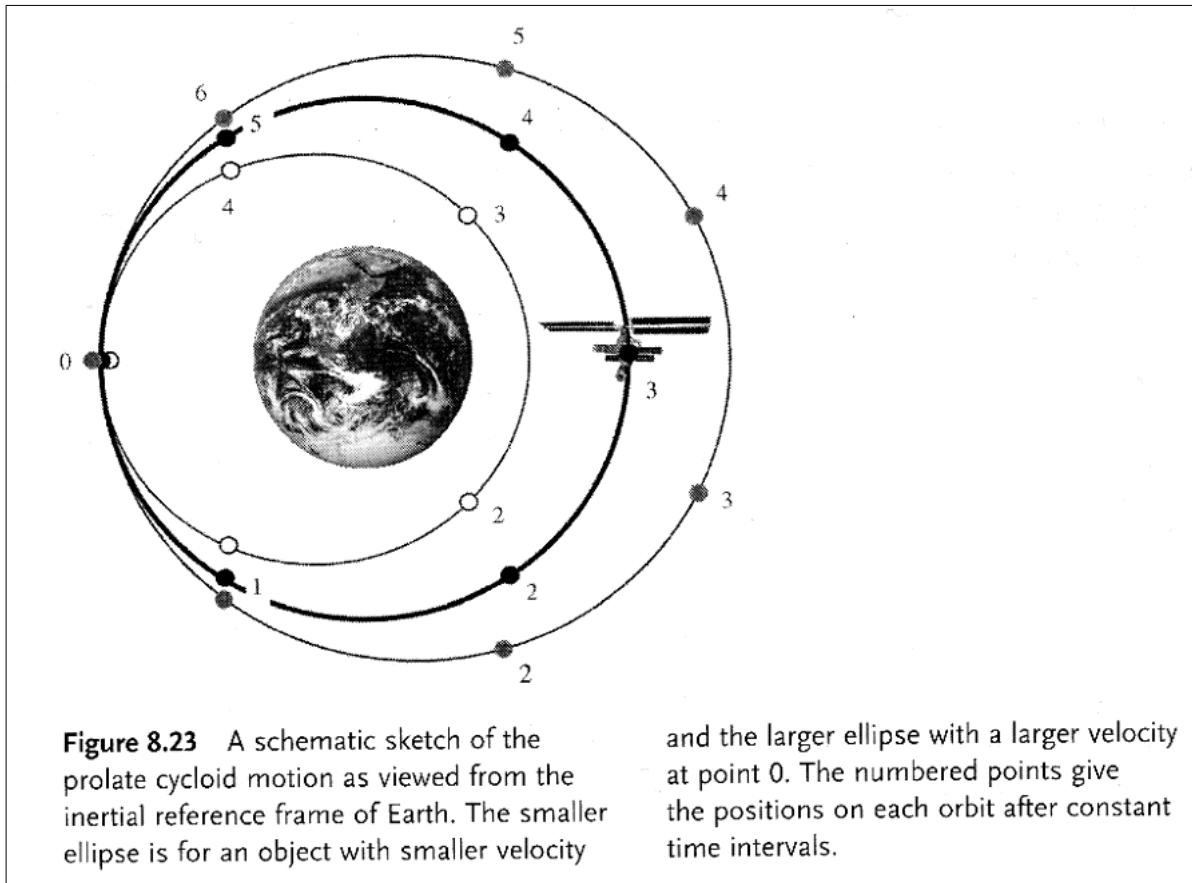


Abbildung 2: Die Bahn der ISS und der Werkzeugtasche, die einmal *in* und einmal *entgegen* der Flugrichtung abgeworfen wurde. ©: Walter: Astronautics, S. 231.

Die nachfolgende Skizze (Abb. 3) macht deutlich, wie es beim Abwurf nach vorne bzw. hinten aus Sicht der ISS zu der merkwürdigen Zykloidenbewegung der Tasche kommt.

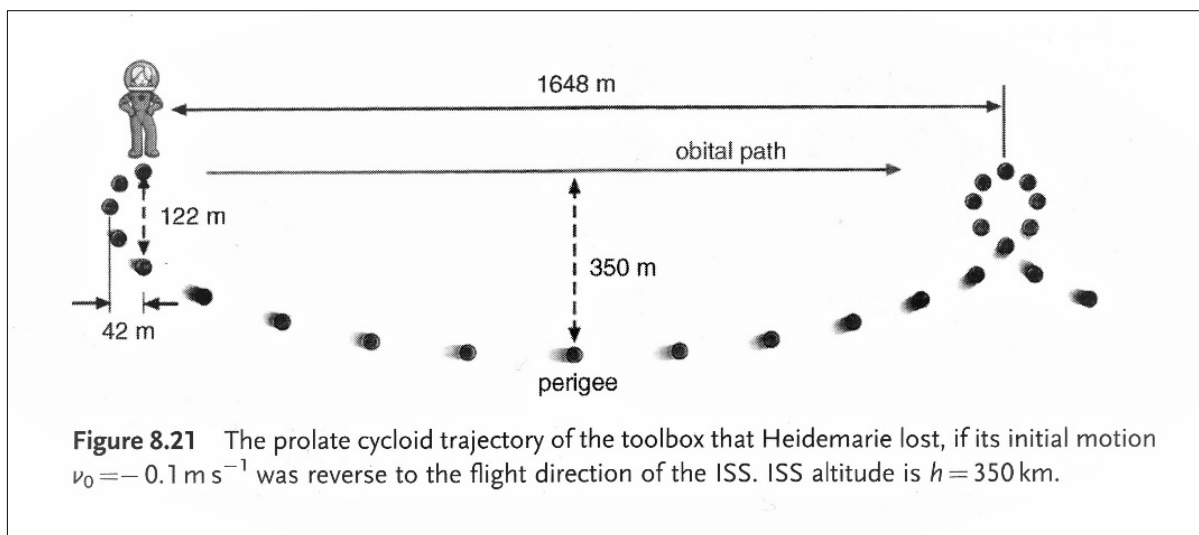


Abbildung 3: Die Bahn der Werkzeugtasche aus Sicht der Astronautin falls diese sie entgegen der Flugrichtung abgeworfen hat. ©: Walter: Astronautics, S. 230.

Das verblüffendste Verhalten legt die Tasche aber an den Tag, wenn man sie nach oben oder unten abwirft. Dann kehrt sie nach einer Erdumrundung nämlich trotz zwischenzeitlicher „Abwege“ wieder zur Astronautin zurück (siehe Abb. 4).

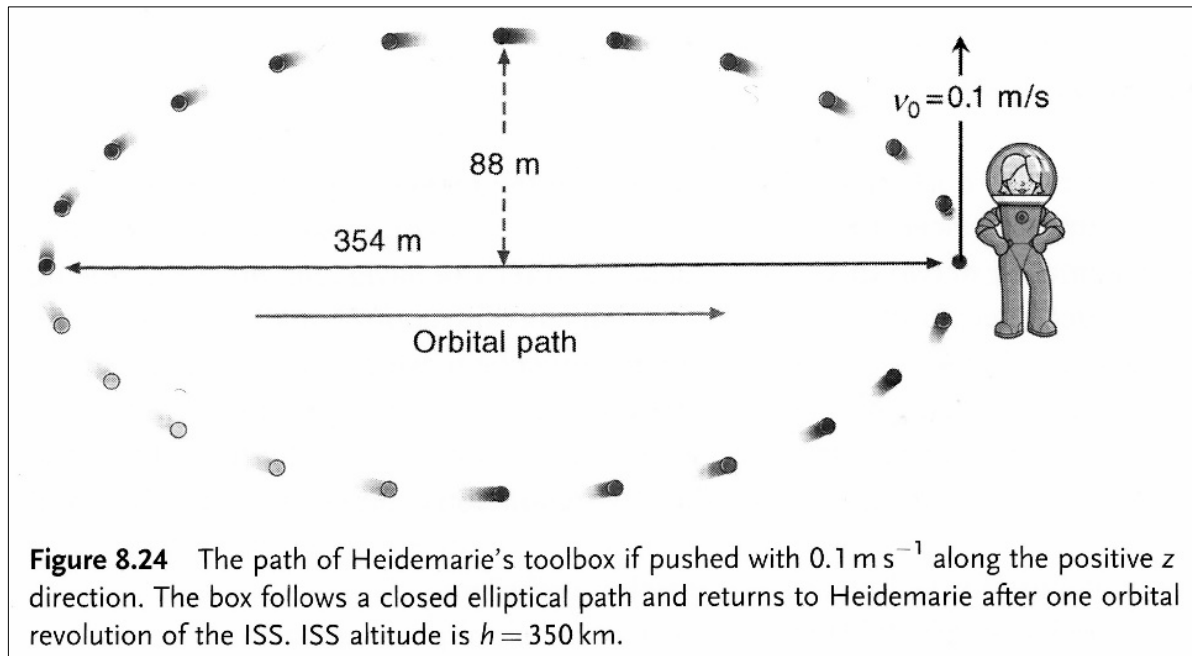


Abbildung 4: Die Bahn der Werkzeugtasche aus Sicht der Astronautin für den Fall, dass sie diese nach oben abgeworfen hat. ©: Walter: Astronautics, S. 233.

VI. Zwischenphase

[zurück zum Anfang](#)

a) Plenum: Alles klar bislang? Zwischenstand sichern

b) Arbeitsphase zum konkreten Ablauf der ISS-Rendezvous-Manöver

Hier handelt es sich im Grunde um eine vierte Pflichtstation, die aber von Sicherungs- und Erläuterungsphasen umrahmt ist. Die [Aufgabenstellungen und Materialien zur Sicherung des Zwischenstands](#) befinden sich im Anhang 3 und stehen auch gesondert zum Download zur Verfügung.

c) Sicherung und Hinführung zu den Wahlpflichtstationen

Hier sollten neben dem Vergleichen von Ergebnissen, dem Beantworten von Fragen und dem Lösen von Problemen auch die drei nachfolgenden Wahlpflichtstationen vorgestellt werden, damit die SuS eine sinnvolle Auswahl treffen können.

VII. Wahlpflichtstationen

[zurück zum Anfang](#)

Die Stationenarbeit geht mit drei Wahlpflichtstationen weiter, bei der sich die SuS jeweils eine aus-suchen können. Die [Aufgabenstellungen und Materialien zu den Wahlpflichtstationen](#) befinden sich im Anhang 4 und stehen auch gesondert zum Download zur Verfügung.

Es handelt sich um folgende Themen:

a) Herleitung der Hohmann-Transfer-Gleichungen

An dieser Station vollziehen die SuS die Herleitung der Gleichungen für die beiden Geschwindigkeitsänderungen beim Einstieg in den Hohmann-Transfer und beim Erreichen der Zielbahn nach. Hierzu steht ein [Arbeitsblatt](#) im Anhang 5 und auch zum Download bereit.

b) Weitere Phasen bei „Orbital Rendezvous“

In dieser Lektüre-Station sollen sich die SuS die einzelnen Phasen einer R&D-Mission weitestgehend selbstständig erarbeiten. Dazu dient ein Kapitel aus dem Lehrwerk von Ulrich Walter: Astronautics. Das Verständnis der Ausführungen wird allerdings dadurch erschwert, dass das Werk erstens auf Englisch und dass es zweitens nicht für SuS sondern für Studierende der Luft- und Raumfahrttechnik verfasst ist. Ich halte beide vermeintlichen Nachteile aber gar nicht für ebensolche, sondern für eine sinnvolle pädagogische Herausforderung, möchte hier also aus der Not eine Tugend machen. Zum einen sehen die SuS, dass im Rahmen eines Studiums die Lektüre englischsprachiger Werke selbstverständlich ist. Zum anderen ist die Konfrontation mit einem zu anspruchsvollen Text eine Herausforderung, der man sich gar nicht früh genug stellen kann. Dass wir Lehrer(innen) unseren SuS das neu zu erwerbende Wissen immer häppchenweise und möglichst perfekt an deren Lernstand angepasst, servieren, ist für diese zwar bequem, entspricht aber nicht dem, was sie während eines lebenslangen Weiterlernens erwartet. Sich aus einem anspruchsvollen Text, der Kompetenzen voraussetzt, die der/ bzw. die Lesende noch gar nicht besitzt, das Wesentliche dennoch herauszuarbeiten, ist zwar anstrengend und womöglich auch ein wenig frustrierend, aber mit Sicherheit von Wert!

c) Missionen zum Mars per Hohmann-Transfers

Mit Hohmann-Transfers lassen sich energetisch günstige Übergänge zwischen zwei Bahnen um einen dominierenden Himmelskörper realisieren. Für kreisförmige Ausgangs- und Zielbahnen mit einem Radiusverhältnis unter 12 ist er sogar der energetisch günstigste, bei dem man also die geringste Treibstoffmenge mitführen muss. Mit Hilfe einer weiteren Simulationssoftware planen die SuS eine auf einem Hohmann-Transfer basierende Mission zum Mars.

VIII. Gemeinsamer Abschluss der Stationenarbeit

[zurück zum Anfang](#)

Natürlich muss die Stationenarbeit sinnvoll abgeschlossen werden. Einzelne Kleingruppen/Tandems berichten von den Ergebnissen ihrer Arbeit, damit alle SuS auch über die Inhalte und Ergebnisse aller Wahlpflichtstationen zumindest grob unterrichtet sind. Dabei sollte auf jeden Fall noch einmal zur Sprache kommen, warum die Reise zur ISS so erstaunlich lange dauert.

Den Schlusspunkt könnte eine Beratung der beiden Gemini-4-Astronauten durch die SuS bilden: Bereits zu Beginn der Stationenarbeit hatten die SuS ja erfahren, dass es 1965 professionellen Jetpiloten nicht gelang, sich mit einem Raumfahrzeug einem vor ihnen im gleichen Orbit fliegenden Objekt anzunähern. Hier könnte man nun wiederholend und bündelnd klären, warum z.B. Annäherungsmanöver, die bei hintereinander fliegenden Jets funktionieren, im Orbit zu ganz anderen Ergebnissen führen. Vor dem Hintergrund des erworbenen Wissens sollten die SuS in der Lage sein, den beiden Astronauten von Gemini-4 Tipps für Orbitmanöver zu geben. Dabei kann u.a. das folgende sehr kurze Video zum Einsatz kommen:

<https://youtu.be/pJHluGiM5X4>

Der Hinweis auf die wirklich lohnenswerte Simulationssoftware „Orbiter 2016“, mit der man unterschiedliche Raumfahrzeuge starten und im Orbit steuern, an die ISS andocken und sogar interplanetare Missionen unternehmen kann (und das mit zum Teil atemberaubender Grafik und physikalischer Engine) könnte die Stationenarbeit sinnvoll abrunden.

<http://orbit.medphys.ucl.ac.uk/index.html>

IX. Literaturhinweise und Quellen zu Materialien im Anhang

- Donovan, J.: Apollo 11 – Der Wettlauf zum Mond und der Erfolg einer fast unmöglichen Mission. München ³2019.
- Maiwald, V. et al.: Grundlagen der Orbitmechanik. München 2020.
- Walter, U.: Astronautics. The Physics of Space Flight. Weinheim ²2012.
- Simulationssoftware von Matthias Borchardt (<http://www.mabo-physik.de/index.html>)
 - Wurfbahnen um die Erde (Umlauf.exe): <http://www.mabo-physik.de/erdumlaufbahn.html>
 - Hohmann-Transferbahn (Hohmann_Transfer.exe): http://www.mabo-physik.de/hohmann_transferbahn.html
 - Hohmann-Transfer zum Mars (Marsflug.exe): <http://www.mabo-physik.de/marsflug.html>

X. Download-Materialien

- Hausaufgabe.pdf
- Pflichtstationen.pdf
- Aufgabe in der Zwischenphase.pdf
- Wahlpflichtstationen.pdf
- Arbeitsblatt Herleitung Hohmann Gleichungen.pdf
- Walter Astronautics Kap. 8.6.pdf
- Exe-Dateien.7z (hohmann_transfer.exe; marsflug.exe; umlauf.exe)



ANHANG 1 [*zurück zum Anfang*](#)

Hausaufgabe

In der Simulation „umlauf.exe“ finden Sie die digitale Realisierung eines Gedankenexperiments Newtons. Er hatte sich vorgestellt, auf einem sehr hohen Berg stehend, Steine unterschiedlich fest in horizontaler Richtung wegzuschleudern.

- Starten Sie die Simulation und überlegen Sie sich zunächst ohne auf „Start“ zu drücken, was passiert, wenn man den Stein mit unterschiedlichen Abwurfgeschwindigkeiten aus unterschiedlichen Höhen horizontal wegschleudert.
- Experimentieren Sie nun mit unterschiedlichen Abwurfgeschwindigkeiten und -höhen und formulieren Sie Ihre Ergebnisse in einigen Sätzen.
- Lesen Sie den Info-Text des Programms. Was versteht man unter der ersten kosmischen Geschwindigkeit? Ermitteln Sie diese experimentell.
- Ermitteln Sie mit Hilfe der Simulation, welche Geschwindigkeit die ISS benötigt, damit sie in 400 km Höhe in einer Kreisbahn um die Erde fällt.
- Was versteht man im Alltag unter dem Begriff „Fallen“? Inwiefern trifft diese Alltagsvorstellung beim Fallen von Gegenständen um die Erde zu, inwiefern nicht?
- Die Anziehungskraft der Erde lässt bekanntlich nach, wenn man sich von ihr entfernt; die Formel, die das beschreibt, ist Ihnen bekannt. Berechnen Sie, auf welchen Wert die Erdbeschleunigung g (bei uns: $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$) in 400 km Höhe gesunken ist. Welche Gewichtskraft würde also auf einen Astronauten ($m = 80 \text{ kg}$) wirken, der am Erdboden mit $F = 784,8 \text{ N}$ angezogen wird.
- Obwohl die gerade errechnete Kraft in 400 km Abstand von der Erdoberfläche immer noch sehr groß ist, sieht man die Astronauten auf der ISS (in 400 km Höhe!) schweben. Wieso herrscht dort offensichtlich Schwerelosigkeit?
Tipp1: Es hat es etwas damit zu tun, dass sich die ISS im freien Fall um die Erde befindet.
Tipp2: Auf dieser Website (<https://www.leifiphysik.de/mechanik/freier-fall-senkrechter-wurf/versuche/freier-fall-heimexperimente>) findest du ein paar Freihandversuche, mit denen du zu Hause den Zusammenhang zwischen freiem Fall und Schwerelosigkeit beobachten kannst.
- Warum ist der Ausdruck „auf der ISS herrscht Schwerelosigkeit“ nicht falsch, aber doch erklärungsbedürftig?



ANHANG 2 [*zurück zum Anfang*](#)

Pflichtstation A

Vertiefte Auseinandersetzung mit Orbits

- Entwickeln Sie für unterschiedliche kreisförmige Orbits jeweils eine Formel, aus der sich Bahngeschwindigkeit (v), Winkelgeschwindigkeit (ω) und Umlaufzeit (T) in Abhängigkeit von r berechnen lässt: $v(r) = \dots$ $\omega(r) = \dots$ $T(r) = \dots$
 Tipp: Sie benötigen die Formel für das Gravitationsgesetz und die für die Zentralkraft bei Kreisbewegungen.
- Formulieren Sie Ihre Ergebnisse auch „auf Deutsch“: Je größer die Bahn, desto ...
- Visualisieren Sie mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (Excel, LibreCalc o.ä.) diese drei Zusammenhänge. Ihre Tabelle könnten z.B. folgende Spalten besitzen:

	A	B	C	D	E
1	Abstand vom Erdmittelpunkt	Höhe über dem Erdboden	Bahngeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit	Umlaufzeit
2	r in m	h in m	v in m/sec	ω in °/sec	T in sec
3					
4					
5					
6					

- In obiger Tabelle sind die Größen in SI-Einheiten angegeben (das ist zum Weiterrechnen wichtig). Ergänzen Sie nun gegebenenfalls Spalten, in denen die Größen in anschaulichere Einheiten umgerechnet sind (z.B. die Umlaufzeit T in Minuten).
- Vergleichen Sie mit Hilfe Ihres Tabellenblatts die Umlaufzeit der ISS mit der eines Raumschiffs (o.ä.), das 50 km *unterhalb* der ISS auf einem kreisförmigen Orbit um die Erde fällt. Wer von beiden hat eine volle Runde zuerst zurückgelegt; wie groß ist die Zeitdifferenz? Wie ist das bei einem Raumschiff, das 50 km *oberhalb* der ISS kreist?
- Ermitteln Sie mit Hilfe Ihres Tabellenblatts in etwa die Höhe eines geostationären Satelliten. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass er für eine Erdumrundung genauso lange braucht, wie die Erde für eine Eigendrehung. Achtung: Warum muss man hier mit einer Taglänge von 23 h 56 min rechnen und nicht mit den vertrauten 24 h?
- Überprüfen Sie, ob Ihr Tabellenblatt für den um die Erde kreisenden Mond die richtigen Werte liefert. Nennen Sie mögliche Gründe für Abweichungen von den Literaturwerten.

Pflichtstation B

Hohmann-Transfers

Auf dem Weg zur ISS werden von den Raumfahrzeugen sogenannte Hohmann-Transfers durchgeführt. Die Grundidee dieser Manöver erfahren Sie anschaulich unter folgendem Link:

https://youtu.be/H9Y7j8X_xtQ

Sehen Sie sich das Video an den entscheidenden Stellen mehrfach an.

Nutzen Sie nun die Simulationssoftware „hohmann_transfer.exe“: Die im Programm vorgegebenen Geschwindigkeitszuwächse (Kick 1 und Kick 2) dienen dazu, von einer erdnahen Kreisbahn in 7.178.000 m Abstand vom Erdmittelpunkt in eine geostationäre Bahn in 35.786.000 m Höhe über dem Äquator zu gelangen.

- Berechnen Sie zunächst die Entfernung der Zielbahn vom Erdmittelpunkt.
- Versuchen Sie mit Kick 1 und Kick 2 im geostationären Orbit eine möglichst exakte Kreisbahn zu erreichen. Nutzen Sie dabei auch die Angaben, die rechts unten in „Ausgabe“ zu sehen sind. Zu welchen Zeitpunkten sind die Triebwerke jeweils zu zünden? Welcher Wert des Ausgabe-Feldes hilft besonders gut, um Kick 2 zu zünden und warum? An welchen Angaben des Ausgabe-Feldes kann man erkennen, wie exakt die Kreisform des geostationären Orbits ist? Was muss für eine perfekte Kreisbahn gelten?
- Um von einer Start- bzw. Ausgangskreisbahn mit r_e in die sogenannte Hohmann-Ellipse überzugehen sowie am Ziel in eine Kreisbahn mit r_a zu gelangen, sind – wie Sie wissen – zwei Impulsstöße bzw. zwei Geschwindigkeitsänderungen Δv_e und Δv_a notwendig. Diese Geschwindigkeitsänderungen lassen sich in Abhängigkeit vom Radius der Ausgangs- bzw. der Zielbahn und der Bahngeschwindigkeiten auf diesen Bahnen berechnen:

$$\Delta v_e = v_e \left(\sqrt{\frac{2r_a}{r_e + r_a}} - 1 \right),$$

$$\Delta v_a = v_a \left(1 - \sqrt{\frac{2r_e}{r_a + r_e}} \right)$$

- Berechnen Sie zunächst die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der voreingestellten erdnahen Kreisbahn ($r_e = 7.178.000$ m) in eine geostationäre Kreisbahn ($r_a = 42.164.000$ m) zu kommen und überprüfen Sie, ob diese mit den Werten im Programm übereinstimmen. Falls Sie Pflichtstation A noch nicht bearbeitet haben, hier eine Formel für die Bahngeschwindigkeit auf einem kreisförmigen Orbit: $v = (G * M / r)^{1/2}$.
- Berechnen Sie nun die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der voreingestellten erdnahen Kreisbahn ($r_e = 7.178.000$ m) in eine Kreisbahn mit $r_a = 20.000.000$ m zu gelangen.
- Geben Sie Ihre errechneten Werte in das Simulationsprogramm ein und überprüfen Sie, ob die Hohmann-Ellipse tatsächlich auf die gewünschte Bahn führt.
- Berechnen Sie nun die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der gerade erreichten Zwischenbahn ($r_a = 20.000.000$ m) in die geostationäre Kreisbahn ($r_a = 42.164.000$ m) zu gelangen und überprüfen Sie Ihre Rechnung mit Hilfe der Simulationssoftware. Achtung: Denken Sie daran, dass Sie nicht nur bei den Startkoordinaten, sondern auch bei der Startgeschwindigkeit (für die erdnahe Bahn) neue Werte eingeben müssen.
- Warum ist es sinnvoll, den Transfer eines Raumfahrzeugs nicht in einem Ruck durchzuführen, sondern dies kleinschrittig zu tun, sich also quasi an die Zielbahn „anzuschleichen“?

Pflichtstation C

Die verlorene Werkzeugtasche

Am 18. November 2008 bemerkte die amerikanische Astronautin Stefanyshyn-Piper während ihres ersten Außenbordeinsatzes, „dass das Schmierfett einer Schmierfettpistole in ihrer Werkzeugtasche ausgelaufen war. Gemäß den Instruktionen des Kontrollzentrums wischte sie dieses mit einem Tuch auf, worauf sich die Tasche löste und ins All davonschwebte. Die Tasche, deren Wert sich auf etwa 100.000 US-Dollar belief, war während achteinhalb Monaten von der Erde aus sichtbar, bis sie am 3. August westlich von Mexiko in die Erdatmosphäre eintrat und verglühte.“ (Wikipedia „Heidemarie Stefanyshyn-Piper“). Ein Video dieses „Missgeschicks“ finden Sie unter: https://youtu.be/1vXdRUIZ_EM

Im Folgenden werden wir uns Gedanken zur Flugbahn dieser Werkzeugtasche machen.

- Zunächst gehen wir davon aus, dass die Astronautin der Tasche einen Schubs exakt nach *vorne*, also in Bewegungsrichtung der ISS, gegeben hat. Was bedeutet dieser Schubs für die Orbitalgeschwindigkeit und somit die *Form* der Bahn, auf der sich die Tasche um die Erde bewegt? Nutzen Sie dabei noch einmal die Simulationssoftware „Umlauf“, mit der Sie bereits im Rahmen der Hausaufgabe gearbeitet haben.
- Erstellen Sie eine Skizze mit der Erde und den Bahnen der ISS und der Tasche. Wiederholen Sie die Begriffe Apogäum und Perigäum und zeichnen Sie diese für die Bahn der Tasche ein. Benötigt die Tasche für eine Erdumrundung mehr oder weniger Zeit als die ISS? Erinnern Sie sich daran, dass die Umlaufzeit T eines Objekts laut dem 3. Keplerschen Gesetz ausschließlich von der großen Halbachse der Ellipsenbahn abhängt. Wo ist die Tasche, wenn sie die Erde einmal umrundet hat und wo ist in diesem Moment die ISS?
- Überlegen Sie nun, wie sich die Tasche aus Sicht der ISS bewegt hat. Bedenken Sie dabei, dass der Geschwindigkeitsunterschied zwischen ISS und Tasche zu Beginn nur sehr gering war. Wo sehen die Astronauten die Tasche während ihrer Erdumkreisung und wo, wenn die ISS nach einer Runde um die Erde wieder am Ort des Missgeschicks angekommen ist?
- Haben Sie eine Idee, warum es bei ganz genauem Hinsehen direkt nach dem „Abwurf“ und kurz vor Vollendung eines Erdumlaufes vom Erdboden aus betrachtet zu einer merkwürdigen Hin- und Her-Bewegung“ der Tasche kommt (die Ihnen als Schleifenbewegung der äußeren Planeten wie z.B. Jupiter am irdischen Himmel bekannt vorkommen könnte)? Lassen Sie sich gegebenenfalls eine Skizze von Ihrer Lehrkraft geben.
- Beschreiben Sie nun die Bewegung der Tasche sowohl von außen als auch aus Sicht der ISS für den Fall, dass der Schubs nach *hinten*, also exakt entgegen der Bewegungsrichtung der ISS, erfolgte.
- Besonders kurios verhält sich die Tasche, wenn man ihr einen Schubs nach *oben* oder *unten* verpasst. Tipp: Da die zusätzliche Geschwindigkeitskomponente durch den Schubs senkrecht auf der ursprünglichen Bahngeschwindigkeit steht, ändert sich diese praktisch nicht (überprüfen Sie dies mit realistischen Werten). Was bedeutet dies für die Umlaufdauer der Tasche? Wo ist die Tasche, wenn die ISS nach dem „Abwurf“ gerade eine Erdumrundung hinter sich hat?
- Skizzieren Sie die Flugbahnen der ISS und der Tasche. Bedenken Sie dabei, dass sich die Tasche beim Schubs nach oben zunächst von der ISS aus nach oben bewegt. Die Tasche kann sich also nicht auf einer Kreisbahn um die Erde bewegen.



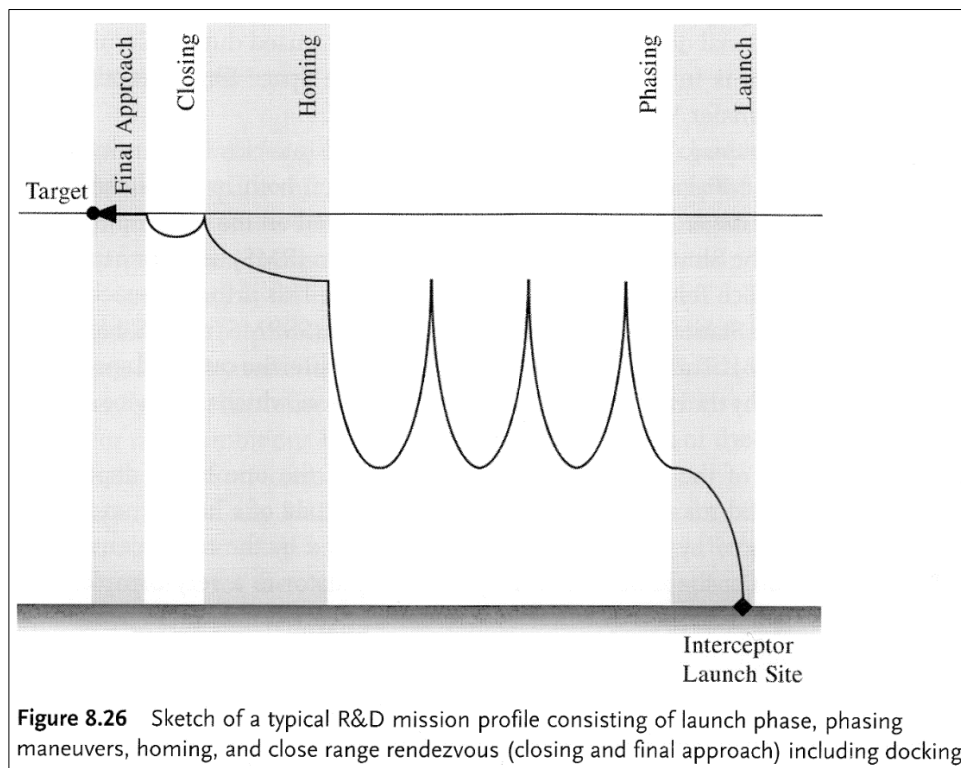
ANHANG 3 [*zurück zum Anfang*](#)

Aufgaben für alle

Flüge zur ISS werden üblicherweise als R&D-Missionen bezeichnet, wobei das R für *Rendezvous* und das D für *Docking* steht. Das grundlegende Prinzip dieser Manöver, der Wechsel des Orbits durch Übergang auf eine Hohmann-Ellipse, haben wir bereits kennengelernt. Im Rahmen dieser Stillarbeit sollen Sie sich nun mit dem konkreten Ablauf einer R&D-Mission beschäftigen.

Man unterteilt eine R&D-Mission in sechs Phasen:

- 1) Launch
 - 2) Phasing
 - 3) Homing
 - 4) Closing
 - 5) Final Approach
 - 6) Docking / Capture
- Studieren Sie die folgende Skizze, bei der auf der x-Achse der Abstand zwischen Verfolger und Zielobjekt, auf der y-Achse die Höhe über dem Erdboden aufgetragen ist. Was alles können Sie der Skizze entnehmen? Beschreiben Sie möglichst viele Details. Was ist jeweils die Aufgabe der einzelnen Flugphasen?



Es wird deutlich, dass nicht zuletzt die zweite Phase R&D-Manöver deutlich in die Länge zieht. Man spricht hierbei vom *Phasing*, weil der Winkel zwischen ISS und Raumfahrzeug (der sogenannte orbitale Phasenwinkel ϑ) immer mehr reduziert wird, bis beide Fahrzeuge in unterschiedlichen Höhen, aber fast phasengleich um die Erde fallen.

Beispiel: Die ISS befindet sich auf einer Kreisbahn in 400 km Höhe über dem Erdboden. Ein Raumfahrzeug wurde durch eine Trägerrakete auf einen kreisförmigen Orbit in 350 km Höhe gebracht und fällt dort nun frei um die Erde.

- Berechnen Sie die Umlaufdauer der ISS und die des Raumfahrzeugs.

Jetzt beschleunigt das Raumfahrzeug kurzfristig in Gegenflugrichtung (bremst also ab) und begibt sich somit auf eine Ellipsenbahn, auf der es im Perigäum nur noch 250 km von der Erdoberfläche entfernt ist.

- Fertigen Sie eine Skizze an und bestimmen Sie für das Raumfahrzeug die große Halbachse auf der Hohmann-Ellipse.
- Berechnen Sie die geänderte Umlaufdauer des Raumfahrzeugs. Dabei hilft Ihnen das dritte Keplersche Gesetz. Mit welchem zeitlichen Vorsprung erreicht das Raumfahrzeug den Ort der Zündung?
- Angenommen die ISS und das Raumfahrzeug haben im Moment der Zündung von der Erde aus betrachtet einen Winkelabstand von 180° (wenn die ISS über dem Horizont aufgeht, geht das Raumfahrzeug also gerade unter). Um welche Winkeldifferenz $\Delta\vartheta$ hat sich das Raumfahrzeug bei dieser ersten Erdumrundung der ISS angenähert? Welcher Winkelabstand herrscht also zwischen beiden, wenn das Raumfahrzeug wieder am Ort der Zündung angekommen ist?
- Wie viele Hohmann-Ellipsen sollte das Raumfahrzeug durchfallen, damit es noch mindestens 500 km von der ISS entfernt ist? Hierbei wird die Höhendifferenz der beiden Bahnen nicht berücksichtigt (vgl. Abb. 2).

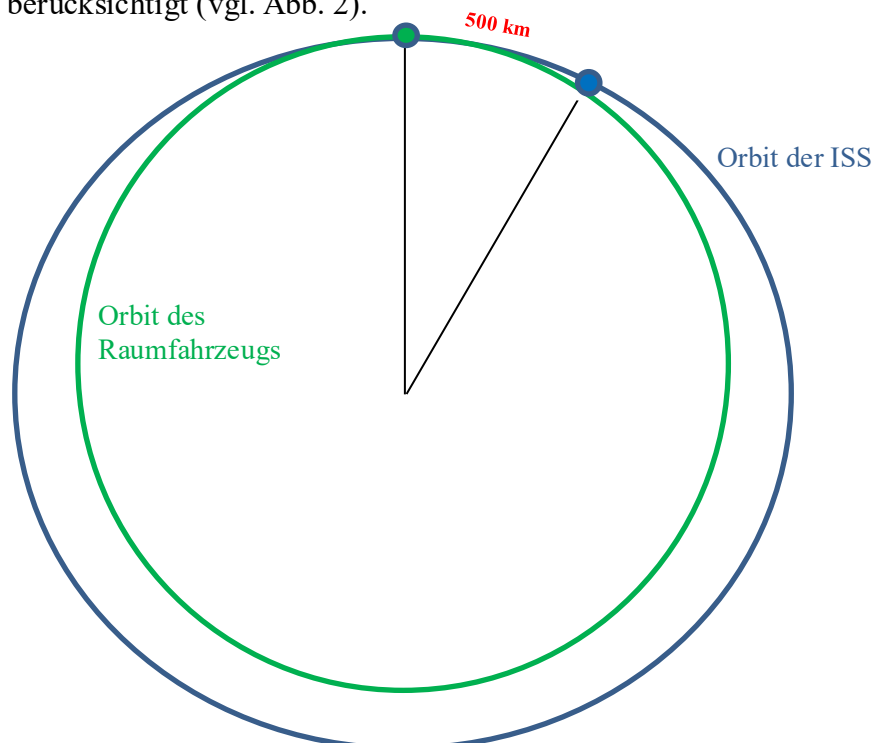


Abbildung 2: Die beiden Orbits

- Wie lange dauert dieser Phasing-Vorgang?
- Es ließe sich argumentieren, dass man auf den Hohmann-Transfer verzichten und somit Kraftstoff sparen könnte, da das Raumfahrzeug ja auf der tiefer liegenden Bahn schneller kreist und daher von ganz allein irgendwann in Phase mit der ISS ist. Nehmen Sie zu dieser Idee begründet Stellung.
- Funktioniert das Phasing auch, wenn das Raumfahrzeug nicht bremst, sondern in Flugrichtung beschleunigt? Was ändert sich?



ANHANG 4 [*zurück zum Anfang*](#)

Wahlpflichtstation D

Herleitung der Hohmann-Transfer-Gleichungen

Um einen Hohmann-Transfer realisieren zu können, müssen die Formeln für die beiden Geschwindigkeitsänderungen (zu Beginn und am Ende der halben Hohmann-Ellipse) bekannt sein. Sie haben diese ja bereits kennen gelernt:

$$(1) \quad \Delta v_e = v_e \left(\sqrt{\frac{2r_a}{r_e + r_a}} - 1 \right),$$
$$\Delta v_a = v_a \left(1 - \sqrt{\frac{2r_e}{r_a + r_e}} \right)$$

Wie aber kommen diese Gleichungen zustande? Im Rahmen dieser Wahlpflichtstation sollen Sie diese beiden zentralen Gleichungen herleiten. Das geschieht in drei Schritten (A, B, C).

A:

Die Formel für die Gesamtenergie eines Körpers, der sich auf einer Kreisbahn um einen Zentralkörper bewegt, ist Ihnen bekannt:

$$(2) \quad E_{\text{ges}} = - \frac{1}{2} G m M / r \quad (\text{Kreisbahn})$$

Diese Energiebeziehung gilt nicht nur für Kreisbahnen, sondern auch für Ellipsenbahnen. Dann muss in der Formel das r durch die große Halbachse a ersetzt werden:

$$(3) \quad E_{\text{ges}} = - \frac{1}{2} G m M / a \quad (\text{Ellipsenbahn})$$

- Die Herleitung dieser Formel ist nicht ganz leicht, so dass es reicht, wenn Sie diese mit Hilfe des beiliegenden Blattes nachvollziehen. Versuchen Sie dabei wirklich jeden Schritt zu verstehen.

B:

Egal, in welchem Abstand r vom Erdmittelpunkt sich ein Raumfahrzeug nun auf seiner Ellipsenbahn um die Erde befindet, seine Gesamtenergie ist an jeder Stelle gleich groß (jedenfalls solange es seine Triebwerke nicht benutzt). Dabei teilt sich die Gesamtenergie an unterschiedlichen Orten auf der Ellipse allerdings unterschiedlich in einen kinetischen und einen potentiellen Anteil auf.

- An welcher Stelle ist die potentielle bzw. die kinetische Energie am größten bzw. am kleinsten?
- Leiten Sie die folgende Formel (genannt Vis-Viva-Gleichung) her, die für jeden beliebigen Abstand r eines Körpers vom Brennpunkt auf einer Ellipsenbahn mit der großen Halbachse a seine Geschwindigkeit v angibt:

$$(4) \quad v = \sqrt{2GM \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)}$$

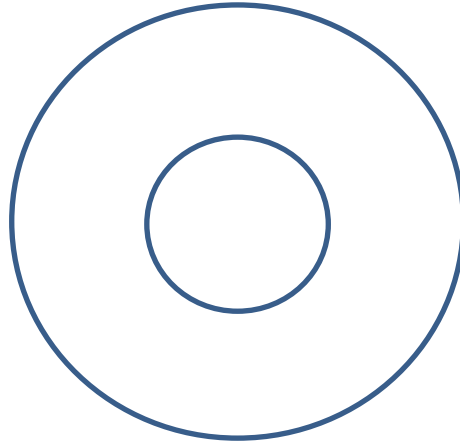
Tipp: Berechnen Sie die Gesamtenergie für einen der beiden ausgezeichneten Bahnpunkte der Ellipse.

- Funktioniert die Gleichung auch für Kreisbahnen und wie lautet sie dann?

C:

Jetzt lassen sich die beiden Geschwindigkeitsänderungen berechnen.

- In dieser Skizze sehen Sie die innere, erdnahe Kreisbahn (r_e) und die äußere, kreisförmige Zielbahn (r_a). Zeichnen Sie die halbe Ellipse des Hohmann-Transfers ein und beschriften Sie Apogäum und Perigäum dieser Bahn.



Kümmern wir uns zunächst um den *Einstieg* in die Hohmann-Ellipse. Gesucht ist der Geschwindigkeitskick zu Beginn des Hohmann-Transfers: Δv_e .

Δv_e ist die Differenz zwischen der größeren Geschwindigkeit direkt nach dem ersten Kick auf der in diesem Moment entstandenen Hohmann-Ellipse (v_H) und der Geschwindigkeit, die der Raumflugkörper bereits auf der kleinen Kreisbahn hatte (v_e).

(5) $\Delta v_e = v_H - v_e$

- Stellen Sie zunächst eine Formel für jede der beiden Geschwindigkeiten auf. Dabei hilft Ihnen die Vis-Viva-Gleichung.

(6) $v_e = \dots\dots\dots$

(7) $v_H = \dots\dots\dots$

- Die große Halbachse a_H der Hohmann-Ellipse in Gleichung (6) kann man nun in Abhängigkeit von r_a und r_e ausdrücken. Dabei hilft Ihnen Ihre Skizze: $a_H = \dots\dots\dots$

Nun haben wir auch für v_H eine Gleichung, in der nur r_a und r_e vorkommen:

(8) $v_H = \dots\dots\dots$

- Indem Sie die Gleichungen (6) und (8) in Gleichung (5) einsetzen, erhalten Sie die Ihnen bereits bekannte Formel für die Geschwindigkeitsdifferenz beim Einstieg in die Hohmann-Ellipse. Achtung: Hier sind einige Termumformungen nötig. Da Sie das Ergebnis aber kennen, sollten diese gelingen. Fragen Sie im Zweifelsfalle Ihre Lehrkraft.
- Die Formel für den Geschwindigkeitskick beim *Austritt* aus der Hohmann-Ellipse können Sie nun selbstständig (analog) herleiten.
- Falls Sie Hinweise oder Tipps benötigen, schauen Sie sich dieses Video an: <https://youtu.be/qC5oq7nzpuE>
Im Video handelt es sich bei μ um den sogenannten Gravitationsparameter, eine Abkürzung für das Produkt aus Gravitationskonstante und Masse des Zentralkörpers:
 $\mu = G * M$.

Wahlpflichtstation E

Weitere Phasen bei „Orbital Rendezvous“

Die zweite Phase einer R&D-Mission, das Phasing, haben Sie ja bereits kennengelernt. Im Rahmen der vorliegenden Wahl-Pflichtstation haben Sie nun die Gelegenheit, sich auch mit den anderen Phasen auseinanderzusetzen. Dazu dient Ihnen das Kapitel 8.6 (Orbital Rendezvous) des Lehrbuchs „Astronautics“, das der deutsche Astronaut Ulrich Walter verfasst hat, der sich 1993 für 10 Tage in der Raumfähre Columbia im Orbit befand. Das Verständnis der Ausführungen wird zum einen dadurch erschwert, dass das Werk auf Englisch und zum anderen nicht für Schüler(innen) sondern für Studierende der Luft- und Raumfahrttechnik verfasst wurde. Verstehen Sie bitte beides als Herausforderung und lassen Sie sich nicht einschüchtern!

Suchen Sie sich nun eine der 6 Phasen aus und studieren Sie das entsprechende Kapitel im beiliegenden Text. Versuchen Sie so viel wie möglich zu verstehen und formulieren Sie das, was Sie nicht verstehen, möglichst exakt in einer Frage. Ihr(e) Lehrer(in) wird Ihnen dann sicherlich weiterhelfen.

Wahlpflichtstation F

Missionen zum Mars per Hohmann-Transfers

Mit Hohmann-Transfers lassen sich energetisch günstige Übergänge zwischen zwei Bahnen um einen dominierenden Himmelskörper realisieren. Für kreisförmige Ausgangs- und Zielbahnen mit einem Radiusverhältnis unter 12 ist er sogar der energetisch günstigste, bei dem man also die geringste Treibstoffmenge mitführen muss. Warum also nicht eine auf einem Hohmann-Transfer basierende Mission zum Mars planen?

- Starten Sie die Simulationssoftware „marsflug.exe“, lesen Sie sich unter „Info“ den Text „Wie kommt man zum Mars und wieder zurück?“ durch und realisieren Sie mit Hilfe der Software unterschiedliche Marsmissionen.
- „Spielen“ Sie mit den einzustellenden Parametern und überlegen Sie, wann die Mission gelingt, wann sie scheitert und warum.



ANHANG 5 [*zurück zum Anfang*](#)

Herleitung für die Gesamtenergie einer Ellipsenbahn

Die Gesamtenergie $E_0 = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$ ist überall auf der Ellipse gleich groß. In großer Entfernung vom Zentralkörper ist E_{pot} größer und E_{kin} kleiner, in der Nähe ist es umgekehrt.

Für Perihel gilt $E_0 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Perihel}}^2 - \frac{G \cdot m \cdot M}{r_{\text{Perihel}}}$; für Aphel gilt $E_0 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Aphel}}^2 - \frac{G \cdot m \cdot M}{r_{\text{Aphel}}}$

Multiplizieren der Gleichungen mit r_{Perihel}^2 bzw. r_{Aphel}^2 führt zu den Gleichungen

$$E_0 \cdot r_{\text{Perihel}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Perihel}}^2 \cdot r_{\text{Perihel}}^2 - G \cdot m \cdot M \cdot r_{\text{Perihel}} \quad (1)$$

$$E_0 \cdot r_{\text{Aphel}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Aphel}}^2 \cdot r_{\text{Aphel}}^2 - G \cdot m \cdot M \cdot r_{\text{Aphel}} \quad (2)$$

Außerdem gilt: $v_{\text{Perihel}} \cdot r_{\text{Perihel}} = v_{\text{Aphel}} \cdot r_{\text{Aphel}} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Perihel}}^2 \cdot r_{\text{Perihel}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{Aphel}}^2 \cdot r_{\text{Aphel}}^2$.

Zieht man Gleichung (1) von Gleichung (2) ab, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} E_0 \cdot r_{\text{Aphel}}^2 - E_0 \cdot r_{\text{Perihel}}^2 &= -G \cdot m \cdot M \cdot r_{\text{Aphel}} + G \cdot m \cdot M \cdot r_{\text{Perihel}} \\ \Rightarrow E_0 \cdot (r_{\text{Aphel}}^2 - r_{\text{Perihel}}^2) &= -G \cdot m \cdot M \cdot (r_{\text{Aphel}} - r_{\text{Perihel}}) \\ \Rightarrow E_0 &= -G \cdot m \cdot M \cdot \frac{r_{\text{Aphel}} - r_{\text{Perihel}}}{r_{\text{Aphel}}^2 - r_{\text{Perihel}}^2} \end{aligned}$$

$$E_0 = - \frac{G \cdot m \cdot M}{r_{\text{Aphel}} + r_{\text{Perihel}}} = - \frac{G \cdot m \cdot M}{2a}$$