

Sterne und Weltraum, Band 43, Heft 3/2004, Seite 60:

"Der Stern CY Aquarii und die Lichtgeschwindigkeit"

Ergänzungen und Hinweise zur Durchführung und Reduktion der Beobachtungen von CY Aquarii

[\(SuW im Internet\)](#)

Der genannte Artikel in *SuW*, wie auch diese Internetseite, entstanden in Würdigung des Astronomen und späteren Chefkonstruktors astronomischer Teleskope bei der Firma Carl Zeiss in Jena, [Alfred Jensch \(1912 - 2001\)](#).

A. Jensch hatte den Stern während seiner Tätigkeit an der Sternwarte Sonneberg bearbeitet und als außerordentlich kurzperiodisch erkannt (Jensch 1934, 1935). Nur wenige Monate nach der Entdeckung des schnellen Lichtwechsels von CY Aquarii demonstrierte er aber auch, daß sich die ausgeprägten Helligkeitsmaxima zur Ableitung der Lichtgeschwindigkeit eignen (Jensch 1936*a,b*). Damit eröffnete er einen vergleichsweise einfachen Weg, der selbst Beobachtern ohne besondere technische Ausrüstung, auch Schülerarbeitsgemeinschaften zum Beispiel, die Bestimmung einer unserer fundamentalen physikalischen Konstanten erlaubt!

Diese Ergänzungen zum Artikel und die Hinweise zur Durchführung und Reduktion der Beobachtungen gliedern sich in die folgenden Abschnitte:

- Abschn. 1 [Die Methode](#)
- Abschn. 2 [Der Stern CY Aquarii](#)
- Abschn. 3 [Günstige Beobachtungstermine](#)
- Abschn. 4 [Bestimmung der Sternhelligkeiten](#)
- Abschn. 5 [Lichtkurve und Normalmaxima](#)
- Abschn. 6 [Schließlich: Die Lichtgeschwindigkeit](#)
- Abschn. 7 [Literatur](#)

Abschn. 1: Die Methode

Die Zeitpunkte, zu denen markante Ereignisse ("Signale") bei kosmischen Objekten beobachtet werden, hängen vom Lichtweg zum Beobachter ab. Falls sich die Signale periodisch wiederholen, kommt es zu wechselnde Zeitverschiebungen gegenüber dem natürlichen Takt, weil sich der Lichtweg zwischen Objekt und Beobachter infolge der jahreszeitlich unterschiedlichen Positionen der Erde in ihrer Bahn ändert.

Bekanntester Fall: Im Jahre 1675 postulierte O.Römer, damals an der Pariser Sternwarte, eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes als Ursache für die beobachteten Variationen in

den wechselseitigen Bedeckungszeitpunkten von Jupiter und seinem Mond Io. Der von ihm dann abgeleitete Wert der Lichtgeschwindigkeit war zwar durch damals nicht hinreichende Kenntnis des Erdbahnradius beeinträchtigt, basiert aber auf Zeitmessungen hoher Genauigkeit!

Der Stern CY Aquarii: Wie A. Jensch erkannte, sind die zeitlich scharfen Helligkeitsmaxima des Veränderlichen geeignete Signale, um Laufzeitdifferenzen in Abhängigkeit vom jeweiligen Ort der Erde in ihrer Bahn abzuleiten. Bei bekanntem Erdbahnradius ergibt sich aus den Zeitdifferenzen die Lichtgeschwindigkeit.

Nehmen wir an, daß ein Beobachter durch wiederholte Helligkeitsschätzungen die Zeiten τ_i^{obs} der Maxima des Sternes ermittelt hat. Aufgetragen über der Zeit sollten diese Momente wegen der konstanten Signalfolge, nämlich der Lichtwechselperiode P , auf einer Geraden liegen (s. [Abb.1](#)). Tatsächlich zeigt sich jedoch eine überlagerte Periode, mit der die Maxima mal später und mal früher als erwartet eintreffen. Die Amplitude beträgt 8.3 Minuten, entsprechend der Lichtlaufzeit entlang eines Erdbahnradius. [Abb.2](#) verdeutlicht die Verhältnisse: in der gezeichneten Stellung erreicht ein Helligkeitsmaximum den Beobachter früher als die Sonne. Für die beobachteten Zeiten gilt der Zusammenhang

$$\tau_i^{\text{obs}} = \tau_0 + n_i P - s_i/c. \quad \text{Gl.(1)}$$

τ_0 ist darin eine *heliocentrische* Zeitangabe als Bezugswert. Von diesem aus gezählt ist das

Maximum τ_i um die Anzahl n_i Perioden P entfernt. Der Term s/c (c Lichtgeschwindigkeit) wird Lichtgleichung genannt und enthält die geometrische Projektion s des momentanen Radiusvektors ρ der Erde auf die Richtung zum Stern (s. [Abb.2](#)). Es gilt

$$s = \rho \cos(l_{\oplus} - l_*) \cos b_* = -\rho \cos(l_{\odot} - l_*) \cos b_*. \quad \text{Gl.(2)}$$

Ziel unserer Beobachtungen ist die Ermittlung von Zeitdifferenzen s/c , um daraus bei bekannten Weglängen s die Lichtgeschwindigkeit c herzuleiten. Im Prinzip genügt es, zu zwei günstig liegenden Beobachtungsterminen die Zeit je eines Helligkeitsmaximums von CY Aquarii zu ermitteln, aus Gründen der Genauigkeit sollte jedoch jeweils eine ganze Serie von Maxima beobachtet werden. Diese lassen sich in ihren Zeitwerten dann rechnerisch verbessern.

A. Jensch hatte seine Beobachtungen von 1934 und 1935 so angelegt, daß er die in engen Zeiträumen beobachteten Maxima jeweils zu Normalwerten zusammengefaßt und diese als diskrete Beobachtungsdaten behandelt hat (s. [Tab.1](#)). Der andere Weg ist, alle Einzelwerte einem Ausgleichungsverfahren zu unterwerfen und daraus die Amplitude der Kurve in [Abb.1](#) zu gewinnen. In [Abschn. 6](#) werden wir beide Wege verfolgen.

Abb.1: Die Lichtgleichung. Aufgetragen sind angenommene Zeiten der Maxima im Vergleich zwischen einem Beobachter und dem heliozentrischen Standort (die Kurve der Beobachtungen ist stark überhöht gezeichnet). Die Kalendertermine am oberen Bildrand gelten für CY Aquarii (tatsächlich beobachtbar nur in der zweiten Jahreshälfte).

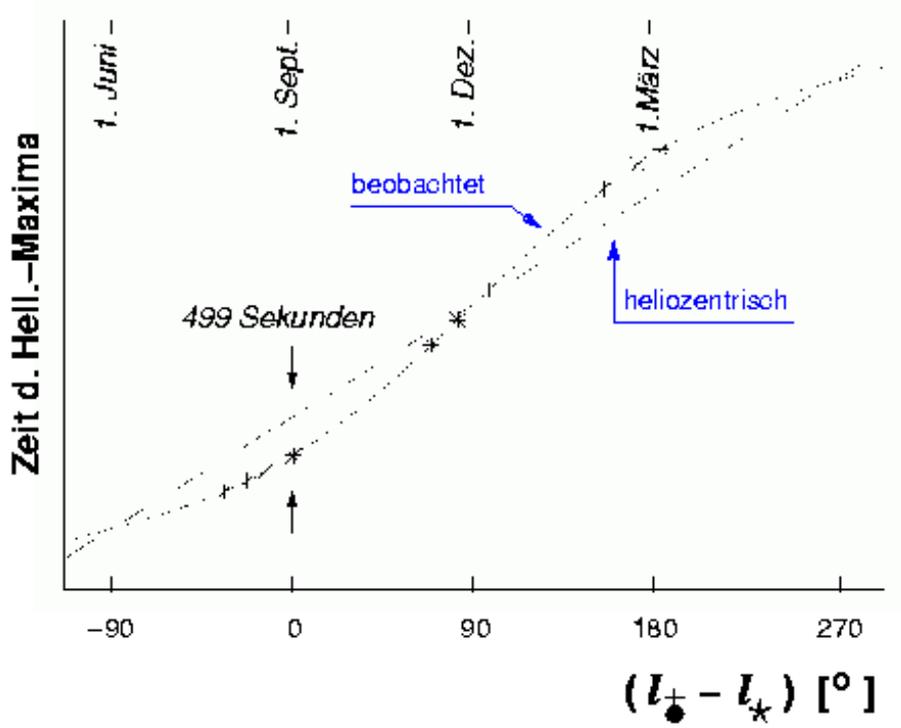
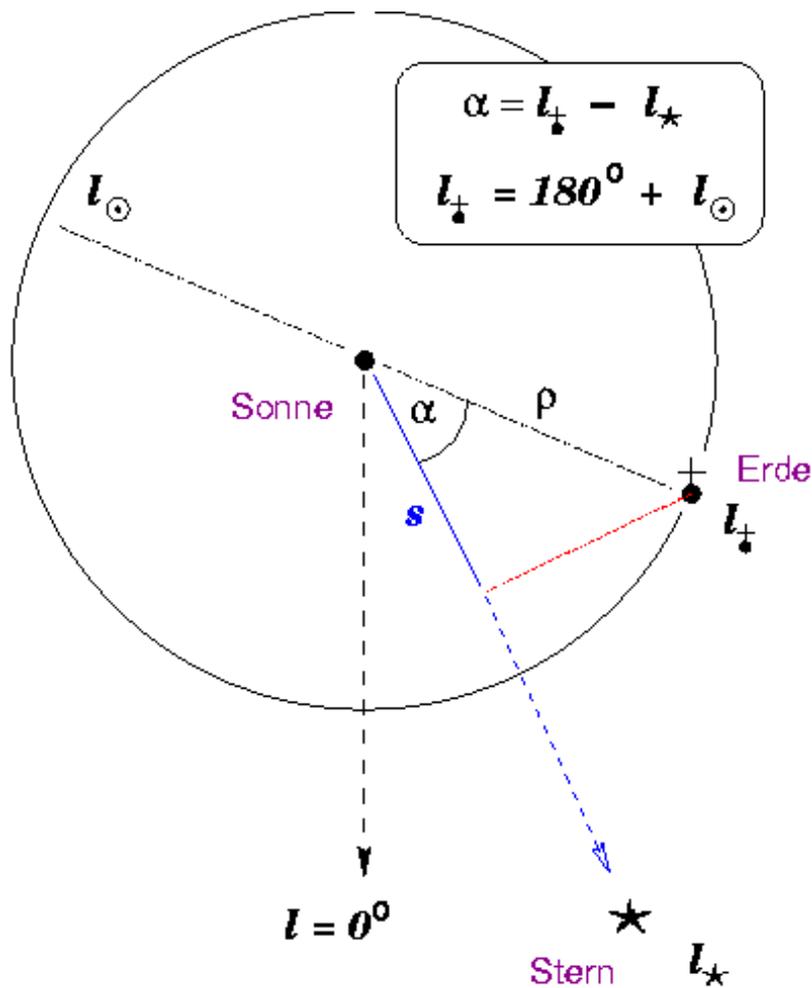


Abb.2: Geometrie der Erdbahn. Der Stern ist als in der Ekliptik stehend angenommen, d.h. $b_{\star} = 0^{\circ}$.



Abschn. 2: Der Stern CY Aquarii

Äquatoriale Koordinaten	RA (J2000)	22 ^h 37 ^m
		47.2 ^s
Ekliptikale Koordinaten	DEC (J2000)	01° 32' 07"
	l_{\star}	341° 36'
Scheinbare Helligkeit	b_{\star}	09° 27'
	V	10.4 ^m - 11.2 ^m
Periode (1989 -1994) (nach: Powell 1995)	P	0.061 038 612 Tage
	M_V	2.6 ^m
Variation des Spektraltyps über die Periode		A2 - F2
Variation der effektiven Temperatur	T_{eff}	6680 - 8320 K

Typ der Veränderlichkeit	SX Phoenicis
Entdeckung der Veränderlichkeit	C. Hoffmeister, 1934

¹⁾ definiert als zeitliches Mittel der *Intensitätswerte*, ausgedrückt in Größenklassen.

Abschn. 3: Günstige Beobachtungstermine

Die Termine für die Beobachtungen sollten so ausgewählt werden, daß sich insgesamt möglichst große Differenzen in den Lichtwegen ergeben. Das heißt, daß mindestens ein Teil der Beobachtungen sowohl in Konjunktion (Morgendämmerung) wie in Opposition zwischen Sonne und Stern erfolgen müssen (s. auch [Abb.1](#)). Der Stern CY Aquarii ist in der zweiten Jahreshälfte und darüber hinaus bis etwa Mitte Januar zu beobachten: im Juli jeweils vor Sonnenaufgang, um das Jahresende am Abend.

Hilfsmittel zur Festlegung günstiger Termine: Drehbare Sternkarte, Computersoftware "Planetariumsprogramm", unter LINUX: XEPHEM.

Abschn. 4: Bestimmung der Sternhelligkeiten

Ziel: Ableitung der Lichtkurve von CY Aquarii aus häufig wiederholten Helligkeitsbestimmungen.

Zeitauflösung: Die zeitliche Dichte der Helligkeitsbestimmungen hängt von der Schnelligkeit des Lichtwechsels ab. Sie liegt im Fall von CY Aquarii bei Zeitabständen von einer Minute und darunter. Dann bleiben selbst im steilen Anstieg der Lichtkurve die Unterschiede zwischen zwei Helligkeitswerten unterhalb von 0.04 mag.

Visuelle Schätzungen: Bei der direkten Beobachtung am Fernrohr kann man nach dem Verfahren von F. W. Argelander (1799 - 1875) vorgehen. Bei diesem ist die Helligkeit des Veränderlichen jeweils in Relation zu einem helleren und einem schwächeren Vergleichssterne einzuschätzen. Das geschieht in "Stufen" und wird, zusammen mit der Uhrzeit, am besten in der Form

a 3 V 1 b

protokolliert. In diesem Beispiel sei der Veränderliche *V* zum Beobachtungszeitpunkt um 3 Stufen schwächer als der Vergleichssterne *a* und um 1 Stufe heller als *b* gesehen worden. Die Stufenzahl ist als Interpolation zwischen den Helligkeitseindrücken anzugeben, oder aber man bringt zum Ausdruck, wie ausgeprägt der Helligkeitsunterschied ist. Eine solche Skala läuft von

0 (= auch bei mehrfachem Hinsehen kein Unterschied) ... **5** (= sofort und sehr augenfälliger Unterschied).

Die Vergleichssterne sollten sich in der Helligkeit möglichst wenig vom Veränderlichen unterscheiden, da das Auge kleine Helligkeitsdifferenzen quantitativ viel genauer einschätzen kann als große Unterschiede. Die Erfahrung lehrt, daß der "Stufenwert", und damit die mit der Argelanderschen Methode erreichbare Genauigkeit, bei einiger Übung unterhalb von 0.1 mag liegen kann. Kompetente Anleitung zum Vorgehen findet man auf der Internetseite der [American Association of Variable Stars, AAVSO](#).

Daten von einer CCD-Kamera: Am Teleskop sind in angemessenen kurzer Zeitfolge gut "belichtete"

Aufnahmen zu gewinnen, die den Veränderlichen selbst in seinem Minimum, wie auch die schwächsten Vergleichssterne, deutlich über dem Hintergrund zeigen. Zum Software-Paket einer CCD-Kamera gehört i.a. auch ein Photometrie-Programm, mit dessen Hilfe sich die Helligkeiten des Veränderlichen in Relation zu den Vergleichssterne ableiten lassen. J. Schirmer (2001) zeigt in seinem Artikel eine sehr schöne, mit einer CCD-Kamera gewonnene Lichtkurve von CY Aquarii (**Abb.3**). Aus diesem Artikel stammt auch die hier gezeigte Umgebungskarte (**Abb.5**) zum Aufsuchen des Veränderlichen, einschließlich geeigneter Vergleichssterne. Für die eigene Beobachtung bezeichne man diese in der Reihenfolge abnehmender Helligkeit mit den Buchstaben *a, b, c* usw. Falls gewünscht, lassen sich weitere Vergleichssterne aus dem [HST Guide Star Catalog 1.1](#) herausuchen (auf ein einheitliches Helligkeitssystem ist dabei zu achten).

Abb.3: Die Lichtkurve (Schirmer 2001).

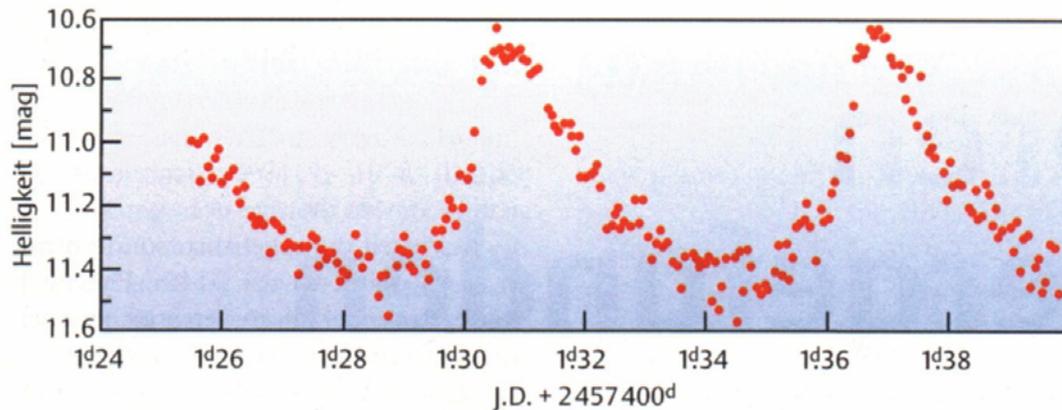


Abb.4: Der Veränderliche CY Aqr (*var*) befindet sich etwa 1.6° nördlich des hellen Sternes *eta Aquarii* ($V = 4.0$ mag; Karte aus: Vehrenberg 1972). Die Sternbezeichnungen in der Nähe des Veränderlichen beziehen sich auf die Umgebungskarte **Abb.5.**

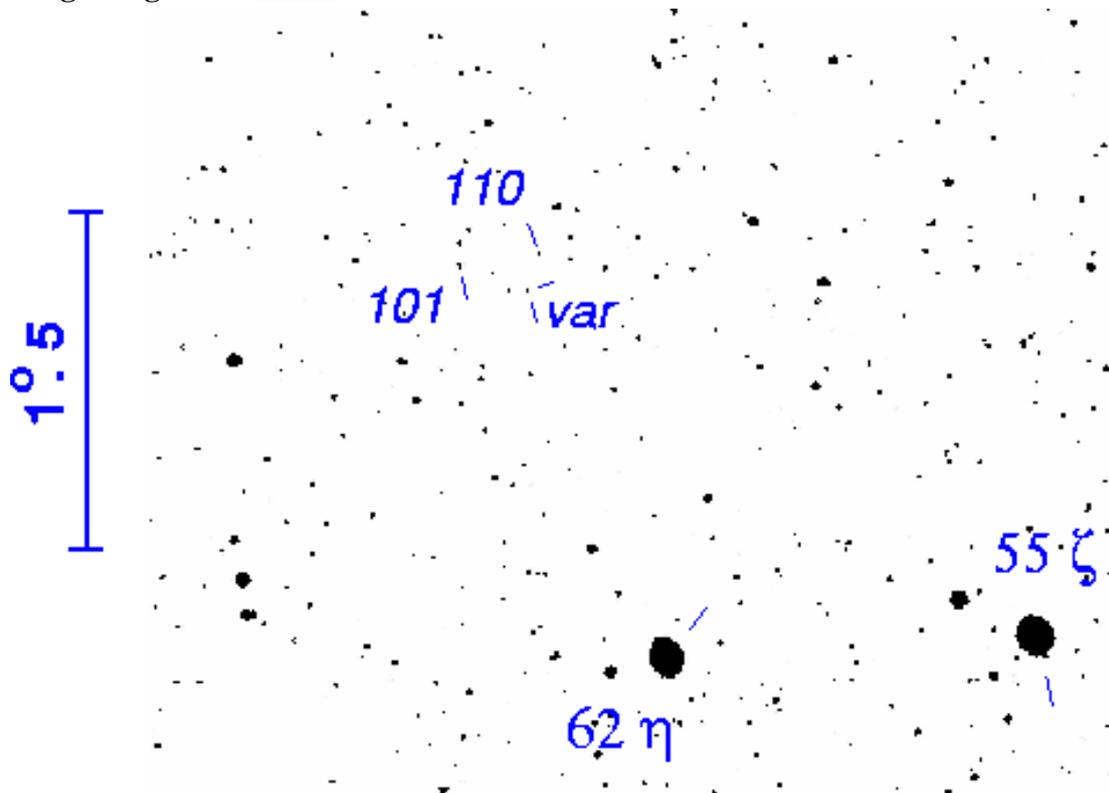
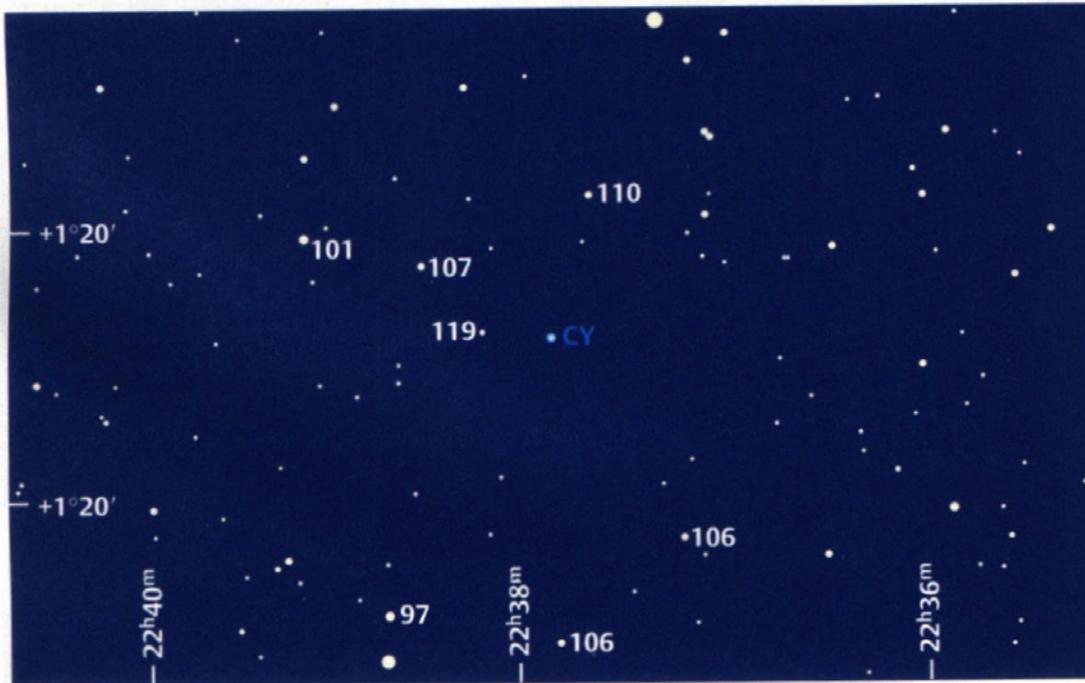


Abb.5: Die Umgebung des Veränderlichen (CY) mit Vergleichssternen (Schirmer 2001). Die eingetragenen Zahlen bedeuten jeweils die V-Helligkeit in Zehntel Größenklassen, z.B. 119 = 11.9 mag, die obere Angabe auf der Deklinationsskala muß richtig heißen +1°40'.



Abschn. 5: Lichtkurve und Normalmaxima

Man erhält die Lichtkurve des Sterns, wenn die Gesamtheit der Helligkeitswerte über der Zeit in fortlaufender Tageszählung (Julianisches Datum) aufgetragen wird. Die Beobachtungen des Sternes sollten jeweils einige Lichtwechselferioden überdecken. Grundsätzlich sind zwei Strategien denkbar: **entweder** man nimmt sich zeitlich enge Beobachtungsphasen *A, B, C* usw. vor, innerhalb deren man die Einzelmaxima zu jeweils einem Normalmaximum kombiniert, **oder** man verteilt die Beobachtungen mehr oder weniger gleichmäßig über die ganze Sichtbarkeitsdauer und reduziert sie gemeinsam. Im ersten Fall ist die Kurve der (Abb.1) mit wenigen diskreten Punkten besetzt. Der Zeitraum einer einzelnen Beobachtungsperiode darf wenige Tage nicht übersteigen, damit sich nicht bereits Laufzeitunterschiede bemerkbar machen. A. Jensch (1936b) ist in dieser Weise vorgegangen und wir verfolgen zunächst seinen Weg. Die simultane Ausgleichung aller Maxima wird dann im [Abschn. 6.2](#) vorgeführt.

Durch Interpolation in der Lichtkurve entnimmt man die Zeiten τ_i^{obs} , zu denen sich der Stern jeweils in maximaler Helligkeit zeigt und unterzieht sie *gruppenweise* einer Ausgleichung zwecks Verbesserung der Genauigkeit. Wenn innerhalb des engen Beobachtungszeitraums insgesamt N Maximumszeiten τ_i^{obs} (Laufindex $i = 0 \dots N-1$) beobachtet worden sind, so gilt im Idealfall für diese ein linearer Zusammenhang

$$\tau_i^{\text{obs}} = \tau(A) + n_i P. \quad \text{Gl.(3)}$$

Das erste der beobachteten Maxima ist hier als Bezugsgröße gewählt worden. Es ist als $\tau(A)$ bezeichnet, wobei *A* die spezielle Beobachtungsphase kennzeichnen soll. Von diesem

Bezugsmaximum aus ist das Maximum mit dem Index i um insgesamt n_i Perioden P entfernt (n_i ganzzahlig; da nicht fortlaufend alle Maxima beobachtet sein werden, sind i und n nicht identisch!). Die Zeitwerte τ_i^{obs} sind bekannt, die Zahlen n_i lassen sich, ausgehend vom gewählten $\tau(A)$ durch Weiterzählen mit der Periode ermitteln. Der Beobachtungswert für $\tau(A)$ ist, genauso wie die anderen τ_i^{obs} , mit Ungenauigkeiten behaftet. Der ganze Satz von Wertepaaren (τ_i^{obs}, n) wird deshalb einem mathematischen Ausgleichsverfahren unterzogen und in linearer Regression eine Verbesserung des Wertes $\tau(A)$ angestrebt. Nach Vorschrift der Ausgleichsrechnung berechnet sich der günstigste Wert der Bezugsepoche aus

$$\tau(A) = \frac{\sum \tau_i^{\text{obs}} - P \sum n_i}{N}, \quad \text{Gl.(4)}$$

N ist die Anzahl der beobachteten Maxima in der betreffenden Beobachtungsphase.

Grundsätzlich könnte in der Prozedur auch die Periode P als eine zweite Unbekannte ermittelt werden. Allerdings müssen dann wirklich zuverlässige Beobachtungen vorliegen, die vor allem einen längeren Zeitraum überdecken.

Ein Trick bei der Auswertung:

Ein Fehler im angenommenen Periodenwert macht sich dann weniger bemerkbar, wenn die Ausgleichung nicht auf den ersten der Beobachtungswerte, sondern auf einen in der Mitte des Intervalls bezogen wird. Das ist hier geschehen und bedeutet, daß in Gl.(4) mit den Werten n^* aus der letzten Spalte von Tab.1 gerechnet worden ist.

Tab.1: CY Aquarii - Beobachtete Maxima (Daten von A. Jensch, 1934, 1935, 1936b)

Phase	i	Datum	UT	Jul. Dat.	n	n^*
A	0	1934, Aug. 15	22:10	242 7665.4240	0	-50
	1	15	23:40	7665.4860	1	-49
	2	16	21:39	7666.4020	16	-34
	3	16	23:05	7666.4620	17	-33
	4	18	21:58	7668.4155	49	-1
	5	18	23:26	7668.4765	50	0
	6	22	00:40	7671.5275	100	50
	7	23	03:03:36	7672.6275	118	68
B	0	1934, Nov. 26	11:22:49	242 7767.97418		
C	0	1935, Aug. 19	23:08	242 8034.464	0	-16
	1	20	21:04	242 8035.378	15	-1
	2	20	22:34	8035.440	16	0
	3	21	23:27	8036.477	33	17

Abschn. 6: *Schließlich*: Die Lichtgeschwindigkeit

In unserer Auswertung benutzen wir die von A. Jensch in den Originalveröffentlichungen gegebenen Daten (**Tab.1**). Dabei verfolgen wir in Abschn. 6.1 zunächst den von ihm beschriebenen Weg der Nutzung von zwei Normalmaxima, die aus der gruppenweisen Zusammenfassung von Einzelbeobachtungen hervorgehen. In Abschn. 6.2 wenden wir dann ein Ausgleichsverfahren auf die Gesamtheit der Einzelbeobachtungen an. Für die Phase *B* konnten bei A. Jensch keine Einzelbeobachtungen gefunden werden, so daß hier der Wert seiner Normalepoche in die Tabelle übernommen worden ist (Jensch 1936b).

6.1: Gruppenweise Beobachtungen:

Die in Abschn. 5 aufgeführten Gleichungen enthalten die Lichtgeschwindigkeit c noch nicht explizit. Diese tritt jedoch in Form der Lichtgleichung s/c (s. **Abb.2**) in Erscheinung, sobald die an die Erdbahnpositionen gebundenen Normalepochen auf einen ortsunabhängigen, heliozentrischen Ort transformiert werden. Eine vom erdgebundenen Beobachter registrierte erste Normalepoche $\tau(A)$

steht mit ihrer auf die Sonne reduzierten Zeit $\tau_0(A)$ im Zusammenhang

$$\tau(A) = \tau_0(A) - s_A/c, \quad \text{Gl.(5a)}$$

s_A bedeutet darin die in **Abb.2** definierte Wegdifferenz für die Beobachtungsepoche *A*. Zu den beiden weiteren Epochen *B* und *C* kommt man durch Weiterzählen mit der Periode P . Es gelten die Beziehungen

$$\tau(B) = \tau_0(A) + n_B P - s_B/c \quad \text{Gl.(5b)}$$

$$\tau(C) = \tau_0(A) + n_C P - s_C/c, \quad \text{Gl.(5c)}$$

s_B bzw. s_C sind die Wegdifferenzen und n_B bzw. n_C die Anzahlen von Perioden, die zwischen den Normalepochen *A* und *B* bzw. *C* vergangen sind. Die Werte s ergeben sich aus der Erdbahngeometrie entsprechend Abschn. 1, **Gl.(2)**.

Setzen wir die Periode P wieder als bekannt voraus, so verbleiben in diesen drei Gleichungen die gesuchte Lichtgeschwindigkeit c und der eigentlich nicht interessierende Wert $\tau_0(A)$ als

Unbekannte zu bestimmen. Das geschieht durch Kombination von jeweils zwei der vorstehenden Gleichungen, z.B. gilt

$$c = \frac{1.496 \times 10^8}{86\,400} \frac{(s_B - s_A)}{[\tau(A) - \tau(B)] + n_{BA} P}, \quad \text{Gl.(6)}$$

$n_{BA} = n_B - n_A$ ist die Periodenanzahl, die zwischen beiden Beobachtungsphasen liegt. Entsprechende Ausdrücke folgen für die anderen Kombinationen zwischen den Normalepochen. Aus den Beobachtungen der Maximumszeiten resultieren die Normalepochen sind in Form von Tagen, die Werte s erhält man in Astronomischen Einheiten. Der Vorfaktor in Gl.(6) regelt die Umrechnung der Maßeinheiten so, daß sich die Lichtgeschwindigkeit in der gewohnten Einheit c [km/s] ergibt.

Die zur Auswertung der Gl.(6) erforderlichen Zahlenwerte sind in **Tab. 2** zusammengestellt. τ steht darin für die geozentrischen Normalepochen $\tau(A)$ usw., jeweils mit der zugehörigen ekliptikaln Länge der Sonne l_{\odot} , dem Abstand Erde-Sonne ρ und schließlich dem projizierten Radius s . Die beiden letzteren sind in Astronomischen Einheiten (AE) angegeben. l_{\odot} und ρ können z.B. aus *Ahnerts Astronomisches Jahrbuch* (Neckel & Montenbruck) entnommen werden. Die Spalte n enthält die Anzahl von Perioden, die seit der Bezugsepoche $\tau(A)$ vergangen sind. In der Größe $\Delta\tau$ steckt der eigentliche Meßwert, denn diese Differenz zwischen der mit der Periodenzahl hochgerechneten Zeit und dem Beobachtungswert geht auf die Weglängendifferenz zwischen beiden Phasen zurück! Die entsprechende Differenz bei Phase *C* im Vergleich zu *A* sollte Null sein und zeigt wohl die Unsicherheit der Zeitangaben.

Tab.2: CY Aquarii - Die geozentrischen Normalepochen und zugeordnete Größen (Ausgleichung mit dem damals aktuellen Periodenwert $P = 0.061\ 038\ 497$ Tage; Powell 1995).

Phase	τ	n	$\Delta\tau$	l_{\odot}	ρ	s
	[JD]		[Tage]	[$^{\circ}$]	[AE]	[AE]
A	242 7668.47649	0	0	145.3	1.011 991	0.958 148
	= 1934, Aug. 08, 23:26:09 UT					
B	242 7767.97418	1630	0.004 94	243.5	0.986 743	0.136 717
	= 1934, Nov. 26, 11:22:49 UT					
C	242 8035.43975	6012	0.000 18	147.0	1.011 680	0.965 530
	= 1935, Aug. 20, 22:33:14 UT					

Durch Kombination der Normalepochen *A* und *B* bzw. *B* und *C* ergeben sich schließlich die in **Tab. 3** aufgeführten Werte der Lichtgeschwindigkeit (Die Kombination *A* & *C* bringt kein auswertbares Ergebnis, da sich die Weglängen nicht signifikant unterscheiden).

Tab.3: CY Aquarii - Die Lichtgeschwindigkeit.

<i>A & B</i>	$c = 287\,687 \text{ km/s}$
<i>B & C</i>	$c = 280\,075 \text{ km/s}$

Die Angabe aller Stellen im Ergebnis ist nur formal gemeint und im Vergleich zur erzielten Genauigkeit nicht berechtigt (s. dazu [Abschn. 6.2](#)). Die relative Abweichung zum Standardwert der Lichtgeschwindigkeit beträgt rund 5%. Angesichts der Tatsache, daß die Werte aus visuellen Beobachtungen mit begrenzter Zeitauflösung und relativ schlechter Verteilung über die Weglängendifferenzen erhalten wurden, kann das wirklich als ein gutes Ergebnis betrachtet werden!

6.2: Verteilte Beobachtungen:

Wir wiederholen die bereits oben aufgeführte Gl.(1)

$$\tau_i^{\text{obs}} = \tau_0 + n_i P - s_i/c. \quad \text{Gl.(1)}$$

Da uns insgesamt N Maximumszeiten τ_i^{obs} vorliegen, kann man diese Gleichung N -mal hinschreiben. Die Werte s_i sind bekannt, auch die Kenntnis der Periode setzen wir voraus. Als Unbekannte verbleiben somit τ_0 und die Lichtgeschwindigkeit c . Tatsächlich können die N

Gleichungen erst dann alle exakt erfüllt sein, wenn wir in Form von Verbesserungen v_i die Meßfehler berücksichtigen, mit denen die Beobachtungswerte behaftet sind. In allgemeiner Form lassen sich die Gleichungen dann als

$$v_i = a_i x + b_i y - l_i \quad \text{Gl.(7)}$$

schreiben. x und y stehen darin für die beiden Unbekannten, a_i und b_i für deren Vorfaktoren und l_i für die Beobachtungswerte. In der Sprache der Fehler- und Ausgleichsrechnung handelt es sich um ein Problem vermittelnder Beobachtungen und als günstigste Werte der Unbekannten sind diejenigen anzusehen und zu bestimmen, mit denen nach der Vorschrift von C. F. Gauß die Summe der Quadrate der Verbesserungen $\sum(v_i^2)$ einen minimalen Wert annimmt. Wird diese Vorschrift auf

das System der N Gleichungen angewendet, so entstehen die sogenannten Normalgleichungen. Das Problem und seine Lösung werden üblicherweise in Matrixschreibweise formuliert (s. z.B. Steup 2001). In unserem einfachen Fall von nur zwei Unbekannten lauten die Normalgleichungen

$$\begin{aligned} N x + \left(\sum s_i\right) y - \sum(\tau_i^{\text{obs}} - n_i P) &= 0, \\ \left(\sum s_i\right) x + \left(\sum s_i^2\right) y - \sum s_i (\tau_i^{\text{obs}} - n_i P) &= 0. \end{aligned}$$

Das läßt sich leicht auflösen und wir erhalten die gesuchten Unbekannten in den Einheiten km/s bzw. Tage als

$$c := -\frac{1.496 \times 10^8}{86400} \frac{1}{y} \quad \text{und} \quad \tau_0 := x.$$

Angewendet auf die Daten in [Tab. 1](#) ergeben sich schließlich als Zahlenwerte

$$c = (283\,626 \pm 33\,530) \text{ km/s},$$

$$\tau_0 = (242\,7767.97503 \pm 0.00067) \text{ Tage}.$$

Auch hier ist wieder der oben erwähnte "Trick" angewendet und die Periodenzahl n von einer der mittleren Beobachtungen in der Serie aus gezählt worden. Um zu große Zahlenwerte zu vermeiden, empfiehlt es sich außerdem, von allen τ_i^{obs} einen bequemen Wert des Julianischen Datums

abzuziehen. Die angegebenen Fehler der Konstanten lassen sich im Zuge des Ausgleichsverfahrens durch entsprechende Rechenvorschriften mit bestimmen (z.B. Steup 2001). Die Fehlerangaben verdeutlichen, daß man aus den vorliegenden Daten bestenfalls, aber doch immerhin, einen Wert

$$c = (280\,000 \pm 30\,000) \text{ km/s}$$

für die Lichtgeschwindigkeit ableiten kann!

Die vorgestellten Beobachtungen und ihre Auswertung haben ohne besonderen Aufwand an Hilfsmitteln einen sehr überzeugenden Wert der Lichtgeschwindigkeit geliefert. Falls Sie das beschriebene Verfahren einmal selbst anwenden sollten, so wünsche ich Ihnen

viel Freude, und lassen Sie von sich hören!


pfau@astro.uni-jena.de

Literatur

- Jensch, A., 1934:** 391.1934 Aquarii. Astron. Nachr. **253**, 443.
Jensch, A., 1935: Verbesserte Elemente für 391.1934 Aquarii. Astron. Nachr. **257**, 145.
Jensch, A., 1936a: Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Kosmos **33**, 126.
Jensch, A., 1936b: Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit im Schulunterricht. Unterrichtsblätter f. Math. und Nat.Wiss. **42**, 253.
Neckel, T., Montenbruck, O.: Ahnerts Astronomisches Jahrbuch. Spektrum Akademischer Verlag
Powell, J. M., Joner, M. D., McNamara, D. H., 1995: Long-Term Period Variations of the SX Phoenicis Star CY Aquarii. Publ. Astron. Soc. Pac. **107**, 225.
Schirmer, J., 2001: CY Aquarii - Der schnelle Veränderliche. SuW 2001, Heft 2, S.180.
Steup, D., 2001: <http://www.uni-stuttgart.de/iagb/publikation/darbeit/doerte/all/node88.html>
Vehrenberg, H., 1972: Falkauer Atlas - Photographischer Sternatlas. Treugesell-Verlag, Düsseldorf, 3. Aufl.



[Top](#)

W. Pfau, 10. November 2003



[Home](#)

zur Darstellung mit Netscape 4.x