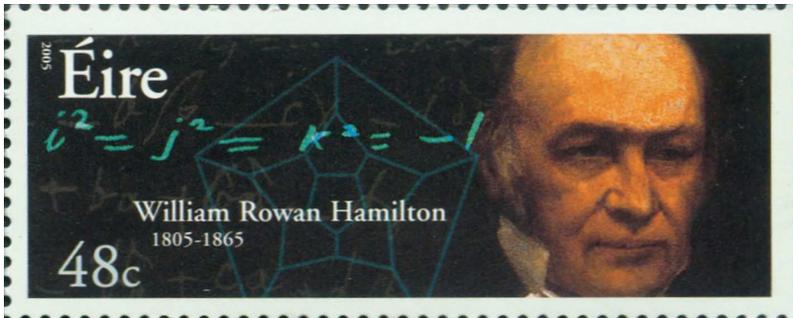


September 2010

Vor 145 Jahren starb

WILLIAM R. HAMILTON (04.08.1805 - 02.09.1865)



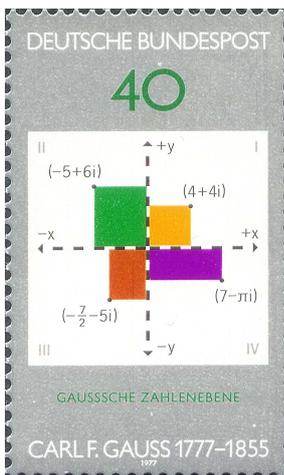
WILLIAM ROWAN HAMILTON wächst als Sohn eines Anwalts in Dublin auf. Bereits im Alter von 5 Jahren lernt er Latein, Griechisch und Hebräisch; später kommen andere Sprachen hinzu, u. a. Deutsch, Sanskrit und Malaiisch. Für Mathematik

beginnt er sich erst im Alter von 12 Jahren zu interessieren, liest mit 13 Jahren die *Elemente* des EUKLID in lateinischer und die *Elements d' Algèbre* von ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT in französischer Sprache. Als er 15 Jahre alt ist, beschäftigt er sich mit den Werken von ISAAC NEWTON (1643 - 1727) und PIERRE SIMON LAPLACE (1749 - 1827), mit 17 Jahren entdeckt er einen Fehler in der LAPLACE'schen *Mécanique céleste* (Himmelsmechanik), was den irischen Astronomen JOHN BRINKLEY veranlasst festzustellen: „This young man, I do not say will be, but is, the first mathematician of his age.“



Mit 18 Jahren tritt HAMILTON in das *Trinity College* in Dublin ein; seine erste Veröffentlichung bei der *Royal Irish Academy* folgt ein Jahr später, seine ersten bahnbrechenden Untersuchungen zur Optik im Jahr 1826. Im Rahmen der Zwischenprüfungen an der Universität fordert ihn einer seiner Prüfer auf, sich um eine freigewordene Professur in Astronomie zu bewerben. Obwohl er sich nicht sonderlich für dieses Gebiet interessiert, bewirbt er sich und setzt sich gegen alle Konkurrenten durch. Allerdings verfasst der *Royal Astronomer of Irland* bis zu seinem Lebensende nur eine einzige wissenschaftliche Arbeit zur Astronomie, und zwar zur Mondtheorie. Seine Beiträge zur Physik hingegen entwickeln die Lehre der theoretischen Mechanik und der Optik maßgeblich weiter; seine Beiträge zur Mechanik werden in der Literatur gelegentlich den Leistungen NEWTONS gleich gestellt; sie gehören zu den Grundlagen der Quantenphysik.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			



1831 veröffentlicht CARL FRIEDRICH GAUSS eine Arbeit über bi-quadratische Reste - das sind Reste, die bei der Division von Biquadraten (= 4. Potenzen) durch eine ganze Zahl auftreten können; in dieser Arbeit führt er die Bezeichnung *komplexe Zahlen* für die Zahlen der Form $a + b \cdot i$ ein. Auch weist er darauf hin, dass solche Zahlen als Punkte $(a | b)$ in einem 2-dimensionalen Koordinatensystem aufgefasst werden können - also als *geometrische Objekte* (im deutschen Sprachraum wird die Ebene seither als GAUSS'sche Zahlenebene bezeichnet). HAMILTON geht 1832 einen Schritt weiter: Er notiert komplexe Zahlen als *algebraische Objekte*: als Zahlenpaare $(a ; b)$, für die sich zwei

Rechenoperationen, eine *Addition* und eine *Multiplikation*, wie folgt definieren lassen:

$$(a ; b) \oplus (c ; d) = (a + c ; b + d) \text{ und } (a ; b) \otimes (c ; d) = (a \cdot c - b \cdot d ; a \cdot d + b \cdot c)$$

Bezüglich dieser beiden Operationen ist die Menge der komplexen Zahlen abgeschlossen, d. h., die Verknüpfungen führen nicht aus der Menge heraus, und es gelten die Assoziativ- und Kommutativgesetze bzgl. beider Operationen sowie das Distributivgesetz. Weiter existieren neutrale Elemente bzgl. beider Verknüpfungen, und zu jedem Element (ungleich null) existiert jeweils ein inverses Element. - HAMILTON beschäftigt sich intensiv mit der Frage, ob man auch im 3-Dimensionalen ähnliche Operationen definieren kann. Aber egal, welchen Ansatz er für eine „Multiplikation“ von Zahlentripeln $(a ; b ; c)$ wählt, sie führt zum Widerspruch; erst 1898 kann von HURWITZ bewiesen werden, dass solche Verknüpfungen nur für die Dimensionen 1, 2, 4, 8 möglich sind.

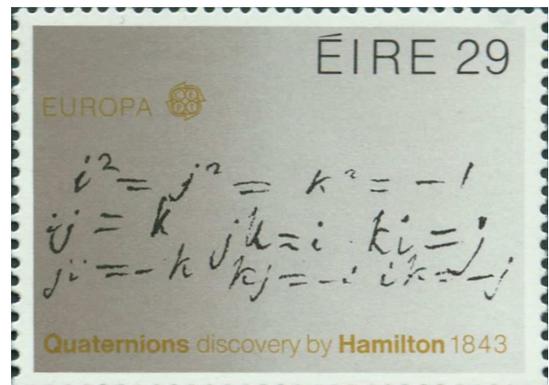
Bei der Beschäftigung mit 4-dimensionalen Objekten $(a ; b ; c ; d)$ kommt ihm auf einem Spaziergang im Jahr 1843 die entscheidende Idee: Wenn die Eigenschaft der *Kommutativität* nicht erfüllt sein muss, dann ist eine *Multiplikation* möglich:

$$(a ; b ; c ; d) \otimes (e ; f ; g ; h) = (a \cdot e - b \cdot f - c \cdot g - d \cdot h ; a \cdot f + b \cdot e + c \cdot h - d \cdot g ; a \cdot g - b \cdot h + c \cdot e + d \cdot f ; a \cdot h + b \cdot g - c \cdot f + d \cdot e)$$

Die Addition wird - wie bei den komplexen Zahlen - komponentenweise definiert:

$$(a ; b ; c ; d) \oplus (e ; f ; g ; h) = (a + e ; b + f ; c + g ; d + h)$$

Notiert man das Objekt $(a ; b ; c ; d)$ in der Form $a + b \cdot i + c \cdot j + d \cdot k$, dann gelten zwischen den „Zahlen“ i, j, k die Beziehungen: $i^2 = j^2 = k^2 = i \cdot j \cdot k = -1$, $i \cdot j = k = -j \cdot i$.



Diese Beziehungen ritzte HAMILTON während des oben erwähnten Spaziergangs in einen Stein einer Brücke in Dublin, wo heute noch eine Gedenktafel an das Ereignis erinnert (siehe auch die irische Briefmarke). Er bezeichnet diese 4-dimensionalen Objekte als *Quaternionen* (lateinisch: Vierzahl) und eröffnet mit ihrer Entdeckung ein neues mathematisches Forschungsgebiet, die *Vektoralgebra*. Er selbst findet beispielsweise heraus, dass die Multiplikation von Quaternionen als Drehung von Vektoren im Raum aufgefasst werden kann.



1835 - WILLIAM ROWAN HAMILTON ist erst 30 Jahre alt - wird er in den Adelsstand erhoben und darf sich fortan SIR HAMILTON nennen. 1832 hat er aufgrund theoretischer Überlegungen ein Phänomen bei der Lichtbrechung an zweiachsigen Kristallen vorausgesagt, das kurze Zeit später experimentell bestätigt wird. Dies lässt ihm ebenso große Anerkennung in der Welt der Wissenschaft zuteil werden wie sein Werk *On a General Method in Dynamics* (Neue Grundlagen der theoretischen Mechanik, heute kurz als *Hamiltonsche Theorie* bezeichnet). Er wird

zum Mitglied der *Royal Society*, zum Präsidenten der *Royal Irish Academy* und zum korrespondierenden Mitglied der Akademie von Sankt Petersburg ernannt.

Sein Privatleben verläuft allerdings weniger „erfolgreich“: Mit 19 Jahren verliebt er sich unsterblich in CATHERINE, die er aber nicht heiraten kann, weil er als Student nicht über ein gesichertes Einkommen verfügt. Aus Liebeskummer sucht er Zuflucht in der Literatur, liest Gedichte in persischer und in arabischer Sprache, und er verfasst selbst Gedichte.

Als er diese einem Freund, dem Dichter WILLIAM WORDSWORTH, vorlegt, hat dieser Schwierigkeiten, HAMILTON davon zu überzeugen, dass die Gedichte weniger gelungen sind als die mathematischen und physikalischen Abhandlungen.

HAMILTON heiratet schließlich HELEN BAYLEY, die in der Nachbarschaft des Observatoriums lebt. Seine Ehe, aus der drei Kinder hervorgingen, verläuft jedoch nicht immer glücklich. Seine Frau ist häufiger krank, er macht sich große Sorgen, und dies beeinträchtigt ihn in seiner Schaffenskraft. Ein ruhiges, zurückgezogenes Familienleben, das er ihr vor der Ehe versprochen hatte, steht im Gegensatz zu den gesellschaftlichen Verpflichtungen, die sich aus seinem wachsenden Ruhm und den Ämtern ergeben, die ihm angetragen werden. Hinzu kommen die Phasen, in denen Hamilton rastlos an seinen Projekten arbeitet und er sich tagelang in sein Arbeitszimmer zurückzieht.

Die mehrfache krankheitsbedingte Abwesenheit seiner Frau ist ebenso Gesprächsthema in der Dubliner Gesellschaft wie ein vermeintlich übermäßiger Alkoholkonsum HAMILTONS. Nach einem Zwischenfall bei einem Empfang der Geologischen Gesellschaft Irlands verzichtet HAMILTON längere Zeit darauf, Alkohol zu sich zu nehmen.

Als er eines Tages seiner Jugendliebe CATHERINE wieder begegnet, bemerkt er, wie unglücklich diese in ihrer Ehe ist, und seine Liebe zu ihr erwacht aufs neue. Daher ist es für HAMILTON eine Genugtuung, CATHERINES ältestem Sohn helfen zu können, als dieser sich 1848 auf sein Universitätsexamen vorbereitet.

Auf CATHERINES Dankesbrief folgt eine lebhafte Korrespondenz zwischen den beiden, bis ihr bewusst wird, dass diese Briefe ein Verstoß gegen die strengen Sittenregeln ihrer Zeit darstellen. Sie fühlt sich schuldig und informiert ihren Ehemann über den brieflichen Kontakt zu HAMILTON. Nach einem fehlgeschlagenen Selbstmordversuch ihrerseits trennt sie sich von ihrem Mann.

In den folgenden Jahren haben HAMILTON und CATHERINE immer wieder brieflichen Kontakt zueinander. Ende 1853 erreicht HAMILTON ein Päckchen, das ein Federkästchen mit der Inschrift enthält:

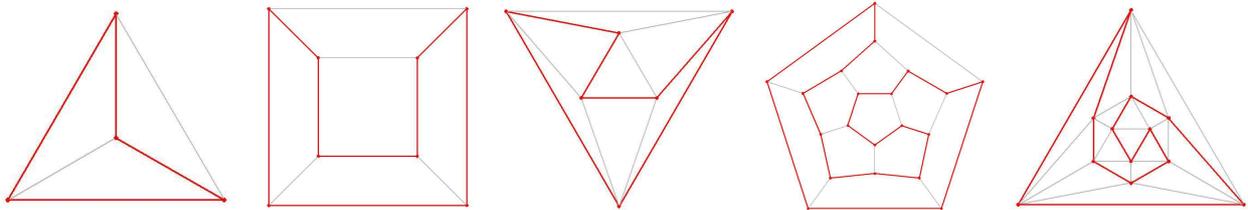
From one who you must never forget, nor think unkindly of, and who would have died more contented if we had once more met.

Bestürzt eilt HAMILTON zu CATHERINE, seiner sterbenskranken Geliebten; beide gestehen sich, dass sie nie aufgehört haben, einander zu lieben. Er überreicht ihr das erste druckfrische Exemplar seiner Vorlesungen über Quaternionen.

Nach ihrem Tod stürzt sich HAMILTON erneut in die Arbeit; ihm ist bewusst geworden, dass die Lesbarkeit seiner *Lectures* verbessert werden muss. Sieben Jahre lang schreibt er an den *Elements of Quaternions*, die *Elemente* des EUKLID als Maßstab vor Augen. Als er 1865 stirbt, umfasst das Werk 800 Seiten und ist immer noch nicht fertig; einer seiner Söhne ergänzt die fehlenden Seiten für die Drucklegung.

Kurz vor seinem Tod erreicht ihn noch die Nachricht, dass die *National Academy of Sciences of the USA* ihn zum ersten ausländischen Mitglied ernannt hat.

Mit dem Namen HAMILTON verbindet man vor allem Fortschritte in der theoretischen Physik und in der Vektoralgebra. Wichtige Impulse erhält aber auch ein weiteres mathematisches Gebiet durch ihn, die Graphentheorie. Er entwickelt ein „Spiel“: *Wie viele geschlossene Wege gibt es längs der Kanten eines regulären Dodekaeders derart, dass jeder Eckpunkt genau einmal durchlaufen wird?* - Die Abbildungen unten zeigen, dass auf allen platonischen Körpern HAMILTON'sche Wege möglich sind. Solche Wege in beliebigen Netzen zu finden, ist i. A. mit großem Suchaufwand verbunden.



© Heinz Klaus Strick Leverkusen 2010
(Text ergänzt und bearbeitet 2020)