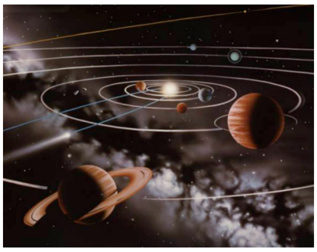
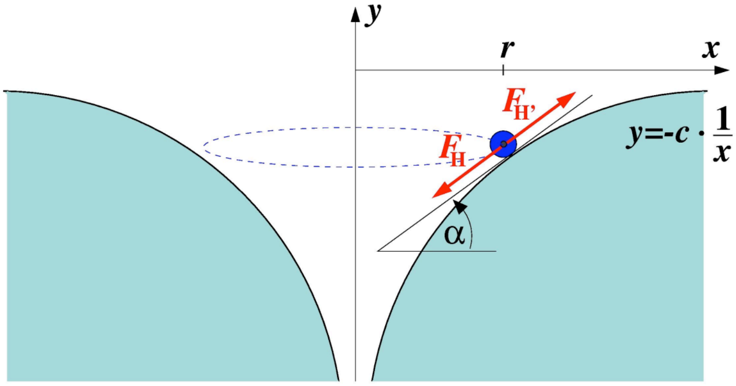


Arbeitsblatt
Planetenbewegung im Modell

Es soll klar werden, dass die dargestellte Kugellaufbahn des Potentialtrichtermodells (rechts), deren Form die Rotationsfläche einer Hyperbel (y=-c·1/x) bildet, als Modell zur Demonstration der Planetenbewegung im Gravitationsfeld der Sonne geeignet ist.

Aufgabe 1: Damit die Kugel auf einer Kreisbahn mit dem Radius *r* umläuft, muss die entsprechende Hangabtriebskraft kompensiert werden. Verdeutliche die geforderte Situation durch Kraftpfeile, die am Kugelmittelpunkt angreifen und bestimme die Abhängigkeit der Bahnneigung □ vom Bahnradius.

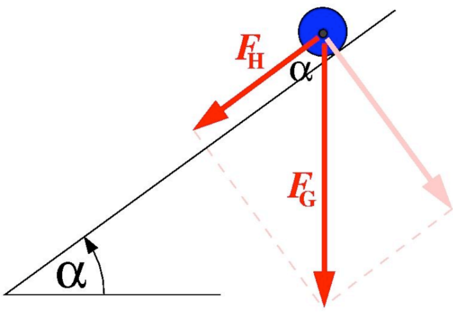


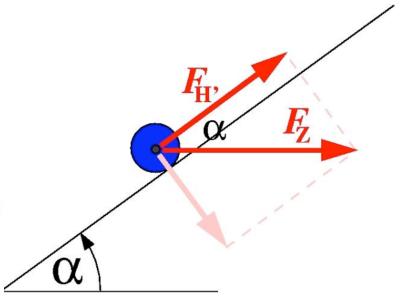
Bahnneigung bei $x=r$ entspricht Anstieg der Funktion

$$y=-c\cdot\frac{1}{x}\quad\Rightarrow\quad y'=c\cdot\frac{1}{x^2}=\tan\alpha,$$

$$\tan\alpha=c\cdot\frac{1}{r^2},\qquad \text{(c...Konstante).}$$

Aufgabe 2: An der Kugel greift die Gewichtskraft und die Zentripetalkraft an. Es soll eine Beziehung zwischen beiden Kräften gefunden werden. Dazu sollen zunächst die Gewichtskraft im linken Bild und die Zentripetalkraft im rechten Bild in ihre Komponenten zerlegt werden. Die sich ergebenden Bilder und die mit Lösung der ersten Aufgabe gewonnene Erkenntnis erlauben die Aufstellung der Beziehung.





Es gelten:

$$\sin\alpha=\frac{F_H}{F_G},\quad \cos\alpha=\frac{F_{H''}}{F_Z}.$$

Mit $F_H = F_{H'}$ erhält man

$$F_Z=\tan\alpha\cdot F_G.$$

Aufgabe 3: Abschließend ist zu verdeutlichen, dass das Kräftegleichgewicht im Modell zu demjenigen führt, dass für einen Planeten auf einer Kreisbahn um die Sonne vorliegt.

$$\text{Modell}: F_Z=\tan\alpha\cdot F_G\quad\Rightarrow\quad\frac{m\cdot v^2}{r}=c\cdot\frac{1}{r^2}\cdot m\cdot g,\qquad \text{mit}\quad c=\frac{\gamma\cdot M}{g}$$

$$\text{Modell}: \frac{m\cdot v^2}{r}=\gamma\cdot\frac{M\cdot m}{r^2},\qquad € \qquad \text{Planeten}: \frac{m\cdot v^2}{r}=\gamma\cdot\frac{M\cdot m}{r^2}.$$